

Kuslits Lukács Benedek

**A földi mágneses mező forrásfolyamatának gépi tanulás alapú
rekonstrukciója.**

PhD Értekezés



Témavezető:

Dr. Wesztergom Viktor

Intézetigazgató, Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet, ELKH

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Környezettudományi Doktori Iskola

Környezetfizika Program

Budapest, 2022.

Tartalomjegyzék

1	Bevezető	3
1.1	Kiindulási alapok.....	3
1.1.0	A téma társadalmi jelentősége.....	3
1.1.1	Földmágnességről és elektromágnességről – a Maxwell egyenletek	3
1.1.2	A geomágneses dinamóelmélet alapjairól	4
1.1.3	A Földmag anyagi jellemzőinek vizsgálata és a geomágneses dinamó.....	5
1.1.4	A Föld mágneses mezőjének leírása.....	6
1.2	Összefoglaló a geomágneses dinamóelmélet főbb megközelítéseiről és az ezekkel elért eredményekről	9
1.2.1	A külső mag dinamó folyamatának fenomenológiai leírása, a kinematikai dinamó elmélet és jelentősége.....	9
1.2.2	A dinamó folyamat dinamikai jellemzése, a kvázi geosztrófikus megközelítés	12
1.2.3	Kurrens geodinamó szimulációk	14
1.2.4.	A sokasági modellezéssel történő becslés.....	16
1.3	A vizsgálat motivációja	17
1.3.1	A belső eredetű tér forrásmodellekkel való vizsgálata.....	18
1.3.2	Érvek a forrásmodell-megközelítés hasznosságára mellett	19
1.3.3	A gépi tanulás alkalmazása a geodinamó kutatásában.....	20
2.	A forrásfolyamatot rekonstruáló ekvivalens forrásmodell leírása	21
2.1	A forrásmodell bevezetése	21
2.2	A modellparaméterek értéktartományának becslése	23
2.3	A források primer mágneses mezőinek előállítása a direktfeladatban (stacionárius áramú forrásokat feltételező modell).....	31
2.4	A mágneses diffúzió hatásának közelítése a direktfeladatban	34
2.5	A modellek validációja és a végeselemes számítási háló.....	42
2.6	A mágneses diffúzió hatásának alternatív leírása.....	44
3.	A gépi tanuló rekonstrukciós algoritmus leírása.....	47

3.1	Miért van szükség gépi tanulásra a rekonstrukcióhoz?	47
3.2	A probléma megoldásához alkalmazott képfeldolgozó neurális háló.....	47
3.3	A probléma megoldásához alkalmazott genetikus algoritmus.....	50
3.4	A kezdeti (teszt) rekonstrukciós algoritmus felépítése	54
3.5	A kezdeti (teszt) tanító adathalmaz összeállítása	55
3.6	A kezdeti teszt algoritmus tanításának menete.....	57
3.7	A Domain Adversarial típusú tanítás	58
3.8	A végső tanító adathalmaz összeállítása.....	61
3.9	A végső becsléshez használt finomított algoritmus.....	67
3.10	A finomított neurális háló algoritmus tanításának menete.....	70
3.11	A rekonstrukció minőségjellemzői	71
4.	Eredmények.....	72
4.1	Kiértékelés szintetikus teszt adathalmazon	72
4.2	Kiértékelés valós geomágneses adatokon	76
5.	Továbbviteli lehetőségek.....	83
5.1	Az eredmények összevetése a KMH felületre vonatkoztatott anyagáramlás-becslésekkel	83
5.2	Az adatmennyiség növelése és a becslési algoritmus továbbfejlesztése	86
5.3	Forrástartományok és áramrendszerek keresése közvetlenül a geodinamó szimulációk adatai alapján.....	86
6.	Záró gondolatok	87
	Irodalomjegyzék	88
	Jelölések, indexek	96
	Ábrajegyzék	98

1 Bevezető

1.1 Kiindulási alapok

1.1.0 A téma társadalmi jelentősége

A Föld belső eredetű mágneses mezőjének kutatása több okból is egyre növekvő társadalmi jelentőséggel bír. A főbb ilyen okok egyike, hogy a mágneses mező intenzitása a historikus mérések, és a közelmúlt nagyobb pontosságú mért adatai szerint is csökkenőben van. A másik jelenség, amely egyre nagyobb figyelmet kap a köztudatban, egy a dél-atlanti térségben található, anomálishan gyenge mágneses intenzitású terület jelenléte. E terület tér- és időbeli változásainak, illetve általánosabban a geomágneses mező nyomon követése és a változásai mögött rejlő folyamatok felderítése intenzív tudományos kutatás tárgyát képezik. (Amit, Terra-Nova, Lézin, & Trinidad, 2021), (Rother, és mtsai., 2021), (Zotov, és mtsai., 2022), (Lesur, Gillet, Hammer, & Manda, 2022). Mindez termékeny táptalaját adja a mágneses mező összeeséséről és egy küszöbön álló mágneses pólusváltásról szóló spekulációknak (Constable & Korte, 2006), (Brown, Korte, Holme, Wardinski, & Gunnarson, 2018). Noha az ehhez kapcsolódó hipotézisek rendkívül megkérdőjelezhetők és megerősítésük, illetve cáfolatuk intenzív vita tárgyát képezi a tudományos közéletben, a mágneses mező jelenleg megfigyelhető globális időbeli trendjének valóban fontos következménye lehet, hogy a döntően és egyre inkább mikroelektronikára alapozó technológiai infrastruktúránk, különös tekintettel a műholdrendszereinkre, védtelenebbé válik a naptevékenység és a kozmikus sugárzás káros hatásaival szemben (Nasuddin, Abdullah, & Abdul Hamid, 2019) (Loper, 2019).

1.1.1 Földmágnességről és elektromágnességről – a Maxwell egyenletek

Amikor földmágnességről vagy akár általánosságban mágnességről és mágneses mezőkről beszélünk, fontos tudatosítani, hogy valójában nem beszélhetünk önálló fizikai jelenségről, hanem egy egységes matematikai formalizmussal leírható jelenségkörnek, az elektromágnességnek egy részét értjük ezalatt.

A klasszikus fizika értelmezési keretei között ezt a jelenségkört a Maxwell egyenletek (1-4) rendszere még a maga teljességében képes megragadni.

$$\nabla \mathbf{D} = \rho_E \quad 1$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0 \quad 2$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad 3$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t \quad 4$$

Az (1-4) egyenletekben \mathbf{D} jelöli az elektromos eltolási vektort, \mathbf{B} a mágneses indukció vektort, \mathbf{E} , \mathbf{H} az elektromos és mágneses térerősségeket, \mathbf{J} pedig az elektromos áramsűrűséget. Ez kiegészül lineáris, homogén közegjellemzők esetén az anyagi egyenletekkel,

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad 5$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu. \quad 6$$

A (5-6) egyenletekben szereplő ϵ , μ arányszámok (általános esetben közegjellemző függvények) a vizsgált közeg elektromos makroszkopikus töltésmegosztásának, illetve mágneses indukciójának mértékét jellemzik adott külső elektromos és mágneses mező jelentlétében (Jackson J. D., 1998).

Ezekhez társítják még a közegben (homogén vezetőképesség esetén) az elektromos tér és az áramsűrűség kapcsolatát leíró differenciális Ohm törvényt,

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad 7$$

ahol σ a közeg fajlagos elektromos vezetőképessége. Ez a parciális differenciálegyenlet rendszer a fenti megkötések mellett 8 egyenletre és 6 ismeretlenre való visszavezetéssel (numerikus módszerrel) megoldható. Mindazonáltal annak érdekében, hogy a rendszer kezelhetőbb legyen, a gyakorlatban egyszerűsítéseket, elhanyagolásokat teszünk, ami a geomágneses dinamóra jellemző jelenségkör elektrodinamikai aspektusának tárgyalásánál egy speciális megközelítést jelent (lásd: 1.2.1 alfejezet).

1.1.2 A geomágneses dinamóelmélet alapjairól

Az a gyanú, hogy a Föld mágneses mezőjének jellegzetességei legalább részben a Föld magjában lévő folyadékban megjelenő elektromos töltésáramlásnak tudható be, már jóval a külső Földmag folyékony voltát alátámasztó szeizmológiai eredményeket (Oldham, 1906) megelőzően, a XIX. század végén felmerült (Roberts, 2007). A múlt század közepéig váratott azonban magára, hogy ezt egy teljesen koherens fizikai elmélettel támasszák alá (1.2.2 alfejezet).

A folyamat elvi lényege az, hogy egy valamely kezdetben jelenlévő mágneses mező vezetőképes, mozgó folyadékkal történő kölcsönhatásakor lehetséges, hogy a vezető folyadék akkor is képes lesz saját mágneses mezőt fenntartani, ha az azt indukáló kezdeti tér már megszűnt (Larmor, 1919), (Kreuzahler, Ponty, Plihon, Homann, & Grauer, 2017). Ehhez az állapothoz azonban kritikus feltétel, hogy a folyadékban a mezőt fenntartani képes áramok olyan utat járjanak be, amely az eredeti 'keltető' téréhez hasonló állású és irányítottágú mágneses mezőt indukál. Ez egy a Siemens-féle korongdinamó

működésével analóg (azzal jól szemléltethető) jelenség, amelynél szintén lényeges az indukált áramok elvezetési útja a kezdeti térhez képest (Roberts, 2007). Az analógia egyébként annyira erős, hogy két összecsatolt korongdinamó a keltető tér kikapcsolását követően már a Földi mágneses mezőhöz hasonló bonyolult időfüggő viselkedést (pl. szabálytalan időközönkénti pólusváltás) képes produkálni (Turcotte, 1997). Ezért is kapta a Föld mágneses mezőjét a bolygó magjának folyékony külső részében fenntartó folyamatokat vizsgáló elképzelés összefoglalóan a geomágneses dinamó elmélet elnevezést. A geomágneses dinamó folyamatra a továbbiakban az egyszerűség kedvéért geodinamóként hivatkozom.

1.1.3 A Földmag anyagi jellemzőinek vizsgálata és a geomágneses dinamó

A Földmag legjobban meghatározott fizikai mennyiségeinek rendszerint a szeizmikus hullámok terjedési jellemzőiből levezethető közegjellemzőket (például a sűrűséget és a nyomást) tekintik. Ehhez képest a geomágneses dinamó (vagy geodinamó) szempontjából lényegesebb, részben ezen alapmennyiségek felhasználásával levezetett egyéb kulcsfontosságú paraméterek, úgy mint a mag elektromos és hővezető képessége, valamint dinamikus viszkozitása jóval bizonytalanabban becsülhetők (Gans 1972, Davies 2015).

Becslésüket jellemzően alapösszefüggéseket felhasználó elméleti számításokkal, illetve laboratóriumban lökéshullám vagy gyémánt üllőcellás kísérletekkel végzik. (Gans, 1972) a dinamikus viszkozitás értékét a szeizmikus hullámterjedési paraméterek és a vasnak a földmag határ mélységére (a földmag és a földköpeny határa vagy köpeny-mag határ, a továbbiakban KMH) vonatkoztatott olvadásponti tulajdonságai alapján becsülte meg. A becsült értékek a $3 \cdot 10^{-3} - 19 \cdot 10^{-3}$ [Pas] tartományba esnek, ami mindkét esetben sokkal közelebb van a vízéhez, mint a földköpenyre becsült viszkozitás értékekhez (Kuslits, Farkas, & Galsa, 2014). Már ez utóbbi, a viszkozitás változásának a földköpeny konvekciójára kifejtett hatását vizsgáló tanulmányban is a Földre nézve releváns viszkozitás értékeket tartalmazó modellekben a termikus konvekció modellezése jelentős számítási időt és kapacitást igényelt. Itt megállapításra került, hogy a modellekben a hőmérséklet hatására erőteljesen lecsökkenő viszkozitás a modellek számítási hálójának jelentős sűrítését, így a számítási komplexitás növekedését vonta maga után. A tanulmány konklúziója külön kitér arra, hogy egy jelentős viszkozitás csökkenés (és az amiatt jóval hevesebbé váló áramlás) hatásának pontos modellezéséhez nem áll rendelkezésre kielégítő számítási teljesítmény. A későbbiekben (lásd 1.2.2) bővebben kifejtem, hogy a földmag anyagára becsült ennyire alacsony viszkozitás miért okoz jelenleg is komoly nehézséget a geodinamó konvekciós folyamatainak modellezésében.

A folyékony vas a maghoz hasonló körülmények között tapasztalható elektromos ellenállásának egyik frissebb méréséből kiindulva (Ohta, Kuwayama, Hirose, Shimizu, & Ohishi, 2016) a földmag anyagának elektromos vezetőképessége akár $5 \cdot 10^5 - 10^6$ [S/m] is lehet (összehasonlítóképpen a rendkívül jó

vezetőnek tekintett arany elektromos vezetőképessége szobahőmérsékleten mintegy $10^7 [S/m]$ (Dongxiao, és mtsai., 2019)). Jelen vizsgálat megfelelő részében konzervatív megközelítéssel ennek a tartománynak az alsó határát ($5 \cdot 10^5 [S/m]$) vettem alapul (lásd 1.1.3).

(Davies, Pozzo, Gubbins, & Alfé, 2015) áttekintő cikke a hővezetőképesség becslésére irányuló újabb kísérletek eredményeit foglalja össze. Ezek során különböző anyagi összetételeket feltételezve, 100 és 170 (W/mK) közti hővezetőképesség értékeket kaptak eredményül, ami jóval magasabb, mint korábban gondolták. Említést érdemel, hogy ezek a hővezetőképesség értékire vonatkozó új eredmények szintén hatással lehetnek mind a geodinamó energetikájával, mind pedig annak időfejlődésével kapcsolatos elképzelésekre.

A KMH felület hőmérséklete kísérleti úton közelíthetőleg megadható, például Nomura et al. (2014) munkájában 3100 és 3500 °C közötti értéket állapít meg. A későbbiekben a dimenziótlan mennyiségek becsléséhez (1.2.2) ugyanezen becslésnek a belső és külső Földmag határfelületére (BMH) vonatkozó eredményét is felhasználtam, amely mag anyagára vonatkozó sűrűség-becslések segítségével ~5800 és 6300 °C közé korlátozható.

Az itt felsorolt bizonytalan becslések legfontosabb következménye, hogy a geodinamó folyamat modellezése során bizonytalan a mágneses diffúzió és a mágneses advekció egymáshoz viszonyított jelentősége és időskálája (erről bővebben írok az 1.2.1 alfejezetben), valamint homályosak a kémiai (sűrűségkülönbség által hajtott) és termikus konvekció, mint hajtómechanizmus hozzájárulása és a konvekció szerkezetére (Gubbins, Alfé, Davies, & Pozzo, 2015) vonatkozó ismeretek.

Nem kerülhető meg, hogy kitérjek egy sok esetben már implicit feltételezésre, hogy a fizikai jellemzők becslése, illetve ezek fizikai modellekben történő felhasználása során kényszerű egyszerűsítésként rendszerint homogén, tökéletes gömbnek vagy legalábbis gömbhélynak tekintik a földmagot. Számításaim során én is ezzel a feltevessel kellett élnem. Ez a valóságban nyilvánvalóan sérül, sőt valójában a kémiai heterogenitás a geodinamót hajtó konvekciónak akár a legjelentősebb energiaforrása is lehet (Kuslits, Lemperger, Horváth, Koronczay, & Wetztergom, 2020).

1.1.4 A Föld mágneses mezőjének leírása

A földi mágneses mező leírásához általánosságban a gömbi harmonikus sorfejtés módszerét használják. Ennek segítségével készülnek azok a geomágneses modellek, amelyek (1-4) egyenletekből kiindulva a mérések tágabb értelemben vett környezetében

$$\mathbf{J} = 0,$$

8

feltételezésével és V potenciálfüggvény bevezetésével $\mathbf{B} := -\nabla V$, így $\Delta V = 0$ felhasználásával képesek

fizikai alapokon álló interpolációját adni a (műholdas és obszervatóriumi) mágneses mérési adatoknak (Gubbins & Bloxham, 1987).

$$V^b(r, \phi, \Lambda, t) = r_F \sum_{n=1}^{N_b} \sum_{m=0}^n g_n^m(t) \cos(m\phi) + h_n^m(t) \sin(m\phi) \left(\frac{r_F}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos(\Lambda)) \quad 9$$

$$V^k(r, \phi, \Lambda, t) = r_F \sum_{n=1}^2 \sum_{m=0}^n q_n^m(t) \cos(mT_d) + s_n^m(t) \sin(mT_d) \left(\frac{r_F}{r}\right)^n P_n^m(\cos(\theta_d)) \quad 10$$

$$+ r_F \sum_{n=1}^2 q_n^{0,GSM}(t) R_n^0(r, \Lambda, \phi)$$

A fenti (9)-(10) képletekben V^b a földi mágneses mező belső forrásait leíró belső és V^k a külső forrásokat leíró külső geomágneses potenciálokat jelölik. N_b a belső potenciál sorfejtésének választott legmagasabb foka, míg a külső potenciál sorfejtését 2 fokszámig bezárólag végzik el (T_d, θ_d itt a geomágneses dipólus - lásd alább - tengelyéhez viszonyított segédszélesség, hosszúság-értékek). A $g_n^m, h_n^m, q_n^m, s_n^m$ együtthatókat Gauss koefficienseknek nevezik, P_n^m pedig a Schmidt-féle asszociált Legendre polinom megfelelő függvénye.

A későbbiekben hivatkozom a geomágneses dipólmomentumra (a továbbiakban GMD), amely egy a geomágneses dipóltérrel (a (9) sorfejtés $n=1$ -ig számított összege) ekvivalens teret előállító dipólus (geomágneses dipólus) mágneses momentumát jelenti, ennek értéke a g_0^1, g_1^1, h_1^1 együtthatókból megkapható.

Jellemzően a legjelentősebb hatása a V^k potenciál kifejezésének első tagjára a szoláris geomágneses koordinátarendszerben bevitt gyűrűáramnak van, más külső hatásokat pedig geocentrikus szoláris magnetoszférikus (GSM) koordináta rendszerben elhelyezve szerepeltetnek (10) egyenlet második tagjában.

Amikor a Föld dinamófolymata által létrehozott belső eredetű térről beszélünk, fontos megjegyeznünk, hogy valójában nem tudni egészen pontosan, mekkora részét hozza létre a természetben mérhető mágneses mezőnek maga a geodinamó, mivel a mágneses mező magból származó részének leválasztása nem egyértelmű feladat. Ennek fő oka a következő nehézségekben keresendő.

Még a mágneses tér hosszú tér-és időbeli hullámhosszú változásaiban is megjelenik a föld körüli térség plazmaszférájában kiépülő gyűrűáram mágneses hatása, amely a belső tér vizsgálata szempontjából zajként jelentkezik (Langel, 1993).

Emellett a külső potenciálban megfigyelhető változások évtizeden belüli időszámban a földfelszín közelében indukált terek révén az obszervatóriumi méréseket is képesek negatívan befolyásolni a tér geodinamóból származó részének leválaszthatósága szempontjából (Wardinski & Holme, 2011).

Magasabb geomágneses szélességeken általánosan pontatlanabbá válnak a geomágneses modellek, ahogy a külső eredetű mágneses mezők és potenciál leírása is egyre komplikáltabbá válik (Mandea & Olsen, 2006).

Gyakran maguknak a geomágneses modelleknek az előállítása is rosszul kondicionált, és ad-hoc regularizációs módszerek segítségével érik el a modellek (9)-(10) spektrumában való konvergenciáját (például (Lesur, Wardinski, Asari, Minchev, & Mandea, 2010)).

Végül de nem utolsó sorban a modellek mágneses mezőjét általában a földköpeny aljáig (KMH) tartó térrészben számítják ki, élve azon feltételezéssel, hogy a (8) feltétel a földköpenyen belül is mindenhol teljesül, azaz a köpenyt szigetelőnek tekintik, aminek további fontos következményei vannak.

Bármilyen divergencia mentes vektormező előállítható toroidális és poloidális vektormezők felhasználásával. Ha \mathbf{B} földi mágneses mezőt felírjuk két ilyen vektormező segítségével,

$$\mathbf{B} = \nabla \times (T\mathbf{r}) + \nabla \times \nabla \times (P\mathbf{r}), \quad 11$$

akkor látjuk, hogy a $\nabla \times (T\mathbf{r})$ toroidális vektormező a földközéppontú gömbfelületekre azok minden pontjában érintő irányú, $\nabla \times \nabla \times (P\mathbf{r})$ poloidális vektormezőnek pedig a rotációjára igaz ugyanez. (A 11 egyenletben T , P toroidális és poloidális skalártereket, \mathbf{r} a hozzájuk tartozó helyvektorokat jelöli.) Ezen két mezőkomponens matematikai szempontból (például a 2.6 fejezetben mutatott levezetés esetében) egymástól függetlenül kezelhető. Előbbinek szigetelő földköpeny feltételezése mellett a KMH felületen kívül mindenhol zérusnak kellene lennie,

$$\nabla \times (T\mathbf{r}) = 0. \quad 12$$

Ennélfogva a belső eredetű (geodinamóból származó) mágneses mezők toroidális részéről nincsen érdemi információnk.

Mindezen bizonytalanságok dacára a geomágneses modellek rendkívül értékes képet adnak a mágneses mező belső eredetű részének viselkedéséről. Ez megtehető egyrészt azon komplex modellek révén, melyek napjainkban már felszíni és műholdas méréseket egyaránt felhasználnak a (9-10) típusú interpoláció előállításakor, pontosabb, nagyobb tér-és időbeli felbontást lehetővé téve ezzel a közelmúltra vonatkozóan. Másfelől az olyan hosszú időtávú modellekkel, melyek paleomágneses és historikus mérési adatokra építenek, elsősorban a geomágneses mező évtizedes, évszázados trendszerű (azaz szekuláris) időbeli változásai (a továbbiakban SV) vizsgálhatók. Előbbiek körébe tartozik (Finlay, Olsen, Kotsiaros, Gillet, & Tøffner-Clausen, 2016) CHAOS névre keresztelt szabadon hozzáférhető geomágneses modellje vagy a (Lesur, Wardinski, Rother, & Mandea, 2008) által létrehozott GRIMM modell. Utóbbiakra példa (Jackson, Jonkers, & Walker, 2000) szintén szabadon hozzáférhető és gyakran használt GUFM-1 modellje vagy a (Korte & Constable, 2011) által kidolgozott CALS3k. Vizsgálatom során

én is érvényesnek tekintetem a (8) feltételezést, és referencia felületnek mindig a KMH felületet használtam (részletesen: 2. nagyfejezet). Erre vonatkoztatva adtam meg mind a saját modellem mind a valós geomágneses modell, mint bemenő adatrendszer mágneses mező értékeit. Végeztem olyan kísérleteket is, amelyekben a 2.3 fejezetben leírt modellel a felszíni teret is kiszámítottam, ezeknek az eredményeknek a taglalása azonban meghaladja a dolgozat kereteit. Az általam későbbiekben bemutatott algoritmus tanításánál a GUFM-1 geomágneses modellnek a (9) sor $N_b = 14$ fokú tagjaiig előállított térképi adatait használtam fel, mivel azok egy 1600-1975-ig terjedő időszakot fognak át, és ez a méretű adathalmaz már egy kellően nagy méretű tanító adatbázis (lásd 3.8) valós térhez köthető elemeinek (a továbbiakban valós adatokként is hivatkozom rájuk) alapjául szolgálhatott. A modellem valós adatokra vonatkozó kiértékelését a CHAOS geomágneses modell 6-os változatának 2010 és évre vonatkozó KMH felületi radiális mágneses mező adatait (szintén $N_b = 14$ fok pontosságig megadva), és azok időbeli változása alapján becsült SV értékeit felhasználva számítottam ki.

1.2 Összefoglaló a geomágneses dinamóelmélet főbb megközelítéseiről és az ezekkel elért eredményekről

1.2.1 A külső mag dinamó folyamatának fenomenológiai leírása, a kinematikai dinamó elmélet és jelentősége

A kinematikai dinamóelmélet annak a kérdésnek megválaszolásával foglalkozik, hogy milyen lehetséges anyag- és töltés- áramlási útvonalak vannak, amelyek egy (szűkebb értelemben a külső magének megfelelő geometriájú térrészben lévő) vezetőképes folyadékban képesek fenntartani mágneses mezőt valamely külső 'tápláló' mágneses tér kiesését követően.

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta^* \Delta \mathbf{B} \quad 13$$

Ez a gyakorlatban a (13) differenciálegyenlet \mathbf{B} mágneses indukciótól függetlenül előre megadott, \mathbf{u} áramlási sebességterek feltételezésével történő megoldását jelenti (Roberts, 2007). Az egyenlet második tagjában η^* az ún. mágneses diffúzitást jelöli (meghatározását lásd a *Jelölések, indexek* táblázatában). Ezt a Maxwell egyenletek eltolási áramot elhanyagoló változatából (alacsonyfrekvenciás közelítés, lásd még itt: 2.4), állandó közegjellemzők feltételezése mellett levezetett egyenletet a szakirodalom a magneto-hidrodinamika alapegyenletének (angolban gyakran 'induction equation') is nevezi.

A kinematikai leírás segítségével eljuthatunk olyan megoldásokhoz, amelyek a valós dinamó folyamat működésében is fontos szerepet játszhatnak.

Az egyik, a (13) alapegyenletet tovább egyszerűsítő feltételezés, amelynek vizsgálata releváns lehet a külső földmag szempontjából, ha anyagának vezetőképességét (az 1.1.3 alfejezetben tárgyaltakból

kiindulva) végtelen nagynak feltételezzük. Ekkor a vezetőképes folyadék - mivel a mágneses erővonalak vele együtt mozognak - magában tartja a mágneses mezőket.

$$d_t \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{B} \nabla \cdot \mathbf{u} \quad 14$$

Ennek az erővonal befagyási tételként is ismert (14) közelítésnek a geomágneses mező sugárirányú (radiális) komponensére történő alkalmazása révén a (13) alapegyenlet segítségével már lehetőség nyílik a földmag külső részén, a KMH felület mentén zajló anyagáramlási folyamatok egyfajta becslésére (15 egyenlet). Ez értékes információkat szolgáltat a geodinamóról, ugyanis még az ilyen feltételezések alkalmazása mellett is pontosabb előrejelzéseket eredményezhet éves-évtizedes skálán az SV-re vonatkozóan, mint az 1.1.4 alfejezetben említett időben változó geomágneses modell együtthatók egyszerű lineáris időbeli extrapolációjával előállított mágneses mezők (Beggan, Macmillan, Clarke, & Hamilton, 2014).

$$\partial_t B_{rKMH} = -\nabla(\mathbf{u}_{hKMH} B_{rKMH}) \quad 15$$

A (15) egyenletben \mathbf{u}_{hKMH} a KMH felületbe eső (horizontális) anyagáramlási sebességeket, B_{rKMH} pedig az KMH-ra merőleges radiális mágneses indukció vektor komponenseket jelöli.

A (13) alapegyenlet másik végletes leegyszerűsítése az a jelenség, amelyben közeg vezetőképessége az anyagáramlás megszűnésével fejt ki hatását valamely kezdeti mágneses mezőre, amely időben lecseng. Ezt a folyamatot a (16) alakú összefüggés írja le, és mágneses diffúzióknak szokás nevezni (Holme, 2007),

$$\partial_t \mathbf{B} = \eta^* \Delta \mathbf{B}. \quad 16$$

Számos tanulmány vizsgálta, hogy e két feltételezés közül milyen skálán melyik érvényesül jobban a geodinamó esetében. Az elterjedt vélekedés szerint a diffúzió jelentősége kisebb méretskálákon lehet érdeklődés, ezt elsősorban a későbbiekben áttekintett dimenziótlan arányszámok közül (25) becslött értéke támasztja alá.

Ugyanakkor (Metman, Livermore, Mound, & Beggan, 2018) azt találták, hogy a mágneses diffúzió kvantitatív értelemben ugyanolyan mértékben kielégítően magyarázza a szekuláris változást, mint a fent leírt befagyási tételként emlegetett közelítés alkalmazása. Ennek a gondolatmenetnek egy alternatív felhasználási lehetőségét írom le a 2.6 fejezetben.

A végtelen vezetőképességet feltételező közelítésből az anyagáramlással kapcsolatos összefüggések felhasználásával Alfvén hullámegyenlete levezethető, melyben a mágneses visszatérítő erők és a folyadékáramlás kölcsönhatása idéznek elő transzverzális oszcillációt (Alfvén, 1942).

Egészen a legközelebbi múltig elterjedt nézet volt, hogy az Alfvén hullámok jelenségek, amplitúdójuknak a földmagéhoz hasonló nagy méretskálákon való lecsökkenése miatt nem figyelhető

meg a belső eredetű geomágneses mező viselkedésében. Az egyetlen kivételt ez alól az úgynevezett torziós oszcillációk képezték, melyek során a Coriolis erő hat kölcsön a mágneses mező erővonaláival (Gubbins & Roberts, 1987). Ez a forgástengellyel koncentrikus hengerfelületek egymáshoz képesti (mind a mágneses mezőkben, mind az anyagáramlásban megjelenő) oszcillációját idézi elő a magon belül. Érdekes tény, hogy ennek a hatása nem csupán a szekuláris változásban, hanem a Föld forgásában is megfigyelhető. Ezt használta ki (Gillet 2010) tanulmánya, amely a torziós oszcillációk nyomán a magban periodikusan megváltozó anyagáramlásnak a naphosszváltozásokra kifejtett hatását kihasználva becsüli meg a radiális mágneses mező intenzitását a földmagon belül. Ennek a munkának az eredményét használtam fel én is a modelletem felépítő kiinduló számításaim során (lásd: 2.2 fejezet).

A közelmúlt kutatási eredményeinek fényében azonban egyre inkább úgy tűnik, hogy a geomágneses mező belső eredetű változásaiban nem csupán a torziós oszcillációk, hanem annál jóval helyhez kötöttebb Alfvén hullámjelenségek hatásai is megfigyelhetők lehetnek (lásd az 1.2.3 alfejezetet).

Az értekezésem a szempontjából hasznos támpontot nyújtanak még a földi dinamófolyamat kvalitatív leírását tekintve releváns kinematikai dinamó modellek. Ezekben gyakorta két jelenség, illetve azok együttes jelenléte képes az áramló folyadékban mágneses mezőt fenntartani. Az egyik ilyen az α effektusnak nevezett folyamat, melynek során az anyagáramlás kis méretskálájú (lokális) örvényei indukálnak közvetetten poloidális szerkezetű mágneses mezőt (Parker, 1955). Ennek egyfajta ellenpárjaként az Ω effektus során a toroidális mágneses mezők erősödnek fel a zonális áramlásoknak köszönhetően. Az α - Ω típusú kinematikai dinamó modellekben (Bullard & Gellman, 1954) e két jelenség együttesen tartja fent a mágneses mezőt. Ezek a modellek a vizsgálatom szempontjából nem csupán a lokalizált források jelenléte miatt relevánsak, hanem azért is, mert ezen utóbbi munkában megfogalmazott feltételek következményeként olyan forrás-áramrendszerekre számíthatunk a dinamó folyamatban, amelyek a nagy anyagáramlási gradiensek környezetében alakulnak ki. Az 1.2.3 alfejezetben részletesebben leírom azt a számomra még inkább releváns eredményt, hogy egy ehhez minőségében hasonló forrás-mechanizmust a kinematikai modelleknél jóval komplexebb turbulens numerikus MHD szimulációi is alátámasztani látszanak.

A korábbiakban említett anyagáramlás becslés kapcsán fontos kitérni arra, hogy ezt az eljárást a bemenetként használt geomágneses modellekkel előállításával kapcsolatos 1.1.4 alfejezetben tárgyalt hibaforrásokon felül további bizonytalanság is terheli. Ezért a (15) egyenletben a két sebességvektorra jutó egy radiális mágneses indukció komponens, illetve a geomágneses mezőben a $B_{rKMH} = 0$ értékű helyek előfordulása miatti rossz kondicionáltság okolható (Beggan & Whaler, 2008).

1.2.2 A dinamó folyamat dinamikai jellemzése, a kvázi geosztrófikus megközelítés

Annak érdekében, hogy a folyadékdinamók működését eredményező főbb erőhatások is megérthetővé, elemezhetővé válhassanak, a múlt század közepére - második felére lefektetésre kerültek a magneto-hidrorinamikai dinamó elmélet alapjai (Roberts, 2007) (Parker, 1955) (Greenspan, 1968).

Mindez általánosságban a folyadék áramlást leíró Navier-Stokes egyenlet közelítésének és a (13) alapegyenlet mellett a hőtranszport egyenletnek a csatolt megoldását jelenti (Calkins, 2018).

A következőkben egy olyan praktikus megközelítés alapjait mutatom be röviden, amelyet ma érvényesnek, alkalmazhatónak tekintenek nem csak a geodinamó tényleges dinamikai viszonyainak modellezésére, hanem azok rekonstruálására is.

$$\partial_t \mathbf{u}^g + \frac{1}{Ro} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{u}^a = \frac{-1}{Ro^2} \nabla(p^a) + MB \nabla \mathbf{B} + \Gamma T \hat{\mathbf{z}} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}^g \quad 17$$

$$\partial_t T = \nabla(\mathbf{u}T) + \frac{1}{Pe} \Delta T \quad 18$$

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{Rm} \Delta \mathbf{B} \quad 19$$

A fenti (17)-(19) összefüggésben szereplő tagok és tényezők nagy része a *Jelölések, indexek* táblázatában külön is szerepel, $\hat{\mathbf{z}}$ a z irányú egységvektort, p^a az ageosztrófikus nyomást, \mathbf{u}^g és \mathbf{u}^a ageosztrófikus és geosztrófikus anyagáramlási sebességeket, T pedig a hőmérsékletet jelölik. Ez lényegében a Boussinesq közelítés (approximáció) egyenletrendszerének egy tovább egyszerűsített, ugyanakkor a (13) alapegyenlettel kiegészített variánsát adja. A Boussinesq approximációban a sűrűségkülönbségek hatását hanyagolják el a felhajtóerő kivételével, viszont elhanyagolhatóság tekintetében még nem tesznek különbséget a geosztrófikus (inercia erőktől mentes), és az inerciális eredetű komponenseket tartalmazó tagok között. Ebben a (17)-(19) egyszerűsítésben mindenütt csak a geosztrófikus komponenseket hagyták meg, a Coriolis- és nyomási gradiens erőket kifejező tagok kivételével (Gillet, Schaeffer, & Jault, 2011). Később kitérek rá, hogy ennek a közelítésnek van egy az általa modellezett folyamatok rekonstruálhatóságát tekintve előnyös következménye (lásd: 1.2.4 alfejezet), ugyanakkor a numerikus kezelhetősége kapcsán továbbra is komplikációk merülnek fel.

A (17)-(19) egyenletrendszerben lévő tagok előtt szereplő dimenziótlan skálatényezők értéke a (20)-(25) definíciókhoz megadott nagyságrendek között mozoghat a külső földmag 1.1.3-ban részletezett fizikai sajátosságait és méreteit figyelembe véve (Kuslits, Lemperger, Horváth, Koronczay, & Wesztergom, 2020):

$$Ro = \frac{U}{2\Omega L} \approx 10^{-6} - 10^{-7} \quad 20$$

$$M = \frac{B^2}{\rho\mu U^2} \approx 10^2 - 10^5 \quad 21$$

$$\Gamma = \frac{g\alpha\Delta TL}{U^2} \approx 10^5 - 10^7 \quad 22$$

$$Re = \frac{UL}{\nu} \approx 10^9 - 10^{11} \quad 23$$

$$Pe = \frac{UL}{\kappa} \approx 1 - 10^2 \quad 24$$

$$Rm = \frac{UL}{\eta^*} \approx 10^2 - 10^4 \quad 25$$

Ro a tehetetlenségi és Coriolis erők arányát, M a mágneses és a kinetikus energiasűrűség arányát,

Re a tehetetlenségi és viszkózus erők, Rm a mágneses (advekciónak) indukció és mágneses diffúzió, Pe pedig a hővezetés (kondukciónak) és a hőszállítás (konvekciónak) arányát reprezentálják a rendszerben. E tényezők (20)-(25)-nek megfelelő megadásánál L , U a magra jellemző karakterisztikus méretet (gömbhelyvastagság) és anyagáramlási sebességet, g a nehézségi gyorsulást, α , κ a mag anyagának hővezetőképességét és hődiffúzivitását, ν pedig a kinematikai viszkozitását jelölik (a kifejezések tényezőit külön összesítettem a *Jelölések, indexek* táblázatban).

Amint azt az 1.2.3 alfejezetben röviden összesítettem, a legújabb szimulációk lassan, de határozottan közelednek a tényleges geodinamón belüli körülmények reprodukálásához, ám néhány szempontból még mindig vannak hiányosságaik. Bizonytalan például, hogy mikor tudják teljes mértékben átfogni az erősen időfüggő folyamatokat, amelyek a jellemzőek lehetnek a külső magban (Zhang & Gubbins, 2000).

Mindezt tovább bonyolítja, hogy a (20)-(25) egyenletekkel felírt skálázási paraméterek nem csak értékük bizonytalan volta miatt okoznak nehézséget a dinamó folyamat tanulmányozhatósága szempontjából, hanem a nagyságrendjük okán is. A földköpeny kapcsán korábban leírtam, hogy a közeg dinamikai viszkozitásának csökkenése egyre növekvő számítási teljesítménnyel modellezhető, egyre hevesebb áramlást eredményez. Ez a probléma a geodinamó és a földmagban zajló áramlások modellezésénél hatványozottan jelentkezik. Amint az a (23) egyenletből látható, bár becslése bizonytalan, a viszkozitás értékei miatt a magban a viszkózus erők és a mágneses diffúzió arányát reprezentáló Prandtl szám $Pm = Rm/Re \sim 10^{-6}$ nagyságrendbe kerül, és a viszkózus és Coriolis erők viszonyát leíró Ekman-szám $Ek = \sqrt{Ro/Re} \sim 10^{-15}$ körüli értékeket vehet fel.

Ez a jellemző, amely rendkívül heves áramlásra utal, hatékonyan akadályozza, hogy pontos hosszabb távú (évtizedes-évszázados idejű) előrejelzéseket lehessen tenni a Föld mágneses mezejének időbeli változására (pl. pólusváltás). Úgy tűnik ez még a jelenleginél jóval jelentősebb, távolabbi jövőben rendelkezésünkre álló számítási kapacitás mellett is igaz lehet (Hulot, Lhuillier, & Aubert, 2010). Viszonyításul a kvázi geosztrófikus feltételezésnél jóval komplexebb összefüggéseket használó legújabb szimulációk is jelenleg az $Ek = 10^{-7}$ és $Pm = 1$ nagyságrendet képesek a beléjük táplált viszkozitás értékek révén elérni (Dong, és mtsai., 2021). Amiért mégis reprezentatívnak szokás ezeket a következő (1.2.3) fejezetben bemutatotthoz hasonló modellszámításokat tekinteni annak fő oka az a hipotézis, hogy legalábbis az MHD-áramlás nagyobb léptékű jellemzői nem változnak jelentősen a konvekció növekvő hevességével (Aubert, Gastine, & Fournier, 2017) (Aubert, 2019).

A (20)-(25) számok bizonytalanságával kapcsolatban és így a (17-19) közelítéssel kapcsolatban is felmerül még az a kérdés, hogy a szimulációk fizikai értelemben mennyire tekinthetők relevánsnak, vagyis az erők tényleges egyensúlyát reprezentálják-e a modellek (Schwaiger, Gastine, & Aubert, 2019).

1.2.3 Kurrens geodinamó szimulációk

Az első sikeresnek tekinthető kísérletek a mágneses mezővel kölcsönható konvektív áramások és a geodinamó folyamat térbeli modellezésére a múlt század nyolcvanas, kilencvenes éveiben születtek meg ((Gilman & Miller, 1981), (Glatzmaier & Roberts, 1995), (Kageyama & Sato, 1995), (Cserepes, 1998)).

Az azóta eltelt időben a számítási kapacitás növekedésével és a magnetohidrodinamikai jelenségek még alaposabb megértésével a legújabb numerikus modellekben fokozatosan próbálják megközelíteni a (20-25) mennyiségek értéktartományát vagy legalább az abban a tartományban várható folyamatokat. A fő gyakorlati ok, amiért a modellszámítások jelenleg is viszonylag távol vannak ettől, az 1.2.2 alfejezetben leírtaknak megfelelően abban rejlik, hogy az ennek eléréséhez szükséges tér- és időbeni felbontás még a jelenlegi számítási kapacitást is jóval felülmúlja (Yadav, Gastine, Christensen, Wolk, & Poppenhaeger, 2016).

Az értekezésem szempontjából leginkább releváns ilyen számítás eredményében (Miyagoshi, Kageyama, & Sato, 2011) mutatták ki elsők között, hogy egy geodinamó modellben az anyagáramlás turbulensebbé válásával térben egyre koncentráltabb, méreteiket és egyéb geometriai tulajdonságaikat tekintve pedig viszonylag homogén lokális áramrendszerekbe ('áramtekercecsekbe') rendeződnek a mágneses mező keltéséért felelős elektromos áramok. Ezek az áramrendszerek kis változatosságot mutatnak térbeli kiterjedésük tekintetében, durván legfeljebb néhány száz-ezer kilométer sugarúak lehetnek, és alapvetően a Föld forgástengelyével koaxiális helyzetű hengerfelületek mentén rendeződnek el (állásuk közel sugárirányúnak is tekinthető). Az 1.2.1 alfejezetben leírtakhoz hasonlóan itt is gyorsuló áramlások kellene a kialakulásukhoz. Tipikusan fel-és leáramlási leplek mentén jelennek meg, és a belsejükben

alakulnak ki a legerősebb mágneses mezők. Ez kvalitatívan úgy érthető meg, hogy (13) alapegyenlet $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ tagjának megfelelően a növekvő anyagáramlási sebesség mentén a mágneses mező felerősödik (a mágneses fluxussűrűség megnő). Az elektromos áramok (4) és (6) egyenletekből adódóan $\nabla \times \mathbf{B}$ következményeként a felerősödött mágneses mezők erővonalai köré rendeződnek, fenntartva azokat.

A doktori értekezést záró gondolatok részeként (5.1 fejezetben) az is előkerül, hogy ez egyfajta validációs lehetőséget is biztosíthat. Feltérképezhető ugyanis, hogy a modellemben rekonstruált források és a (15) összefüggés alapján megbecsült horizontális anyagáramlások összevetése mennyire felel meg a fent leírt kvalitatív képnek.

Kageyama és munkatársai ebben a fent említett modelljükben és korábbi hasonló eredményt produkáló szimulációjukban (Miyagoshi, Kageyama, & Sato, 2008) is egy több ezer processzormagot használó hardver architektúrán (Earth Simulator - (Sato, 2004), (Takahashi, Matsushima, & Honkura, 2005)) másodrendű véges differenciás numerikus módszert alkalmaztak a (17-19) egyenletrendszer jóval általánosabb, még az anyag összenyomhatóságát is figyelembe vevő változatával.

Az azóta eltelt időszakból nem találtam olyan numerikus geodinamó szimulációval kapcsolatos publikációt, amelyben kifejezetten az áramsűrűség térbeli eloszlását, illetve a kialakult áramrendszereket vizsgálták volna. Mindazonáltal (Schaeffer, Jault, Nataf, & Fournier, 2017) vizsgálatában a Kageyama és társai munkájában megfigyelhetőhöz hasonló eredmények születtek. Ez esetben szintén a heves MHD konvekció jellegét vizsgálták a mágneses mező fenntartására is képes (dinamó folyamatot produkáló) modellekben. Hasonlóan Kageyama és munkatársai megfigyeléséhez, az anyagáramlási sebességeknek és a mágneses mezőknek is olyan, térben koncentrált, nagy amplitúdójú tartományait mutatták ki, melyek a Föld forgástengelyére merőleges irányban, a belső mag határától egészen a külső mag határáig elnyúlnak. Az ilyen jellegű, aránylag kis zonális komponenssel rendelkező áramlások megjelenése a Taylor-Proudman tétel alapján várható jelenség inkompresszibilis forgó folyadékokra (Taylor, 1917). Ebben a tanulmányban azt is ábrázolják a szerzők, hogy ezen kisebb skálájú leperszerű áramlások modelljeikben a zonálisan invariáns Taylor-oszlopokra ülnek rá. Mindazonáltal említést érdemel, hogy számításaikban a mágneses mező energiájának nagy része egy olyan, a fenti áramlásokon kívül eső tartományból származik, ami a belső magot érintő, a forgástengellyel párhuzamos hengerfelületen belül található, és ahol ez a zonális invariancia egyáltalán nem érvényesül. Ezt a valós geodinamó folyamatra relevánsnak tekintett kvalitatív képet foglalja össze az 5.3 fejezet 40. ábráján látható rajz.

A további jelentős szimulációs eredmények sorában megemlítendő (Aubert, Finlay, & Fournier, 2013) munkája, akik elsőként fedeztek fel egy planetáris léptékű áramlási rendszer nyomait a külső magban numerikus geodinamó szimuláció felhasználásával. Ezért a keletről nyugatra tartó hatalmas, leperszerű áramlásért érvelésük szerint lényegében a belső mag és a Földköpeny gravitációs csatolása felelős, mely

magával sodorja a külső mag anyagát. Megállapítják, hogy ez lehet a fő felelős az atlanti óceán középső részénél tapasztalható intenzívebb szekuláris változásért, mert ez alatt a térség alatt az áramlási rendszer a KMH felülethez közelebb kerül. Másodrendű véges differenciás módszert alkalmazó számításaikban a Boussinesq approximációt használták, ehhez csatolva a (13) MHD alapegyenletet és a tömegtranszport egyenletét is.

(Aubert & Finlay , 2019) munkája már a geomágneses jerk ('rándulás') jelenségekre is javasol egy lehetséges fizikai magyarázatot. (A jerkek a belső eredetű geomágneses mező változásában megfigyelhető olyan, éves időskálán lejátszódó folyamatok, melyek viszonylag kis amplitudóval egy nagyobb területen mérhetők (Courtillet & Le Mouël, 1976)). A fenti tanulmány szerzői szerint olyan területeken, amelynek környezetében a külső mag anyaga viszonylag lassan áramlik, a hirtelen feláramlásokkal magukkal vitt Alfvén hullámjelenségeket mutató kompakt mágneses struktúrák hatása érzékelhetővé válik a szekuláris gyorsulásban (az SV megváltozása), jerk-szerű jelenségeket előidézve ezzel.

(Nakagawa & Davies, 2022) a már (Schwaiger, Gastine, & Aubert, 2019) tanulmányában (lásd 1.2.2 alfejezet) felvetett erőviszony kérdést boncolják tovább arra koncentrálva, hogy milyen jellegzetességek azok, melyek miatt egy geodinamó szimuláció a földiéhez hasonló mágneses mezőket képes produkálni. Összesen hatvanhét modellt vizsgáltak meg ilyen szemüvegen keresztül nézve. Következtetésük egy olyan, már a földi mágneses mező viselkedését reprodukálni képes szimulációs tartomány jelenlétére utal, amelyben az erőknek a (17-19) kvázi-geosztrófikus megközelítésben várthoz hasonló egyensúlya érvényes.

(Aubert & Gillet, 2021) az (Aubert & Finlay , 2019) kutatás folytatásaként vizsgálták a lassú, tehetetlenségi erők hatásától mentes konvektív mozgások és a gyors, tehetetlenségi erők által hajtott hullámjelenségek kölcsönhatását a földmag dinamó folyamatában. Mindehhez a rendelkezésükre álló, a külső mag dinamikai viszonyaihoz legközelebb álló numerikus modellt használták fel. Megerősítették azt a korábbi konklúziójukat, hogy a tényleges geodinamó körülményei között az Alfvén hullámok hatása akár a tengelyszimmetrikus torziós oszcillációkban, akár a forgástengelyre aszimmetrikus jerk jelenségek révén megfigyelhető lehet a geomágneses rekordban.

Összefoglalásként tehát az itt felsorolt szimulációs eredmények számomra leglényegesebb tanulsága az, hogy a geodinamó folyamatban az anyagáramlás hevesebbé válásával globális értelemben egységes szerkezeti jellegzetességekkel bíró lokális áramrendszerek kialakulása mutatható ki.

1.2.4. A sokasági modellezéssel történő becslés

A geofizikai szakirodalom egységesen inverzió megnevezéssel illet minden olyan becslési eljárást, amelyben korlátozott számú (például csak felszínen mintavételezett) adatból próbálunk meg közvetlenül

nem ismert fizikai paraméterek eloszlásáról információt szerezni (Liu & Xiong, 2018). A későbbiekben én is gyakran használom az inverzió kifejezést (a becslés, paraméterbecslés, optimalizáció szinonimákkal egyetemben), akár a mások által alkalmazott, akár az általam fejlesztett becslési módszer kapcsán.

Az 1.2.1 alfejezetben kitértem arra, hogy az MHD alapegyenlet felhasználásával hogyan lehet a külső mag anyagának KMH felület mentén zajló áramlásáról inverzió segítségével információt szerezni. Felmerült annak a lehetősége, hogy a (17-19) közelítés és a külső mért adatok együttes kihasználásával a geodinamó folyamat belső állapotáról már stabilabb kép is kapható. Ennek a teljes módszertana nagyon hasonló a meteorológiában és az éghajlatban már régebb óta alkalmazott technikákhoz (Talagrand, 1997), (Tél, és mtsai., 2020)), amelyek sokasági (ensemble) modellezés néven terjedtek el. E számításoknak a geodinamó modellezésre való alkalmazásánál nyilvánvaló korlátot jelent, hogy a légköri mérésekkel ellentétben itt a rendszeren belülről egyáltalán nem áll közvetlen információ rendelkezésre. Ezen felül a belső eredetű mágneses mezőnek csupán a poloidális részéről szerzett ismeretek tekinthetők validnak (lásd 1.1.4 alfejezet). Ezt a problémát úgy próbálják áthidalni, hogy az 1.2.2 alfejezetben leírt megközelítés lehetővé teszi a (15) egyenletből a KMH felületre meghatározott anyagáramlás felhasználásával a belső sebességtérnek lefelé, a mag belsejébe történő folytatását (Schaefer, Silva, & Pais, 2016). Ehhez társul a sokasági modellezés megközelítése, amelyben a numerikus modelleknek rendszerint nagy mennyiségű, hosszú futási idejű szimuláció eredményeinek és a geomágneses adatoknak a felhasználásával, a bayesi statisztika szabályait követve határoznak meg kezdeti értékeket. A megoldás elvben olyan kezdeti feltételeket szolgáltat, amelyekből a modelleket elindítva azok az ismert múltbeli időbeni viselkedést a legnagyobb valószínűséggel képesek optimálisan megközelíteni (Fournier, Hulot, & Jault, 2010).

Alátámasztható, hogy a nagy méretskálájú belső paraméterek eloszlására vonatkozóan megbízható képet lehet így kapni a mag áramlási folyamatairól. Az azonban rendkívül bizonytalan, hogy ezzel az eljárással mennyire lehet a geodinamó folyamat lokális forrásait érdemben rekonstruálni. Egyrészt a módszerrel azon modellek belső paraméterei, melyek erősebb nem lineáris viselkedéssel jellemezhetők nem nyerhetők vissza pontosan, ami a vizsgált rendszer időfejlődése során a kisebb méretskálákon halmozódó hibát okoz (Aubert & Fournier, 2011). Másrészt nem egyértelmű, hogy az így rekonstruált nagy léptékű áramlások mekkora részben felelősek ténylegesen a mag belső terének újra épüléséért és mekkora részben tükröznek inkább egy nagy térbeli méretskálájú átlagos, statisztikai jellegű képet (Aubert, 2020).

1.3 A vizsgálat motivációja

Kutatásomat elsősorban a megelőző (1.2.2, 1.2.3 és 1.2.4) alfejezetekben felsorolt, a földmagra jellemzőhöz hasonló, heves konvekciót mutató MHD modellekben a dinamó folyamat és a mágneses mező

forrásoként viselkedő áramrendszerekről kapott eredmények, illetve a geodinamó állapotára vonatkozó becslésekkel kapcsolatos nehézségek motiválták.

Így merült fel annak az igénye, hogy a szimulációs eredményekben megmutatkozó forrástartományokat egy olyan, a földivel ekvivalens mágneses mező előállítását megkísérlő egyszerűsített modellel közelítsem, amely ugyanakkor a fizikai realitás szempontjaival és a geodinamóval kapcsolatos előzetes ismeretekkel is lehetőség szerint jó összhangban áll.

1.3.1 A belső eredetű tér forrásmodellekkel való vizsgálata

A forrásmodellek alkalmazásának viszonylag szűkös előzményét találni a geodinamó kutatás esetében.

(Mayhew & Estes, 1983) egy ekvivalens dipólusokból összeálló forrásmodellt építettek fel kizárólag azzal a céllal, hogy a mágneses mező (9-10) leíráshoz hasonló gömbi harmonikus függvényeket használó modelljeivel összehasonlítsák azt. Tanulmányukban a helyi függőleges irányában (sugárirányban) rögzítették a dipólusok állását, valamint azok mélységét is, és hangsúlyozták, hogy az eredményeikhez nem lehet megfelelő fizikai interpretációt rendelni.

(Langel, 1987) rövid leírásban vizsgálta a forrásmodellekkel történő tanulmányozás lehetőségét, és arra a következtetésre jutott, hogy a dipólusok és köráramok, mint idealizált források alkalmazása problematikus. Érvelése szerint egyfelől minden ilyen jellegű modellnek létezik gömbi harmonikusokkal előállítható teljesen egyenértékű megfelelője. Másfelől a rekonstrukcióhoz vezető megoldás rendkívül érzékeny a kezdeti feltételekre (pl. hova helyezzük el a becslési iteráció elején a forrásokat). Így egy általános (paraméter-korlátozások nélküli) modell alkalmazása esetében ekvivalens megoldások sokaságához jutnánk.

(De Santis & Quamili, 2010) a dél-atlanti geomágneses anomália vizsgálatát végezték el egy mágneses monopólust tartalmazó modellel, amellyel az anomália tér és időbeli változását próbálták feltérképezni. Mindazonáltal magyarázatot nem szolgáltatott arra vonatkozólag, hogy egy ilyen, a fizikai realitások által támasztott igényekhez mérten rendkívül idealizált forrást használó vizsgálat miként nyújthat erről hasznosítható ismereteket.

(Ladynin, 2014) egy forrásonként szabad paraméterezésű modellt állított fel a teljes geomágneses mezőre, amely dipólusokból épül fel. Ugyanakkor az ehhez tartozó becslési eljárás, amely a forrásokat egymást követően illesztette először a teljes térre, majd a reziduálokra, rendkívül nagy teret ad ekvivalens megoldásoknak, és fizikai relevanciája is kétséges.

Jelen értekezésben bemutatott munka ehhez a felsorolt vizsgálatok eredményeit kiegészítendő egy olyan elképzelést mutat be, amelyben a modell forrásainak tulajdonságait megkíséreltem a valós forrás-folyamatok jellegéről a szimulációkból nyerhető ismeretekhez közelíteni, ennek révén korlátozva a

lehetséges ekvivalens megoldásokat is.

Mindehhez részint a geomágnesség szempontjából alapvetően vizsgált mennyiségeket, részint pedig az 1.2.1 és 1.2.3 alfejezetekben tárgyalt, szimulációkból nyerhető ismeretanyagot használtam fel.

1.3.2 Érvék a forrásmodell-megközelítés hasznossága mellett

(Langel, 1987) munkáját olvasva az az érzésünk támadhat, hogy lényegében haszontalan egy annyira dinamikus folyamatot, mint a Föld mágneses mezejének generálódása, egy olyan egyszerűsített modellel tanulmányozni, amely idealizált forrásokat tartalmaz. Az alábbiakban arra teszek kísérletet, hogy rámutassak, ez nem szükségszerűen van így.

Langel első érve lényegében azzal vonja kétségbe a forrásmodellek relevanciáját, hogy a térben és időben változatlan dipólusokból vagy köráramokból álló forrásmodellekkel a mag belsejére vonatkoztatva is egyenértékű gömbi harmonikus reprezentációk alkothatók. Ezt azzal árnyalnám, hogy egy az elektromágneses indukció térbeli hatását is figyelembe vevő, a 2.4 fejezetben tárgyalthoz hasonló modell esetében ez már nem igaz, mivel az 1.1.4 alfejezetben tárgyalt gömbi harmonikus leíráshoz szükséges (8) feltétel nem teljesül.

Második érvelése az ilyen modellek visszabecslésének kezdetben felvett becslési paraméterekre való érzékenységet említi. Ezt a problémakört, amely egy hagyományosabb (legkisebb négyzetes vagy sajátérték-felbontáson alapuló) becslési algoritmus esetén jelentős akadályt képez, az azóta rendkívüli ütemű fejlődést mutató gépi tanuló eljárások alkalmazásával hatékonyabban lehet kezelni. Fontos azonban tudatosítani - ahogy az az eredményekről szóló 4.1 fejezetben bemutatásra kerül - hogy ez semmiképpen nem jelenti azt, hogy megszabadulhatunk a becslések bizonytalanságaitól és nem egyértelmű jellegétől.

A korábbi (1.2.2 és 1.2.4.) fejezetrészekben összesített nehézségek, legfőképpen a ténylegesen a geodinamóban zajló kis méretskálájú térkeltési folyamatokkal kapcsolatos bizonytalanságok leküzdésében hasznos segítséget nyújthat a kellő körültekintéssel definiált forrásmodellek alkalmazása, mégpedig a következő okokból kifolyólag.

1) A komplex statisztikai viszonyokon és numerikus szimulációkon alapuló modelleknél egyszerűbb, közvetlenebb betekintést nyerhetünk általuk a földmagban zajló folyamatokba.

2) Jelleménél fogva a rendszerhez képest kis méretskálán összeálló mágneses mezők felépítésének, elrendeződésének pontosabb feltérképezésére nyújthat lehetőséget. Ennek jelentősége lehet egyrészt, mivel az 1.2.3 alfejezetben leírt szimulációs eredmények arra utalnak, hogy a tényleges geodinamóban zajló turbulens MHD folyamatban generált mágneses mezők elrendeződésében is hasonló lokális szerkezetekre számíthatunk. Másrészt, mivel általánosságban a mag belsejében a mágneses mező

elrendeződésére vonatkozólag inkább közvetett, globális értelemben vett ismeretekkel rendelkezünk (lásd 1.1.4 és 1.2.1 alfejezetek).

3) Egy ilyen megközelítés széleskörű módosítási, finomítási lehetőséget is rejt magában, ugyanis mind a források geometriai, fizikai tulajdonságait, mind a becslési algoritmust továbbfejleszthetjük újabb ismeretek birtokában. Ez akár az 1.2.2 alfejezetben tárgyalt dimenziótlan mennyiségek reális értéktartományának pontosításához, így például a mágneses diffúzió relatív jelentőségének megállapításához vagy a dinamófolyamat ezideáig vitatott mágneses és kinetikus energia viszonyainak (Zimmerman, Triana, Nataf, & Lathrop, 2014) pontosabb feltárásához is hozzájárulhat, mivel elvben behatárolhatja, hogy a mágneses energiának ezen kisebb mérettartományban mekkora része és milyen folyamat révén állhat elő. (A rekonstruált modellekben a primer és a totál terek hatása egyszerűen és egyértelműen szétválasztható).

1.3.3 A gépi tanulás alkalmazása a geodinamó kutatásában

A szakirodalomban jelenleg rendkívül kevés példát találni a gépi tanuló algoritmusoknak kifejezetten a belső eredetű geomágneses mező kutatásában való alkalmazására.

A kevés ilyen egyike (Gwartz, és mtsai., 2022) munkája, ahol a pólusátfordulások gépi tanulással történő előrejelezhetőségét vizsgálták, de kizárólag a GMD-hez kapcsolódó adatokon. Arra a következtetésre jutottak, hogy a feladatot a kis számú releváns adat és azok alacsony frekvenciatartománybeli felbontása miatt nem képesek az általuk vizsgált eljárások jól kezelni. Azt a megállapítást tették ugyanakkor, hogy a gépi tanuló algoritmusok teljesítmény jellemzői a különböző geomágneses modellek és numerikus szimulációk jellegétől függően változnak. Állításuk szerint ez a vizsgált modell- illetve adatrendszer előrejelezhetőségéről ad információt.

Megemlítendő még (Loftin, Fite, Bishop, & Kotsiaros, 2019) elemzése, akik az 1.1.4 alfejezetben bemutatott geomágneses modellek létrehozásához szükséges adatelőkészítésben vizsgálták a gépi tanuló algoritmusok alkalmazhatóságát.

Mindazonáltal fontosnak tartom kihangsúlyozni, hogy esetemben a gépi tanuló algoritmusok alkalmazása sokkal inkább az inverz probléma komplex természete miatti kényszerűségből fakadóan merült fel, mintsem önmagában azok újdonságereje okán.

2. A forrásfolyamatot rekonstruáló ekvivalens forrásmodell leírása

Ebben a fejezetben egy olyan ekvivalens forrásmodell mágneses mezőjének számítási folyamatát mutatom be, melynek felépítésénél a fizikai realitás megközelítésének igénye mellett a gépi tanulás alapú becslés miatti számítási kapacitás-korlátokat is figyelembe kellett vennem.

Az így kialakított direktfeladat megoldások nyomán az inverz problémát lényegében egy térképi alapú képfeldolgozási feladatként kezelem.

A direktfeladat megoldások kifejtése során többször hivatkozom a referencia felületre, amely az 1.1.4 alfejezetben említett meghatározásnak megfelelően mindig a földköpeny-földmag határfelületének megfelelő sugarú gömbfelületet (a továbbiakban KMH) jelenti.

2.1 A forrásmodell bevezetése

Ahhoz, hogy vizsgálatomban olyan rekonstrukciót tudjak végrehajtani, mellyel az 1.3.2 alfejezetben megfogalmazott pontoknak megfelelően elvben fizikailag értelmes információ legyen kinyerhető a dinamófolyamatra vonatkozólag, kritikus jelentősége van annak, hogy egy ideálisan a földdivel egyenértékű (ekvivalens) mágneses mezőt létrehozni képes modell milyen elemekből álljon. Ezen elemek megközelítésében a modell mágneses mezőjének lokális forrásaiként jellemezhetők, a forrástípus megválasztása során pedig az 1.2.3 és 1.3.2 bevezető fejezetekben leírt szempontok játszottak döntő szerepet. Ezekből kiindulva olyan áramrendszer típust tekintettem ideális (alap) forrásnak, mely jellegében hasonló a (Miyagoshi, Kageyama, & Sato, 2011) vagy (Schaeffer, Jault, Nataf, & Fournier, 2017) által a szimulációk forrásfolyamatában megfigyelhető áramrendszerekhez. Véges kiterjedésű, ugyanakkor zárt és jól definiálható paraméterei vannak, mágneses mezőjének kiszámítása pedig még analitikus megoldás segítségével gyorsan elvégezhető.

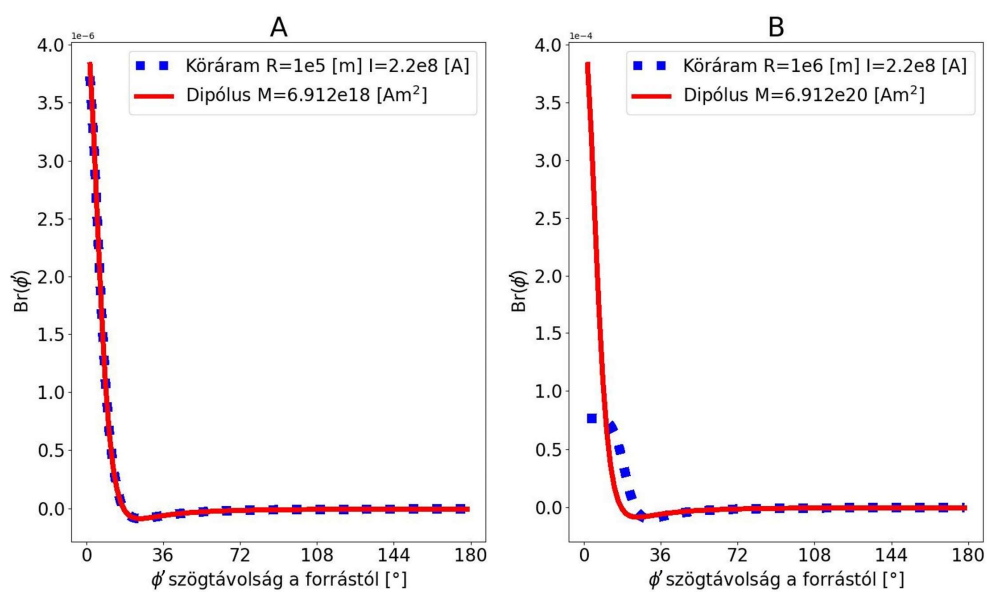
A köráram volt az az elméleti forrás, mely mindezen feltételeket a legegyszerűbb geometriával teljesítette.

Ahhoz, hogy megvizsgáljuk, milyen jellegű mágneses mezőt eredményez a köráramok kiterjedt volta, célszerű annak mágneses mezőjét összehasonlítani a mágneses dipólusával.

A köráram terét a 2.3-beli (46) megoldásnak megfelelően számítottam ki, és összevettem azt egy tetszőleges állású m momentummal rendelkező mágneses dipólus indukció vektorával a modellemben használatnak megfelelő KMH referencia felület pontjain.

A köráram által gerjesztett mágneses tér a forrástól annak méreteihez képest nagy távolságra még nagy pontossággal közelíti egy olyan mágneses dipólus terét, melynek tengelye a köráramával megegyezik

(Jackson J. D., 1998). Ezzel szemben a köráramhoz közel a két elemi forrás mágneses tere már markáns különbséget mutat. Ezt szemlélteti az 1. ábra a modellem méretskáláján (a külső mag mérettartományán több 100 km sugarú és mélységbeli elhelyezkedésű köráramok esetében – lásd 2.2 fejezet). Az 1. ábra A részén egy 100 [km] sugarú köráram és egy vele ekvivalens mágneses momentummal rendelkező pontszerű dipólus mágneses mezője a KMH referencia-felület minden pontjában nagy pontossággal egyezik, azonban ugyanez egy 1000 [km] sugarú forrás esetén (1. ábra B része) már jelentősen eltér, még a modelljeimben vizsgált legnagyobb mélységtartományban (lásd: 2.2 fejezet) is.



1. ábra

100 [km] sugarú (A ábrarész) és 1000 [km] sugarú (B ábrarész), $2.2 \cdot 10^8$ [A] konstans árammal átjárt köráram radiális mágneses indukciójának alakulása a KMH határfelület egy meridián vonala mentén, ha mindkét forrás attól számított 800 [km] mélységben helyezkedik el.

1. táblázat

Forrásparaméter	Jelölés
A köráram középpont gömbi segédszélessége	Φ_i [°]
A köráram középpont gömbi hosszúság koordinátája	Λ_i [°]
A köráram középpontjának Földközépponttól vett távolsága	r_i [m]
A köráram sugara	R_i [m]
A köráramban folyó áram erőssége	I_i [m]
A köráram tengelyének deklinációja	θ_i [°]
A köráram tengelyének azimutja	λ_i [°]

A modellemben felvett egy adott i egyedi köráram egyértelmű leírásához szükséges paramétereket az 1. táblázat-ban szerepeltettem gömbi koordináta rendszerben. Ezeket a forrásparamétereket a 2.2 fejezet ábráin és az 5. ábrán is berajzoltam.

2.2 A modellparaméterek értéktartományának becslése

A szintetikus tanító minták generálását a forrásparaméterek véletlenszerűen előállított értékeivel végeztem el (lásd: 3.5 és 3.8 fejezetek). Annak megállapításához, hogy ezen értékek nagyságrendileg milyen tartományban mozoghatnak, a lehető legegyszerűbb, a mag méreteinek és a Föld mágneses mezőjének szempontjából releváns fizikai megfontolásokat vettem figyelembe.

A külső mag alsó és felső határai természetes korlátként adódnak a rekonstruálható áramhurkok térbeli elhelyezését illetően (lásd: 1.1.3 alfejezet). Azonban a földmag nagy elektromos vezetőképessége miatt az alsó mélység határ jóval feljebb húzható meg. Ha képzeletben időben változó, de térben behatárolt mágneses tereket helyezek el a vezető magban, akkor megadhatom a rájuk jellemző δ_z áthatolási (vagy csillapítási) mélységet a felettük elhelyezkedő vezető anyagban (Gubbins, 1996),

$$\delta_z = \left(\frac{l_j}{\mu_0 \sigma} \right)^{1/2} .$$

A δ_z karakterisztikus mélységet leíró (26) egyenlet arra mutat rá, hogy a mágneses diffúzió (bővebben róla itt - 2.4 és 2.6 fejezetek) miatt a magban az időben változó mágneses mezők térbeli frekvenciájuk növekedésével egyre kevésbé képesek áthatolni a mag vezetőképes anyagán. Minél kisebb kiterjedésű áramrendszer terét vizsgálom, annál nagyobb az ahhoz járuló diffúziós csillapodás.

A (26) képlet ezt az 1.1.4 alfejezetben említett gömbi harmonikus függvényekkel fejezi ki, ahol τ_p^{lj} az egyes l fokú és j rendű harmonikusokkal leírható (szintén 1.1.4-ben leírt) poloidális mágneses mezőkhöz tartozó diffúziós idő. Minél nagyobb fokú és rendű mágneses mezőket vizsgálunk, ez a lecsengési idő annál kisebb. A mag vezetőképességét $\sigma = 5 * 10^5 [S/m]$ értékkel közelítve (1.1.3 alfejezet alapján) és τ_p^{lj} értékét a legnagyobb térbeli hullámhosszú még nondipól térre vonatkoztatva ez legfeljebb $\tau_p^{21} = 8000[\text{év}]$. Ezt felhasználva ésszerű feltételezés, hogy időben változó lokális jellegű forrásokból az azok felbonthatóságához szükséges mágneses mező alapvetően a nondipól térben jelenik meg, amely csak egy felső $\delta_{z_{max}} \approx 800[km]$ vastag 'rétegen' belülről juthat ki a Földmagból. A forrástartomány alsó határát tehát ennek megfelelően vettem fel.

Ahhoz, hogy a többi forrásparaméter lehetséges értékeinek határait kiinduló becslést adjak, további megfontolásokat tettem, a korábbi szimulációs eredményekben a turbulens geodinamó folyamatok jellemzőire, valamint a geomágneses mezőre meghatározott statisztikai jellegű korlátok és a geomágneses dipólmomentum (GMD) alakulásának ismeretében.

Az 1.2.3 alfejezetben bemutatott tanulmányok szerint méreteiben homogén áramrendszerekre számíthatok, ha a magban ténylegesen lezajló térkeltő folyamatokat próbálom jellegében megközelíteni.

(Gillet, Jault, Canet, & Fournier, 2010) közleménye pedig arra szolgáltatott viszonyítási alapot, hogy milyen értékek között mozoghat a mágneses indukció nagysága a Földmagon belül.

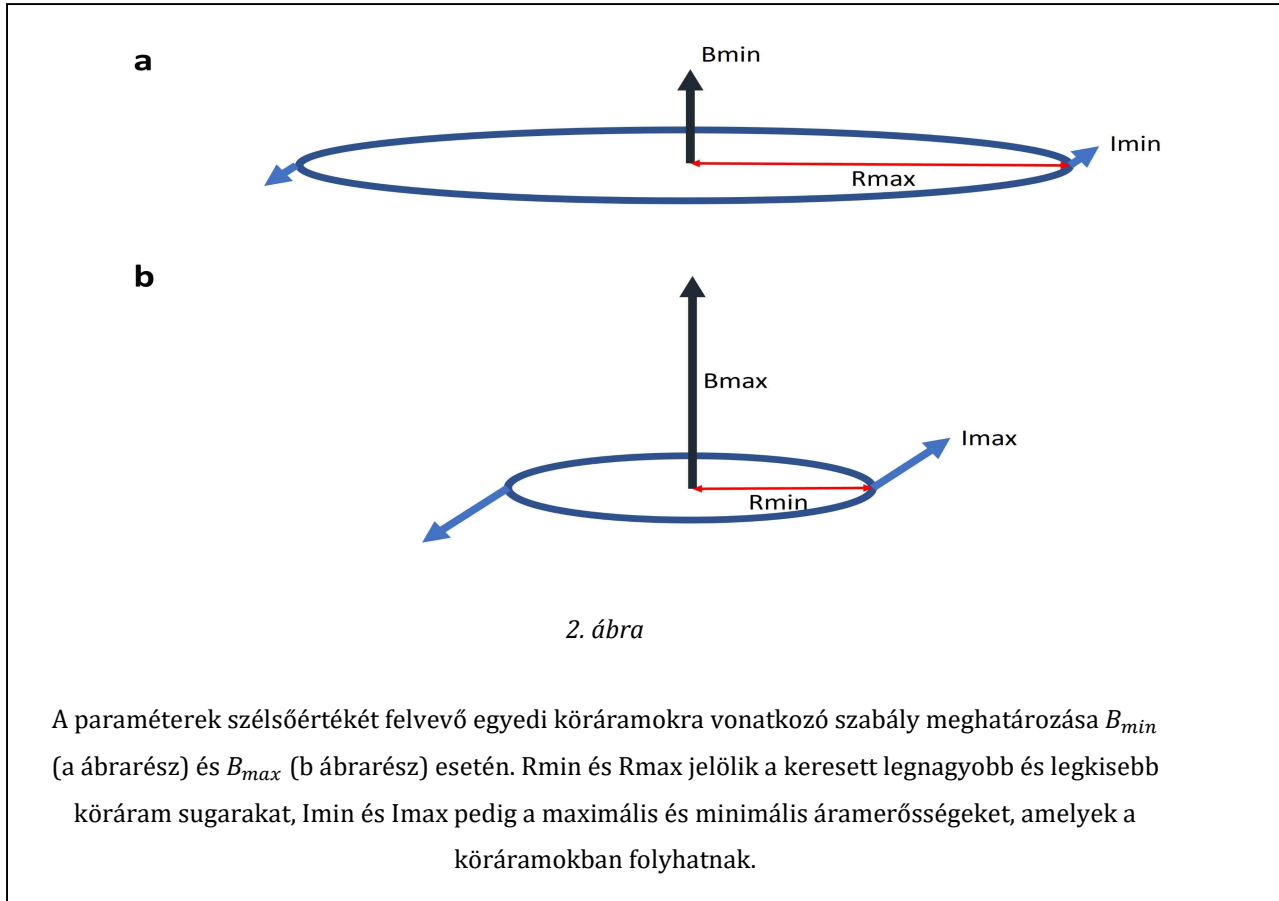
Eredményeik azt mutatják, hogy legalábbis az indukció vektor radiális komponense a Földmag belsejében általában $B_{min} = 1[mT]$ és $B_{max} = 6[mT]$ értékek között változhat, így a belső tér értékeinek lehetséges tartományára vonatkozólag én is ezeket a számokat tekintetem irányadónak.

Ezt felhasználva hat leegyszerűsített független összefüggést (szabályt) határoztam meg a forrásáramrendszerek paramétereinek szélsőértékei és a GMD, B_{mi}, B_{max} ismertnek tekintett mennyiségek között. A forrásáram-rendszereket az összefüggések meghatározásakor konstans áramú, rögzített pozíciójú köráramokként kezeltem.

A (27) és (28) kifejezések a forrásparaméterek olyan kombinációihoz kapcsolódnak, amik az áramrendszerek középpontjában a legnagyobb és legkisebb abszolút értékű mágneses indukciót eredményezik (2. ábra), de a belső tér ismertnek tekintett minimum és maximum értékei ezekben sem léphetők túl.

$$B_{min} = \mu I_{min} (2R_{max})^{-1} \quad 27$$

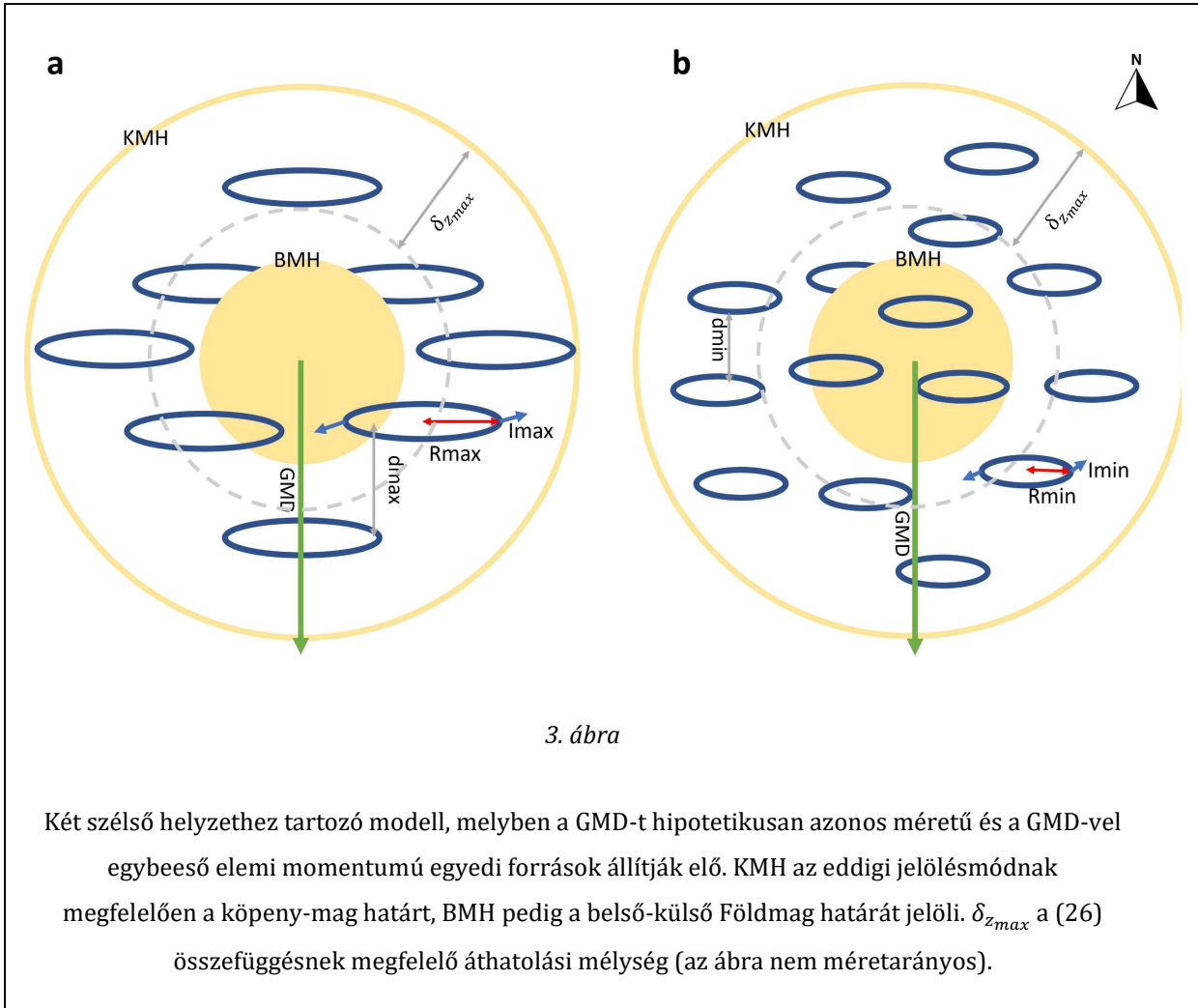
$$B_{max} = \mu I_{max} (2R_{min})^{-1} \quad 28$$



Két olyan szélsőséges esetet is vizsgálhatok, amelyekben a legnagyobb kiterjedésű legerősebb áram által átjárt köráramok együtt adják ki a GMD-t, és amelyben a legkisebb leggyengébb áramot hordozó köráramok teszik ugyanezt (3. ábra). Ekkor a (29), (30), egyenletek egyszerűen adódnak, ha ezeknek a hipotetikus modelleknek az áramrendszereit a dipólmomentum irányában helyezem el.

$$GMD = I_{max} R_{max}^2 \pi N_{min} \quad 29$$

$$GMD = I_{min} R_{min}^2 \pi N_{max} \quad 30$$



A 3. ábrán bemutatott két szélsőérték-modell két-két szomszédos, közös tengelyre eső áramrendszerét és az áramrendszerek tengelye mentén a mágneses indukció tengelyirányú komponensére vonatkozó összefüggést felhasználva behatárolhatom, hogy ezen két áramrendszert alkotó köráramok páronként mennyire kerülhetnek közel egymáshoz (4. ábra).

Ehhez szintén B_{min} , B_{max} szélsőértékeket és az alábbi kiinduló összefüggéseket használtam. Egyrészt a két legnagyobb, egymástól legtávolabbi köráram távolsága is legfeljebb akkora lehet, hogy a két forrás közös tengelyének a források közötti részén a mágneses indukció tengely irányba eső részének minimuma (a tengely mentén félúton) ne csökkenhessen a B_{min} szélsőérték alá. Ehhez a köráram tengelyén kapott tengelyirányú mágneses mező komponens meghatározó összefüggés (Jackson J. D., 1998) felhasználható,

$$B_{min} = 2 \frac{\mu_0 R_{min}^2 I_{max}}{2((d_{max}/2)^2 + R_{min}^2)^{3/2}} \quad 31$$

Ehhez hasonlóan a két legkisebb köráram közös tengelye mentén összeadó mágneses indukció

tengelyirányú komponense a maximumát a köráramok középpontjában veszi fel. Ez legfeljebb a B_{max} értéket érheti el az egymáshoz legközelebb eső, legkisebb köráramokból álló modell esetében.

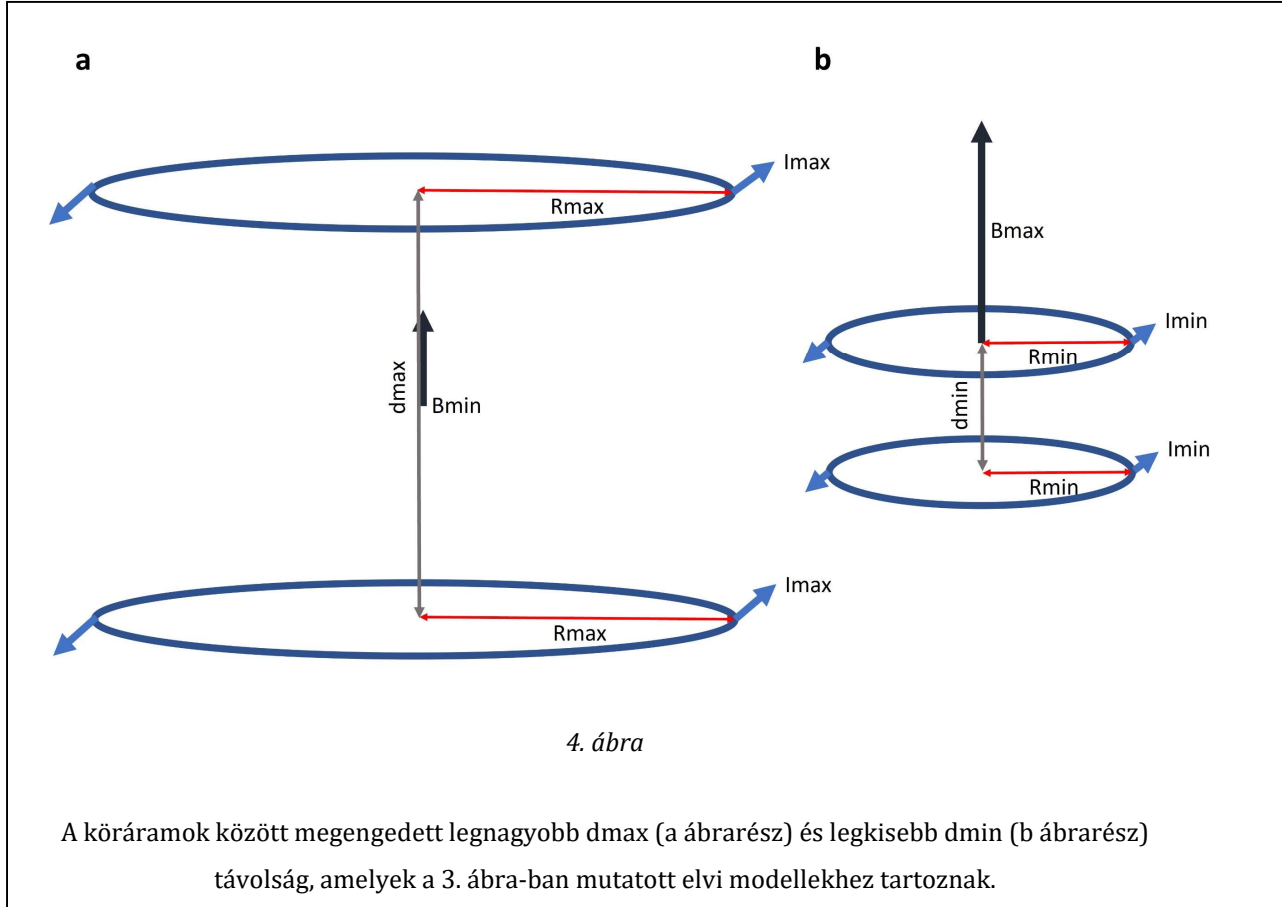
$$B_{max} = \frac{\mu_0 R_{min}^2 I_{min}}{2(d_{min}^2 + R_{min}^2)^{3/2}} + \frac{\mu_0 I_{min}}{2R_{min}} \quad 32$$

További egyszerűsítés, hogy a köráramok ezen modellekben egyenletesen oszlanak el a külső magban. Az egymáshoz viszonyított (egyenközű) távolságukat úgy közelíttem, hogy a külső mag térfogatának $\delta_{z_{max}}$ vastagságú részét a modellekben lévő köráramok számával megegyező darabszámú egyenlő élhosszú kockákra bontom (itt a 3. ábrának megfelelően értelemszerűen N_{max} a legkisebb, N_{min} a legnagyobb köráramokhoz tartozik).

$$d_{min} = \sqrt[3]{(4/3)\pi (r_{KMH}^3 - (r_{KMH} - \delta_{z_{max}})^3) / N_{max}}, \quad 33$$

$$d_{max} = \sqrt[3]{(4/3)\pi (r_{KMH}^3 - (r_{KMH} - \delta_{z_{max}})^3) / N_{min}}. \quad 34$$

(35) és (36) kifejezések innen (33-34) összefüggések (31-32)-egyenletekbe való behelyettesítésével adódnak.



Noha a tényleges földi tér rekonstrukciójához használt direktfeladat-megoldásokban az áramrendszerek tengelyeinek iránya más megfontolások okán (lásd 2.4 fejezet) sugárirányba esik, ezen összefüggések alkalmasnak mutatkoztak arra, hogy olyan irányadó paraméter határokat vegyünk fel, melyek között a földi mágneses mezőre nézve mind kvalitatív mind kvantitatív értelemben reprezentatív modelleket (lásd 3.8 fejezet) generálhassak.

Mivel az így előálló (27-32), egyenletrendszer nem lineáris, ezért az egyenletek iteratív úton történő megoldását választottam. Ehhez a Newton-Raphson módszert használtam, amihez a MATLAB programnyelv megfelelő függvényét vettem igénybe (Yang, Cao, Chung , & Morris, 2005). Ebbe közvetlenül vittem be a határokat megszabó (27-32) összefüggéseket úgy, hogy a célértékeket mindenütt baloldalra, a változókat jobboldalra rendeztem, ez (31-32) esetében,

$$B_{min} = \mu R_{max}^2 I_{max} \left[R_{max}^2 + N_{min}^{-2/3} \left(2\pi \left(r_{KMH}^3 - (r_{KMH} - \delta_{zmax})^3 \right) \right)^{1/3} \right]^{-3/2} \quad 35$$

$$B_{max} = \mu I_{min} (2R_{min})^{-1} + \mu R_{min}^2 I_{min} \left[R_{min}^2 + N_{max}^{-2/3} \left(4\pi \left(r_{KMH}^3 - (r_{KMH} - \delta_{zmax})^3 \right) \right)^{1/3} \right]^{-3/2}. \quad 36$$

A végső (~1000 iterációs lépést követően adódó) optimális megoldás egyik célértéket sem közelíti meg tökéletesen pontosan (3. táblázat), ugyanakkor a GMD-nek a számításaim során felhasznált adatok időszakában meghatározott értéktartományán (Jackson, Jonkers, & Walker, 2000), (Korte & Constable, 2005)^a hasonló eredményeket ad (4. táblázat).

A forrásáram erősségének időbeni változási ütemére (meredekségére) vonatkozóan a 2. táblázat-ból R_{min} eredményét felhasználva az alábbi elvi felső korlát adódik. Amennyiben egy forrás felett közvetlenül vizsgáljuk az indukcióvektor radiális komponensének megváltozását, és a vezetőképesség hatásától eltekintünk, annak maximális (szekuláris) időbeni változásához (SV - lásd 1.1.4 alfejezet) maximális áramváltozás rendelhető. Ha a helyi függőlegessel megegyező tengelyű köráramot vizsgálok, a hozzá tartozó mágneses indukcióvektor tengelyirányú komponense a radiális komponenssel egybeesik, ebből felírható (Jackson J. D., 1998),

$$\left(\frac{\partial I}{\partial t} \right)_{max} = \frac{2(d_{max}^2 + R_{min}^2)^{3/2}}{\mu_0 R_{min}^2} \left(\frac{\partial B_r}{\partial t} \right)_{max}. \quad 37$$

A (37) elvi korlátból megkapható, hogy ha $\left(\frac{\partial B_r}{\partial t} \right)_{max}$ értékébe a GUFM-1 adatrendszerből (lásd 1.1.4 alfejezet) számított legnagyobb (5 éves bázison mért) radiális SV értéket helyettesítem, akkor egy adott forrás áramerőssége időben legfeljebb $(dI/dt)_{max} = 1.13[A/s]$ ütemben változhat. A későbbiekben bemutatom (lásd 3.8 fejezet), hogy ekkora mértékű áramváltozás indukciós hatását is tekintetbe véve a tanító minta generálása során ennél az értéknél csak jóval kisebb időbeni meredekséggel változó

forrásáramokat használhatok.

2. táblázat

A modellparaméterek minimumának és maximumának (27-30) és (35-36) formulák segítségével becsült értékei, amelyek közötti intervallumokban generáltam a 3.5 és 3.8 fejezetekben leírtaknak megfelelően a tanítóminták paramétereit.

	$I [A]$	$R [km]$	N
minimum	$2.3 * 10^8$	325	25
maximum	10^9	1000	1026

3. táblázat

A paraméterhatárok megadásához használt GMD , B_{min} és B_{max} mennyiségek, és az eredményül kapott határok értékeinek (27-30), (35-36) feltételekbe való visszahelyettesítéséből ezekre adódó érték (mindig a megfelelő oszlop alatti számok az összevetendő, a zárójeles számok pedig az adott szabály egyenletét jelölik, amelybe az eredményt visszahelyettesíttem).

Célértékek	GMD $= 8,1 * 10^{22} [Am^2]$	$B_{min} = 10^{-3} [T]$	$B_{max} = 6 * 10^{-3} [T]$
A kapott maximum és minimum paramétereknek a számokkal jelölt feltételekbe helyettesítéséből adódó értékek	(29) $\rightarrow \widehat{GMD} = 7,85 * 10^{22} [Am^2]$	(27) $\rightarrow \widehat{B_{min}} = 1,5 * 10^{-4} [T]$	(28) $\rightarrow \widehat{B_{max}} = 2 * 10^{-3} [T]$
	(30) $\rightarrow \widehat{GMD} = 7,84 * 10^{22} [Am^2]$	(35) $\rightarrow \widehat{B_{min}} = 6,14 * 10^{-4} [T]$	(36) $\rightarrow \widehat{B_{max}} = 6,2 * 10^{-3} [T]$

4. táblázat

A modellparaméterekre kapott határok érzékenysége a felhasznált GUFM-1 adatrendszerből becsülhető GMD változásra.

GMD historikus nagysága	$I_{min}[A]$	$I_{max}[A]$	$R_{min}[km]$	$R_{max}[km]$	N_{min}	N_{max}
$7,8 * 10^{22}[Am^2]$ (1975) ^a	$2,3 * 10^8$	10^9	324	1000	24	1025
$8,55 * 10^{22}[Am^2]$ (1830) ^a	$2,4 * 10^8$	10^9	335	1000	27	1027

2.3 A források primer mágneses mezőinek előállítás a direktfeladatban (stacionárius áramú forrásokat feltételező modell)

A köráramok $B_{r_{prim}}$ primer (radiális) terét (Simpson, Lane, Immer, & Youngquist, 2001) analitikus megoldásának megfelelően Descartes-koordináta rendszerben az alábbi módon kapom meg egy adott axiális helyzetű i köráramra, egy olyan megfigyelési pontban, amely a köráram középpontjától $(dx_i, dy_i, dz_i) = (x - x_{0_i}, y - y_{0_i}, z - z_{0_i})$ távolságra helyezkedik el.

$$B_{x_i}(\mathbf{r}) = \frac{CI_i x_i z_i}{2\alpha_i^2 \beta_i^2} [(R_i^2 + r_i^2)E(k_i^2) - \alpha_i^2 K(k_i^2)] \quad 38$$

$$B_{y_i}(\mathbf{r}) = \frac{dy_i}{dx_i} B_{x_i} \quad 39$$

$$B_{z_i}(\mathbf{r}) = \frac{CI_i}{2\alpha_i^2 \beta_i} [(R_i^2 - r_i^2)E(k_i^2) + \alpha_i^2 K(k_i^2)] \quad 40$$

A fenti kifejezésekben $\rho_i^2 = dx_i^2 + dy_i^2$, $r_i^2 = dx_i^2 + dy_i^2 + dz_i^2$, $CI_i = \frac{\mu_0 I_i}{4\pi}$, $\alpha_i^2 = R_i^2 + r_i^2 - 2R_i \rho_i$, $\beta_i^2 = R_i^2 + r_i^2 + 2R_i \rho_i$ és $k_i^2 = 1 - \frac{\alpha_i^2}{\beta_i^2}$.

$E(k_i^2)$ és $K(k_i^2)$ első és másodfajú elliptikus integrálok, melyek a MATLAB programnyelv megfelelő függvényével gyorsan kiszámíthatók (MATLAB 2014a). Az eredménynek a referencia felületre (KMH) számított értékét a térbeli forgásmátrixok segítségével az alábbi transzformáció sorozatot követően kapjuk meg:

A forrás vektormezőjének helyzetének deklináció szerinti forgatásához:

$$\mathbf{R}_{\theta_i} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & 0 & \sin(\theta_i) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_i) & 0 & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \quad 41$$

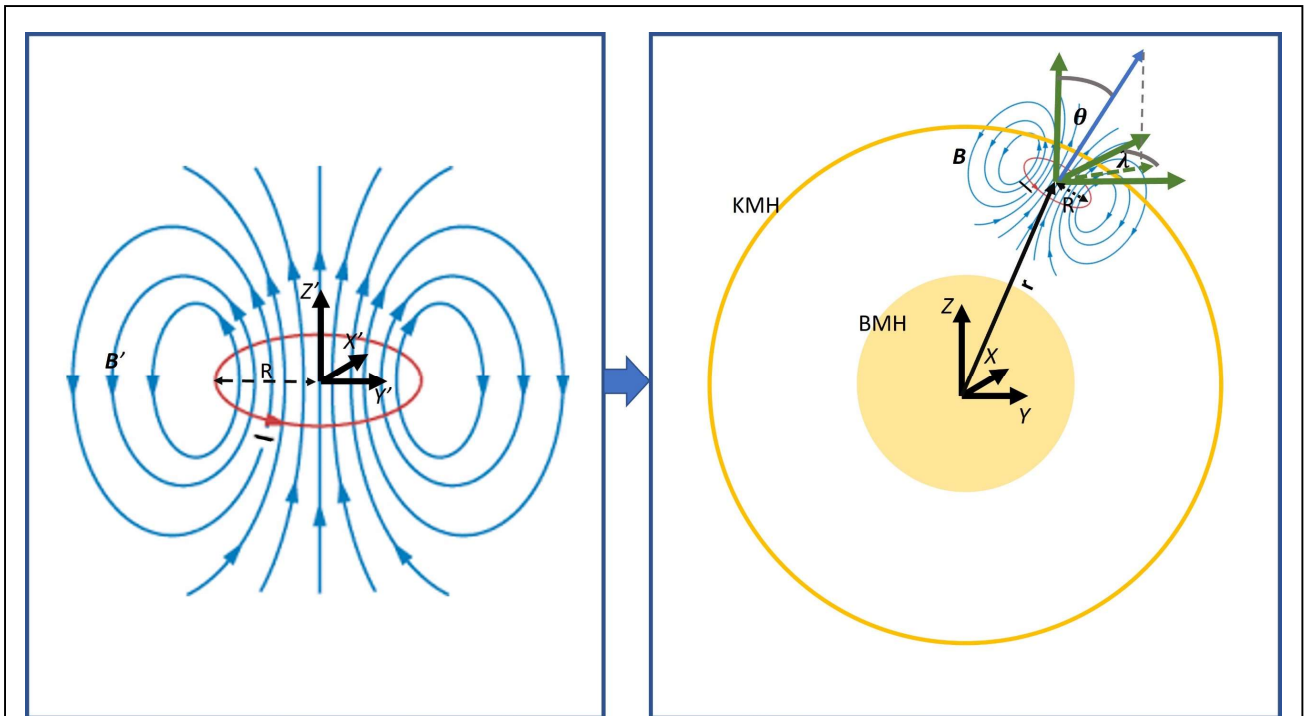
az azimut szerinti elforgatáshoz pedig:

$$\mathbf{R}_{\lambda_i} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_i) & \sin(\lambda_i) & 0 \\ \sin(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 42$$

határozza meg a mágneses indukció vektormező helyzetét megadó tömb elforgatását valamennyi i egyedi forrásra.

$$[x_i, y_i, z_i] = \begin{bmatrix} x_i' \\ y_i' \\ z_i' \end{bmatrix} (R_{\lambda_i} R_{\theta_i})^{-1} \quad 43$$

Ugyanezt a transzformációt indukció vektorokra is el kell végezni ahhoz, hogy végül a KMH felület minden pontján az általunk megadott állású források terének megfelelő mágneses mezőket kapjunk.



5. ábra

Áttérés forrásközéppontú (lokális) Descartes koordináta-rendszerből földközéppontú (globális) Descartes koordináta-rendszerbe a modellekben. θ és λ a (41-44) transzformációkban szereplő állásszögek, egy adott köráram állását határozzák meg. (Az erővonalas ábra innen elérhető: (Ling, Moebs, & Sanny, 2016))

$$[B_{x_i}, B_{y_i}, B_{z_i}] = \begin{bmatrix} B_{x_i}' \\ B_{y_i}' \\ B_{z_i}' \end{bmatrix} (R_{\lambda_i} R_{\theta_i})^{-1} \quad 44$$

A tér gömbi koordináta-rendszerbeli radiális komponenseit ezek után minden (KMH) felületi pontban a Descartes-komponensekből átszámítva kaptam meg:

$$B_{r_i}(r, \phi, \Lambda) = B_{x_i} \sin(\phi) \cos(\Lambda) + B_{y_i} \sin(\phi) \sin(\Lambda) + B_{z_i} \cos(\phi) \quad 45$$

Ezen elemi megoldásokat adtam össze végül a direktfeladatban valamennyi forrásra a KMH felületen, amelyet egy adott modell tartalmaz, így előállítva egy modell teljes primer terét. Ennek eredményeként egy ϕ, Λ gömbi (segéd-) szélesség és hosszúság értékektől függő Mercator térképet (9. ábra) kaptam a KMH felületen a teljes modell primer mágneses mezőjéről. A számítási kapacitás korlátozottsága miatt jelenleg a modellekben 4° hosszúság és szélesség szerinti szögfelbontást tudtam elérni.

$$B_{r_{prim}}(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda) = \sum_{i=1}^N B_{r_i}(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda)$$

2.4 A mágneses diffúzió hatásának közelítése a direktfeladatban

A mag vezetőképességének viszonylag magas becsült értéke (lásd 1.1.3 és 2.2 fejezetek) miatt a mágneses diffúzió hatását a forrásmodelljeimben nem lehetett elhanyagolni. Az 1 bevezető fejezetekben tárgyaltak – az SV, a földmag vezetőképes anyaga és az erősen időfüggő MHD folyamatok - szükségessé tették egy időben változó áramú forrásokat magában foglaló modell bevezetését. Egy ilyen modell már a nagy vezetőképességű közegben indukált áramok mágneses terét is figyelembe veszi, így a geodinamó folyamat szempontjából jóval relevánsabb, mint egy stacionárius áramú forrásokat feltételező, előző (2.3) alfejezetben tárgyalt megoldás.

A legnagyobb kihívást módszerem kidolgozása során az jelentette, hogy ezt a hatást a modellek szakmailag következetesen vegyék figyelembe amellet, hogy a gépi tanuló becselő algoritmus számára is kellően gyorsan lehessen a megoldásokat előállítani.

Az indukciós hatás modellezéséhez a COMSOL Multiphysics 5.3a (Multiphysics, C., 1998) numerikus szimulációs programcsomagot használtam fel. Felépítettem egy szisztematikus szimuláció sorozatot arra vonatkozólag, hogy különböző forrásparaméterek és áramváltozás mellett milyen indukált tér jelentkezik egy nagy (a Földmagnának megfelelő) vezetőképességű tartomány bevezetésével. Ennek során minden szimulációban külön-külön meghatároztam az adott forrás \mathbf{B}_{prim} primer terét és \mathbf{B}_{tot} totálterét. Az indukciós hatás ezek különbségeként ($\mathbf{B}_{tot} - \mathbf{B}_{prim}$) adódott. Annak érdekében, hogy később a rekonstrukcióhoz elegendő számosságú tanító adatot tudjak előállítani, az alábbi egyszerűsítő feltevéseket tettem a modellek felépítésekor:

1) A források (köráramok) térben helyhez kötöttek és nem eshetnek közvetlenül egymás alá. E feltételek közül az előbbi azt eredményezte, hogy a mozgási indukcióval nem kellett számolnom. Utóbbi megkötés pedig azt volt hivatott megakadályozni egymáshoz földrajzi értelemben nagyon közel eső források ekvivalencia-problémákhoz vezessenek (lásd 4.1 fejezet).

2) A források állása mindig a helyi függőleges irányával megegyező (sugárirányú).

3) A forrásoknak kizárólag az áramerőssége változik, mégpedig időben lineárisan.

4) A Föld belső és külső magját a modellekben egy egységesen (jól) vezető gömbnek tekintettem (lásd ugyanezt például (Metman, Livermore, Mound, & Beggan, 2019) munkájában).

Az 1)-2) feltételek lehetővé tették, hogy egy tengelyszimmetrikus, 2D tartományon elvégzett szimulációs számításorozatot végezzek. Ezt az eljárást 2,5D szimulációnak is szokás hívni, mivel egy 2D geometriai elrendezés szimmetria tulajdonságát kihasználva végezhető 3D modellezés (Jacobs, van der Holst, & Poedts, 2007).

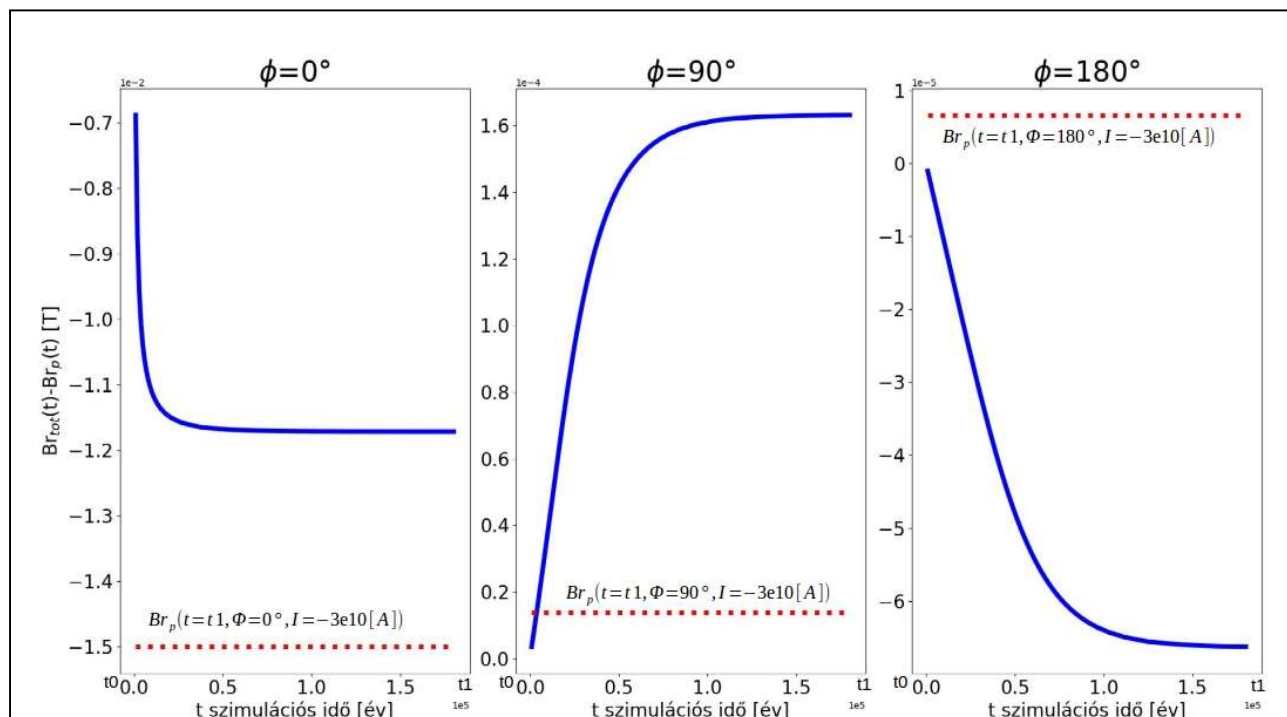
A 4) feltétel a szimulációk összeállítását és számítási bonyolultságát egyszerűsítette.

A 3) feltétel alkalmazása szintén egy, a számítási komplexitás szempontjából előnyös következménnyel járt. Így ugyanis nem kellett egy harmonikus jeleket kibocsátó forrás terét kiszámító komplex frekvenciatartománybeli indukciós problémát megoldanom (Weaver, 1994). A szimulációkban a tranziensek lecsengésével időtől és a primer forrásáram nagyságától független indukált tereket kaptam, melyek nagysága az áramváltozás ütemétől lineárisan függ. Ez azt is lehetővé tette, hogy a szimulációkat az $I_0 = 0[A]$ kezdeti forrásáram értékből indítsam el. Az áramsűrűséget a modellekben az alábbiak megfelelő alakban adtam meg:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{prim} + \mathbf{I}_{ind} = \mathbf{C}(\mathbf{r})t + \mathbf{I}_{ind}(\mathbf{r}, t) \quad 47$$

Ahol a primer forrás egy áramhurok, amelyben \mathbf{I}_{prim} áramerősség időben lineárisan változik. Ekkor a hurok környezetében egy szintén időben lineárisan változó mágneses tér keletkezik, amelynek nagysága a huroktól távolodva a vezetőképességtől függő ütemben csökken. Mivel az áramhurok a külső mágneses tér megfelelő vezető közegben foglal helyet, a közegben az időben változó mágneses tér egy összetett áramrendszert indukál ebben a jól vezető gömbi térrészben. Az $\mathbf{I}_{ind}(\mathbf{r}, t)$ hely-és időfüggő indukált áramok a Lenz törvény értelmében olyan irányúak, hogy mágneses terük csökkenteni igyekeznek az őket keltő primer mágneses fluxusváltozást. Ez azt eredményezi, hogy a köráram mágneses terét a vezető környezet a helytől függően egyúttal le is árnyékolja a távolabbi tértartományokból tekintve. A tranziensek lecsengése után kialakul egy olyan egyensúlyi állapot, amelyben a $\mathbf{C}(\mathbf{r})$ csak helytől függő áramváltozási ütemmel arányos, időben konstans indukált tereket kapunk.

Ez figyelhető meg az 6. ábrán ahol az említett egyensúlyi állapot az indukált áramok egyre csökkenő ütemű növekedésével a forrástól távolabb (nagyobb segédszélességeken) egyre később következik be. Megjegyzendő, hogy van a KMH felületnek olyan része, ahol a modelltartományban a forrástól távolodva a vezetőképesség hatására indukált tér nagysága az adott időpillanatra vonatkoztatott primer tér nagyságát meghaladja. Ez a 90° illetve a 180° szögtávolságon mért értékeket a viszonyítási alapként bejelölt primer térrel összevetve látszik.



6. ábra

A totál tér és a primer tér különbségeként előálló $B_{ind} = B_{tot} - B_{prim}$ indukciós hatás alakulása a számítási időben közvetlenül a forrás felett, attól 90° és 180° segédszélességre a KMH felületen. A szaggatott vonallal viszonyításként jelöltem a B_p primer tér szimulációs idő végére vonatkoztatott értékét a KMH felület megfelelő helyein. A forrás geometriai paraméterei $R=3e5$ [m], $z=3e5$ [m] voltak.

A szimulációsorozatban $t_e=10^6$ [év] szimulációs idő elteltével a leírt egyensúlyi állapothoz tartozó (időben állandó) indukált mágneses mező valamennyi általunk vizsgált paraméterezésű forrás esetén a KMH felület minden pontján kiépült.

Az így kapott szimuláció sorozatok eredményeire ezek után már lehetőségem nyílt polinomiális közelítő képlet illesztésével a tanító minta előállítására szempontjából kielégítő pontosságú hatásbecslést végezni. A hatásbecslésben a forrásparaméterek és az indukált terek közötti kapcsolatot voltam ily módon képes a tanító minta generálásakor minimális számítási idő alatt leképezni.

A numerikus szimuláció sorozat minden modelljében az (1-7) egyenletek alacsonyfrekvenciás ($\partial \mathbf{D} / \partial t = 0$) közelítését oldottam meg időtartományban a MUMPS megoldó algoritmus segítségével (MULTifrontal Massively Parallel Solver, 2022). A primer és a totál teret eredményező szimulációk párhuzamosan futottak, szigetelő és nagy vezetőképességű földmag feltételezésével, tengelyszimmetrikus geometriában, egy számításorozatban több különböző paraméterű köráram, mint forrás felvételezése mellett,

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad 48$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J}, \quad 49$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad 50$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad 51$$

A (48) és (50) összefüggésekben \mathbf{A} a mágneses vektorpotenciált jelöli. A modellezési tartomány Földének megfelelő méretezéséhez az alábbi sugarakat vettem fel,

$$r_{KMH} = 3,48 * 10^6 [m], r_F = 6,38 * 10^6 [m]. \quad 52$$

A földmag vezetőképességét a totálteret megadó számításokban az 1.1.3 alfejezetben leírtaknak megfelelően $\sigma = 5 * 10^5 [S/m]$ -nek választottam.

A forrást egy a kétdimenziós modellezési tartományt adott pontban döfő áramként határoztam meg, ami a forgásszimmetrikus elrendezés miatt köráramokat eredményezett a szimulációkban (10. ábra). Ezen köráramokhoz így minden modellben a teljes térbeli megoldást megkaptam.

Határfeltételként a Föld felszínére érintő irányú mágneses térkomponens eltűnését írtam elő, mivel a földmag tartományán kívül a szigetelőnek feltételezett földköpenyben az 1.1.4 alfejezetben leírtaknak megfelelően csak poloidális mágneses mezőkre számítok,

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0. \quad 53$$

Az (53) feltételben \mathbf{n} jelöli a Földfelszínre normális irányú egységvektort. A modellekben a vezetőképes földmagban kialakuló indukált áramok hatását közvetlenül a KMH felületen a radiális mágneses indukció értékeire vonatkoztatva számoltam ki. Mivel a szimulációkban a mágneses indukció vektor komponenseit tengelyszimmetrikus, hengerkoordináta rendszerben definiáltam, ezért a radiális indukció komponens,

$$B_{r_{ind}}^i(r, \phi', t) = B_{\rho_{ind}}^i(r, \phi', t) \sin(\phi') + B_{z_{ind}}^i(r, \phi', t) \cos(\phi) - B_{\rho_{prim}}^i(r, \phi', t) \sin(\phi') - B_{z_{prim}}^i(r, \phi', t) \cos(\phi') \mid r = r_{KMH}; t = t_e. \quad 54$$

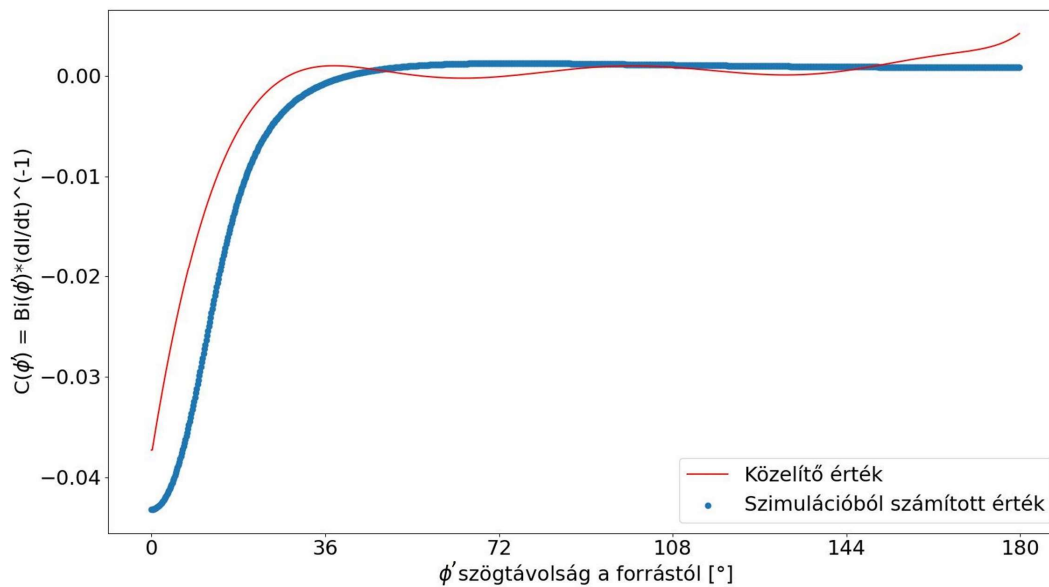
Az indukált terek (54) kifejezésből meghatározott radiális komponense és a forrásparaméterek közötti kapcsolatot közelítő polinom illesztését a python scikit-learn programcsomagjának segítségével végeztem el, amelyben a Ridge regressziót (Pedregosa, és mtsai., 2011) alkalmazva megbecsült polinom,

$$B_{r_{ind}}^i(r = r_{KMH}, \phi') \approx C_{poly}(R_i, r_i, \phi') * (dI/dt)_i, \quad 55$$

$$C_{poly}(R_i, z_i, \phi') = \sum_{j=1}^{\binom{n+3}{n}-1} \beta_j R^{l_{1j}} r^{l_{2j}} \phi'^{l_{3j}}. \quad 56$$

(Itt $l_{1j} + l_{2j} + l_{3j} = n$ és $l_{1j}, l_{2j}, l_{3j} \geq 0$, β_j pedig az illesztett polinom együtthatóit jelöli.)

A fenti (56) kifejezés $n=11$ esetében 2,2% relatív négyzetes hibával közelíti $B_{r_{ind}}^i(r = r_{KMH}, \phi')/(dI/dt)_i$ értékeit a 2. táblázat-nak megfelelő értelmezési tartomány szimulációs eredmények között interpolált pontjaiban.



7. ábra

A polinomiális közelítés és a szimulációból adódó áramváltozásra normált indukciós hatás szögfüggése $R=6e5$ [m] $z=6e5$ [m] forrásparaméterek esetén (a szimulációt ez esetben csak az interpoláció jóságának megbecsléséhez használtam fel, nem magához a polinom illesztéshez).

A végeredményben egy komplett forrásmodell totál tere a (46) és (55) formulákban leírtak felhasználásával közelíthető, az utóbbi kifejezésben lévő forgásszimmetrikus megoldásnak a forrás koordinátarendszeréből a globálisba történő áttranszformálását követően,

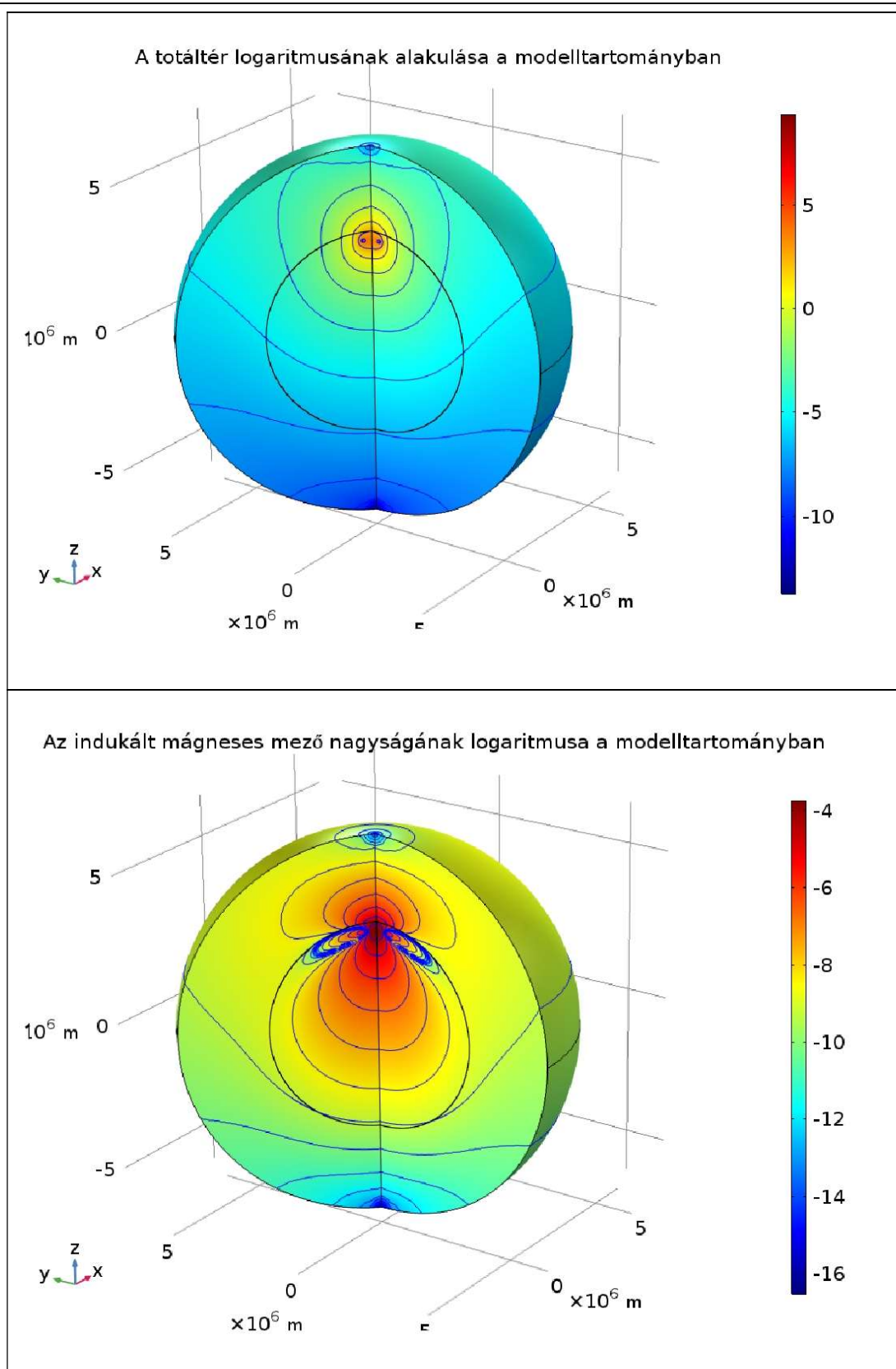
$$\begin{aligned}
B_{r_{tot}}(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda) &= \\
&= \sum_{i=1}^N B_{r_{prim}}^i(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda) + B_{r_{ind}}^i(r = r_{KMH}, \phi_i' = \arccos(\mathbf{r}\mathbf{r}_{0i}/(r r_{0i}))) \\
&= \sum_{i=1}^N B_{r_{prim}}^i(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda) + B_{r_{ind}}^i(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda).
\end{aligned} \tag{57}$$

Az (57) egyenletben \mathbf{r}_{0i} jelöli az adott forrás középpontjához tartozó helyvektort, \mathbf{r} pedig a KMH felület adott pontjának helyvektorát. A forrás tengelyéhez képesti ϕ_i' segédszélességet a forrás koordinátarendszerében megadott (55) megoldások átszámításakor így $[0, \pi]$ intervallumon a szögek koszinuszából ki tudtam számítani helyvektorok skalárszorzatát véve. Megoldásul így a (46) eredményben kapott Mercator térkép indukált térrel korrigált változatát kaptam (9. ábra).

Az így elkészült szimuláció sorozat egy teljes eredményének a modelltartomány z tengely körüli megforgatásával előállt képét mutatja be a 8. ábra, amelyen a mágneses mezők nagyságát ábrázoltam. Ezen az látszik, ahogy a mag vezetőképességének megfelelő jól vezető gömbön áthatolva a mágneses erővonalak elhajlanak, az indukált mágneses mező pedig a forrás közelében a legerősebb. Mivel az indukált tér előjele növekvő áram esetén negatív, az egy pozitív primer terű forrás 2.3 fejezetben tárgyalt konstans áramú modellel számított mágneses mezőjét a forráshoz közeledve lecsökkenti, attól távolodva pedig az 6. ábrán látottaknak megfelelően kissé megnöveli. Ennek eredményeként egy az eredeti (primer) térhez képest simább lefutású, 'elmosódottabb' totál tereket kapunk.

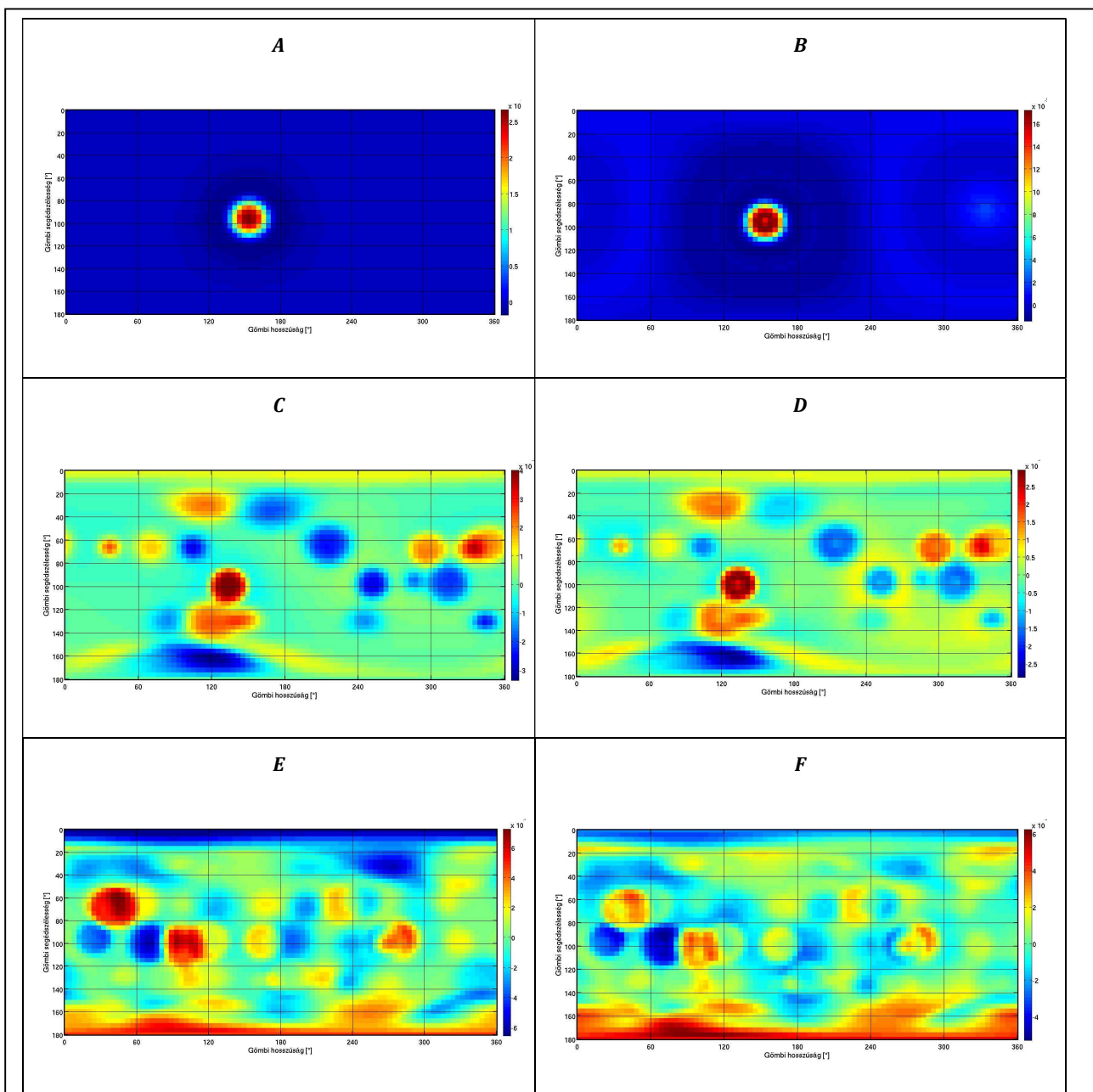
Az, hogy az indukált tér növeli vagy csökkenti-e a primer tér abszolút nagyságát egy adott helyen, ebben a megközelítésben a $(dI/dt)_i$ áramváltozási ráta előjelétől és a $B_{r_{prim}}^i(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda)$ primer tér előjelétől függ.

Mindez megfigyelhető még a 9. ábra generált térképsorozatán is, amely először 1, majd 25 és 100 darab felvett forrás esetén veti össze a szintetikus modellekben KMH felületre a direktfeladatokban a (46) megoldással számított $B_{r_{prim}}$ és a (57) megoldással számított $B_{r_{tot}}$ radiális mágneses mező értékek térképeit. Ennek a szintetikus térképsorozatnak a kiszámításakor $(dI/dt)_i$ áramváltozást mind i forrás primer áramával ellentétes előjellel vettem fel. Ez azt eredményezte, hogy a baloldali (A,C,E) ábraszorozatban látható primer terekhez képest a jobboldali (B,D,F) ábraszorozaton kevésbé éles, kiterjedtebb anomáliákat kaptam. Ehhez hasonló jelenség tapasztalható a klasszikus mágneses diffúziós közelítés folyamatának során is, amikor a mágneses mező az \mathbf{I}_{prim} forrásáram azonnali lekapcsolásával időben lecseng, eközben térben kiterjedtebbé válik (a Laplace operátor hattatása miatt, lásd: 2.6).



8. ábra

A kiépült totáltér és az indukált tér eloszlása egy köráram körül a modelltartományban az egyensúlyi állapot beálltával.



9. ábra

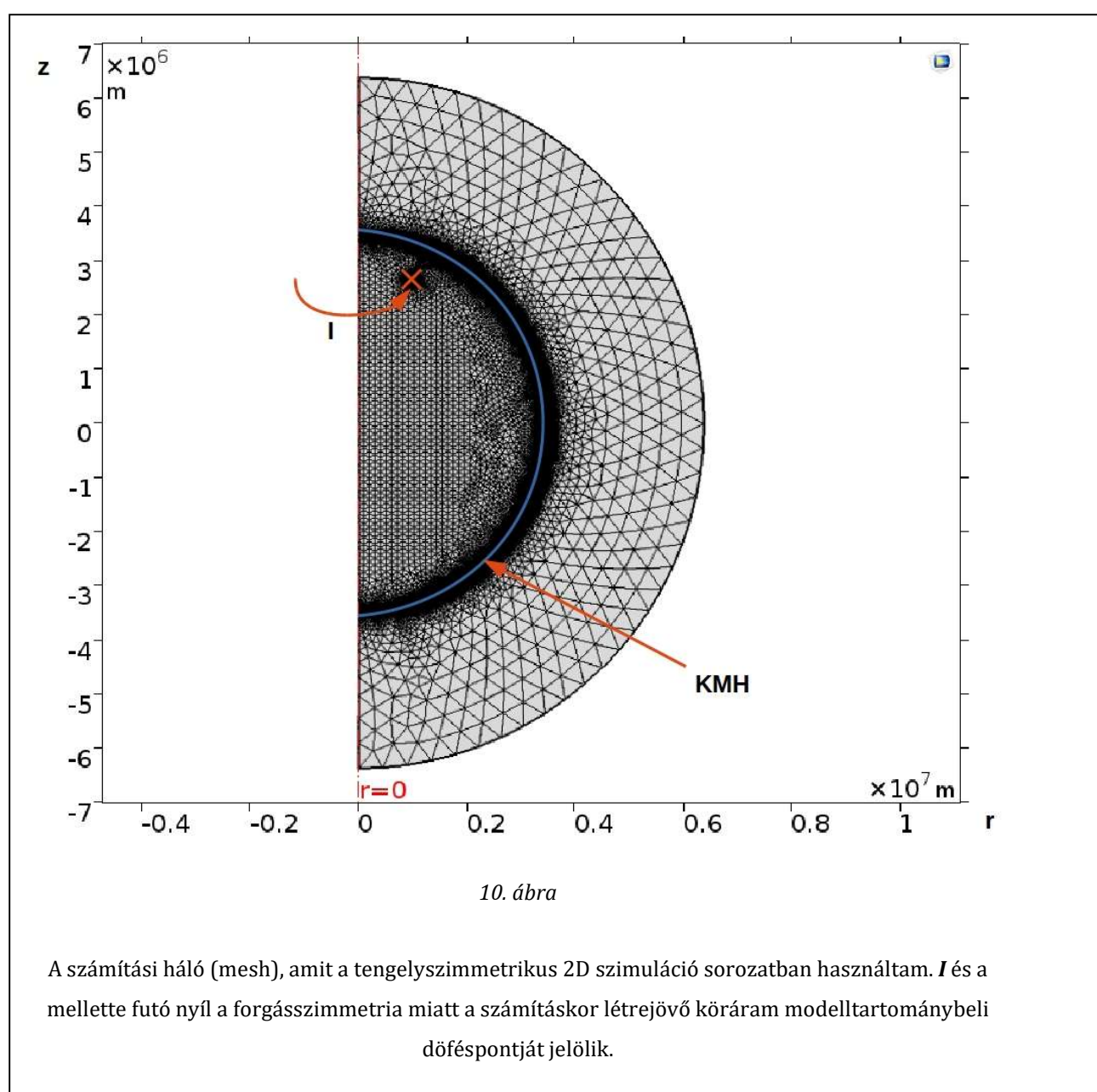
A KMH felületre kiszámított primer (A,C,E) és totál (B,D,F) mágneses terek sorban (1db,25db,100db) forrást véletlenszerű felvételezésével

2.5A modellek validációja és a végeleemes számítási háló

A COMSOL program véges elem módszerrel számította ki az (54) képletnek megfelelő, egyedi források indukált terére vonatkozó megoldásokat. A számítási háló méreteinek beállításánál irányadó értéként ugyanakkor a véges differenciás szimulációknál használt elemméret-időlépés összefüggést (Courant kritérium) alkalmaztam (Dutykh, 2016). Ez a klasszikus mágneses diffúziós problémára ((16) összefüggés) a következő kapcsolatot adja Δt időbeli és Δx térbeli lépések között,

$$\Delta t \leq \sigma \mu \Delta x^2 / 2. \quad 58$$

Az (58) kapcsolat $\Delta t = 3,15 * 10^7$ [s] (1 év) minimális időlépés esetén $\Delta x = 3200$ [m] minimális

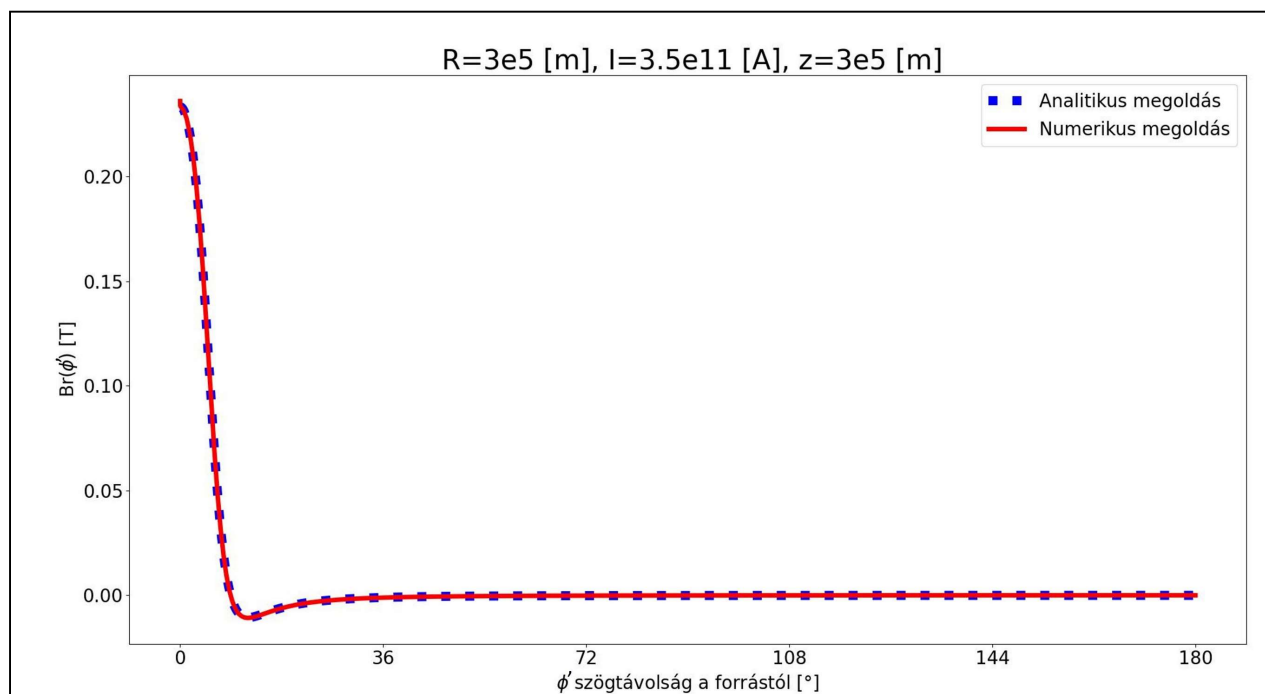


rácselem-méretet eredményez.

Azt, hogy a numerikus modellszámítások korrekt közelítését adják a jelenségnek, részben kvalitatív összehasonlítással tudom alátámasztani:

Jellegében a 2.6-ban leírthoz hasonló folyamatot adja eredményül a (Weaver, 1994)-ban tárgyalt elméleti probléma is, melyben a forrásáram változásának megszűnésével a tranziensek, lecsengését követően a statikus primer tér adódik vissza.

Másrészt szigetelőnek feltételezve a földmagot a szimuláció eredményében kapott totál teret a 2.3 fejezetben bemutatott analitikus megoldással összevetve tudtam ellenőrizni. A 11. ábra igazolja, hogy a két megoldás a KMH felületre számítva nagy pontossággal megegyezik az általam generált forrásparaméterek nagyságrend-tartományában.



11. ábra

Az analitikus és a numerikus megoldás radiális mágneses mezőjének összevetése szigetelő mag feltételezése mellett a fent jelölt forrásparaméterekkel felruházott köráram esetén a KMH felületen.

2.6 A mágneses diffúzió hatásának alternatív leírása

Felmerülhet az olvasóban, hogy van-e lehetőség arra, hogy a forrásáramok által keltett mágneses mezők indukált terét is közvetlenül analitikusan származtassuk. A (Gubbins, 1996) és (Metman, Livermore, Mound, & Beggan, 2019) által bemutatott megoldás szolgáltat ilyen lehetőséget abban az esetben, ha valamely tetszőleges mágneses mező radiális komponense úgy változik meg a diffúzióval egy gömbfelületen adott idő alatt, hogy a mágneses advekción (és vele a primer áram) jelenléte nem lineárisan változik, hanem teljesen megszűnik a rendszerben, mintha a forrásokat hirtelen 'lekapcsolnánk'. Ez formálisan az 1.2.1 alfejezetben leírtaknak megfelelően a (13) egyenlet megoldását jelenti azon megkötésekkel, hogy nincs anyagáramlás és nincsenek a KMH felületén átjutó \mathbf{J}_{pol} (poloidális) áramok

$$\mathbf{J}_{pol} := 0 \quad 59$$

$$\mathbf{u} = 0 \quad 60$$

Azaz (59) feltételből következően az 1.1.4 alfejezetben már említett módon:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{pol} = \nabla \times \nabla \times P(r, \phi, \Lambda, t) \mathbf{r} \quad 61$$

(60) feltételből következően (13) egyenlet felhasználásával pedig:

$$\partial_t \mathbf{B}_{pol} = \eta^* \Delta \mathbf{B}_{pol} \quad 62$$

ami egy közös operátor bevezetésével átírható

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \eta^* \Delta \right) (\nabla \times \nabla \times P \mathbf{r}) = 0. \quad 63$$

A (63) egyenlet megoldásai olyan l fokú és m rendű gömbi harmonikus függvények (lásd még 1.1.4), melyekben

$$P(r, \theta, \phi, t) = \sum_l \sum_m [p_l^m(r, t) Y(\phi, \Lambda)], \quad 64$$

és ezt felhasználva belátható, hogy

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \eta^* D_{lm}^2 \right) r p_l^m(r, t) = 0, \quad 65$$

ahol D_{lm}^2 operátor $f(r)$ gömbközépponti távolságtól függő bármilyen függvénnyel az alábbi műveletet végzi el,

$$D_{lm}^2 f(r) = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) f(r). \quad 66$$

A $p_l^m(r, t)$ együtthatók $t = 0$ -ra megkaphatók:

$$p_l^m(r = r_{KMH}, t = 0) = \frac{1}{l(l+1)} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} B_r(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda) Y_l^{-m}(\phi, \Lambda) \sin(\phi) d\phi d\Lambda \quad 67$$

a fenti (67) kifejezés pedig (Metman, Livermore, Mound, & Beggan, 2019) alapján az ún. Galerkin polinomok bázisán az $\xi_{lm}^n(r) = A_{lm}^n \Psi_{lm}^n(r/r_{KMH})$ súlyozott Jacobi polinomokkal (Livermore, 2010) közelíthető korrekten,

$$p_l^m(r_{KMH}, t = 0) = \frac{1}{r_{KMH}} \sum_n \xi_{lm}^n(r = r_{KMH}) q_{lm}^n = \frac{1}{c} \sum_n A_{lm}^n \Psi_{lm}^n(1) q_{lm}^n. \quad 68$$

A teljes időfüggő megoldás p_l^m együtthatói q_{lm}^n együtthatók becslése után nyerhető:

$$p_l^m(r_{KMH}, t) = \frac{1}{r_{KMH}} \xi_{lm}^n(r) e^{\eta^* \mathbf{H}_{lm}(t-t_0)} q_{lm}^n, \quad 69$$

melyben \mathbf{H}_{lm} mátrix a D_{lm}^2 operátort a $\xi_{lm}^n(r)$ polinom értékeire hattatva adódik,

$$\mathbf{H}_{lm} := H_{lm,ij} = \langle D_{lm}^2 \xi_{lm}^i(r), \xi_{lm}^j(r) \rangle, \quad 70$$

ahol (67) miatt

$$B_r(r_{KMH}, t) = \frac{1}{r_{KMH}} \sum_l \sum_m l(l+1) p_l^m(r_{KMH}, t) Y_l^m(\phi, \Lambda). \quad 71$$

A gömbi harmonikus módusok ortogonalitása lehetőséget ad \mathbf{A} és $\mathbf{\Psi}$ mátrixok meghatározására, ugyanis:

$$\mathbf{B}_\alpha^n = \nabla \times \nabla \times (\xi_\alpha^n Y_\alpha \hat{\mathbf{r}}) \quad 72$$

$$\int_{R^3} \mathbf{B}_\alpha^n \mathbf{B}_\beta^p dV = \langle \xi_\alpha^n, \xi_\beta^p \rangle = \langle A_{lm}^n \psi_{lm}^n, A_{jk}^i \psi_{jk}^i \rangle = 0. \quad 73$$

(72) és (73) felhasználásával \mathbf{A} és $\mathbf{\Psi}$ mátrixok elemei az alábbi összefüggés segítségével becsülhetők,

$$(\mathbf{A}\mathbf{\Psi})^2 - \mathbf{A}\mathbf{\Psi}\mathbf{I} = 0. \quad 74$$

(74) részletesebb levezetése (Metman, Livermore, Mound, & Beggan, 2019) munkájában megtalálható.

Mindez arra teremthetne lehetőséget, hogy egy tetszőleges kezdeti mágneses mező (akár egy egyedi

forrás, akár a források összegzett statikus tere) időbeni lecsengését közelítsük az egységesen jól vezető gömbnek tekintett földmagban, és az egyes forrásokra eső áramváltozási ütemek helyett diffúziós időket becsüljünk. A problémát ezzel a megközelítéssel esetemben a radiális mágneses komponens alakulását leíró (71) összefüggésben szereplő p_{lm}^n együtthatók közelítéséhez használt q_{lm}^n értékek becslése jelenti, mivel azok csak a mágneses mezőhöz forrásmodellként (vagy forrásonként!) külön-külön történő illesztéssel adhatók meg. Ez a tanító minta összeállításánál rendkívüli számítási idő növekedéssel járt volna a jelenleg rendelkezésemre álló számítási kapacitás mellett.

3. A gépi tanuló rekonstrukciós algoritmus leírása

3.1 Miért van szükség gépi tanulásra a rekonstrukcióhoz?

Az 1.3.2 alfejezetben leírtaknak megfelelően, ha a forrásmodellemet olyan komplexitásúvá szeretném alakítani, hogy azzal esélyem legyen információt nyerni a magban zajló folyamatokról, akkor azzal a nehézséggel is szembe kellett néznem, hogy valamennyi forrásparaméter együttes inverziója (a lokális optimumok elkerülése végett) hagyományos módszerekkel (Liu & Xiong, 2018) csak olyan korlátozások bevezetésével képes stabil megoldást szolgáltatni - pl. fix mélységben lévő rács pontjai mentén veszünk csak fel forrásokat (Saturnino, és mtsai., 2018) - amelyek kizárták volna egy fizikailag releváns globális megoldást. A gépi tanuló algoritmusok lehetővé teszik számunkra, hogy a fenti példánál jóval lazább és realiztikusabb megkötések mentén legyünk képesek forrásparaméterek együttes inverziójára. Lényeges azonban ehhez azt is hozzátenni, hogy általánosságban csak adott felületen ismert vektormező térben és időben változó forrásainak teljes rekonstrukciója kezelhetetlen feladat lenne. Ehhez feltétlen szükséges a 2.2 fejezetben felhasználthoz hasonló a priori ismeretek, valamint a 2.4 fejezetben alkalmazottnak megfelelő megkötések beépítése.

3.2 A probléma megoldásához alkalmazott képfeldolgozó neurális háló

A konvolúciós mélyneuronhálók olyan gépi tanuló algoritmusok, amelyek általánosságban különösen hatékonyak bizonyulnak képfeldolgozási problémák megoldásában (Krizhevsky, Sutskever, & Hinton, 2017). A 2. fejezetben leírt direktfeladatból a forrásparaméterek visszabecslése kezelhető ilyen problémaként, tekintve, hogy a számítások eredményeiből Mercator térképek készülnek, és a keresendő forrásparaméterek értékeinek földrajzi eloszlásai szintén térképi, azaz képi formába alakíthatók.

Az én esetemben ez egy speciális képfeldolgozási problémához, ún. képszegmentációhoz vezet (Shapiro & Stockman, 2001), amely pixelpontos objektum behatárolást jelent egy adott képen, valamilyen, az objektummal összefüggő tulajdonság azonos felbontású képének felhasználásával. Ilyen jellegű feladatok elvégzésére fejlesztették ki a UNet konvolúciós neurális hálózattípust (Ronnenberger, Fischer, & Brox, 2015), amely esetemben az alábbiakban részletezett felépítéssel rendelkezett.

A neurális háló alapvető építőeleme az úgynevezett teljesen összefüggő vagy fully connected réteg (FCR).

Ennek számítási folyamata az \widehat{Par} becsült adatokat mindig a d normalizált bemeneti adatok (75) transzformációjával analóg módon állítja elő. E számítás során minden következő rétegbeli neuron az összes megelőző rétegbeli neuron W hálózatsúlyokkal súlyozott összegének függvényét kapja meg. Ez például 2 réteg esetén:

$$\widehat{\mathbf{Par}} = f(z_3) = f(W_2 a_2) = f(W_2 f(W_1 d)) \quad 75$$

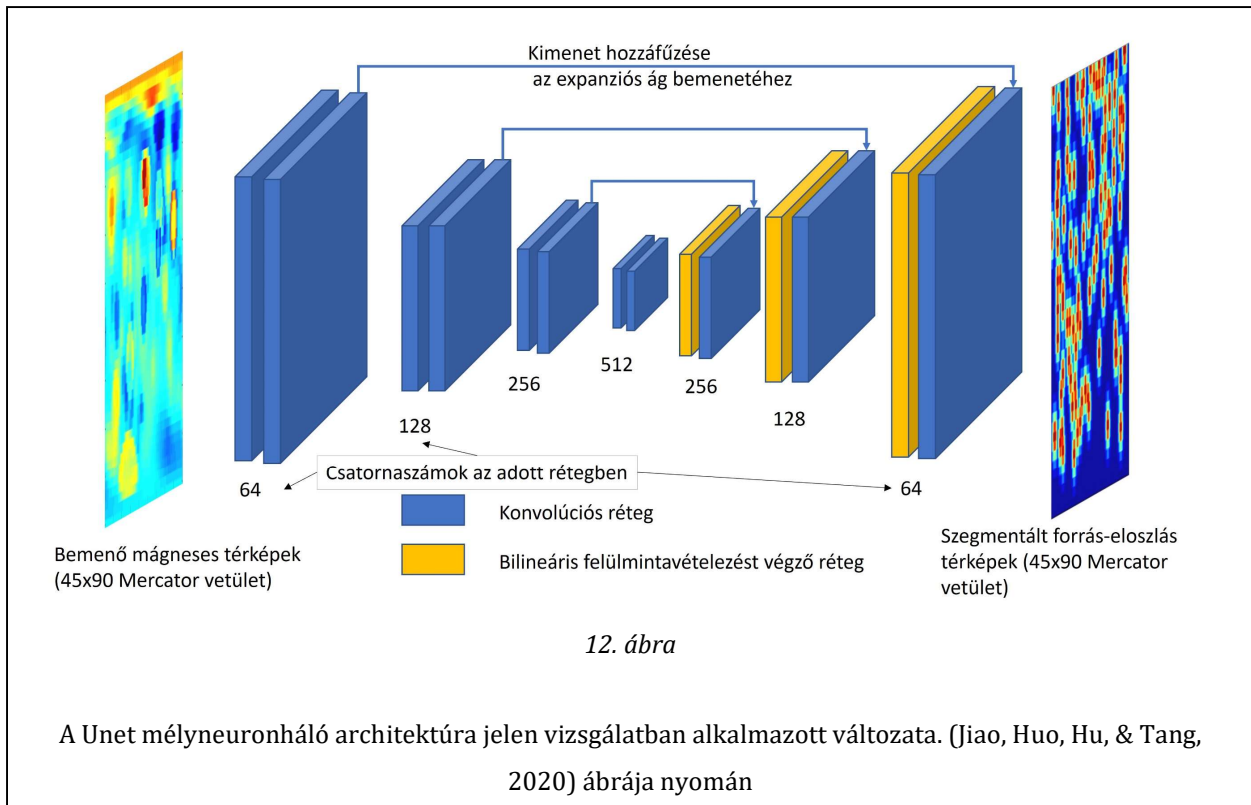
f vektort vektorba képező, aktivációnak is nevezett függvényt leggyakrabban az úgynevezett szigmoidális leképezés vagy a RELU (Rectified Linear Unit) leképezés szolgáltatja (Fukushima, 1969) (lásd az alábbi (76) felírást).

$$f(x) = \max(0, x) = \text{RELU VAGY } f(x) = 1/(1 + e^{-x}) = \text{SZIGMOID} \quad 76$$

A $\widehat{\mathbf{Par}}$ becült kimenet (75) műveletben értelmezhető a források KMH felületre vonatkoztatott pozíciójának (földrajzi) eloszlásaként, illetve általánosabban az összes többi forrásparaméter becült földrajzi eloszlásaként is.

A konvolúciós rétegben egy a (75) számításhoz hasonló eljárás (kernel) fut végig bemenő eloszlás-térkép megadott méretű szeletein két dimenzióban, mindig adott lépésközzel eltolva (Krizhevsky, Sutskever, & Hinton, 2012). Ennek során lényegében a bemenő adattömb (kép) észlelési helyétől függetlenül képes az algoritmus egy kép jellemzőit azonosítani (ezt a szakirodalom eltolási invarianciának nevezi - (Goodfellow, Bengio, & Courville, 2016)). Aszerint, hogy hány független képet kap meg így a hálózat, illetve hány szegmentált képet kell visszaadnia, harmadik dimenzióként minden rétegben több bemenő csatorna is megadható, melynek jellemzőit a hálózat a tanítás során egymástól függetlenül, egyedileg becsüli (Zheng, Liu, Chen, Ge, & Zhao, 2014).

A UNet architektúrában ezen konvolúciós rétegek egymásba ágyazásának segítségével egy kompressziós ág gyűjti össze a képjellemzőket és sűríti ezeknek a célérték optimalizálása szempontjából leglényegesebb elemeit alacsonyabb dimenziószámú tömbökbe (ezt reprezentációnak nevezik). Az így kapott belső reprezentáció egy expanziós ágon skálázódik vissza bilineáris felülmintavételezés segítségével a kompresszióknak megfelelő lépéseken keresztül az eredeti kép felbontására, amely valamennyi becülendő paraméterre vonatkozólag kiadja a leszegmentált becült eloszlás-térképeket. Ezt még egy olyan eljárás is külön segíti, amelynek során a kompressziós ág megfelelő lépésének kimenő reprezentációját betáplálja az expanziós ág megfelelő bemenetére (lásd 12. ábra).



3.3 A probléma megoldásához alkalmazott genetikus algoritmus

A képszegmentációt végző neurális hálózatok adatfeldolgozásának kimenete a 12. ábrán vázolt folyamatnak megfelelően mindig képként áll elő. Ahhoz, hogy vizsgálataim során ebből tényleges rekonstruált fizikai modelleket tudjak előállítani, egy másik típusú gépi tanuló eljárás segítségét vettem igénybe.

A genetikus algoritmusok olyan, a biológiai evolúció folyamata által inspirált programok, amelyek képesek arra, hogy nagy számú változót tartalmazó, fix paramétertérben globális optimalizációt hajtsanak végre (Pearl, 1984) (Herrera, Lozano, & Verdegay, 1998) (Ma, és mtsai., 2019). Ahhoz, hogy az inverziós eljárás végeredményeként a modell valamennyi forrásparaméterének együttes becslése megvalósulhasson, én egy valós kódolású, többpopulációs genetikus algoritmust fejlesztettem ki, amivel elvben a kezdeti pozíciók és a források számának meghatározását követően az összes forrásparaméter becsülhető. A forrásparaméterek módosítását az algoritmus lefutása során logaritmikus skálán végeztem a (77) átalakításnak megfelelően.

$$\mathbf{Par}_i = \begin{bmatrix} \log(\phi_i) \\ \log(\Lambda_i) \\ \log(r_i) \\ \log(R_i) \\ \log(I_i) \\ \log(\theta_i) \\ \log(\lambda_i) \end{bmatrix} \quad 77$$

A fenti transzformációt abban a formájában, amely még az összes forrásparaméter terében keres optimumot, csak a kezdeti teszt algoritmusban kellett használnom. Ez esetben még semelyik forrásparaméter nem lehetett negatív, mivel az egyedi források mágneses mezőinek irányát azok θ_i , λ_i állásszögeinek segítségével adtam meg. A valós tér rekonstrukciójánál használt finomított algoritmus implementációban a genetikus inverzió keresési folyamata közvetlenül már csak a $[\log(\phi_i), \log(\Lambda_i)]$ földrajzi szélesség és hosszúság értékek logaritmusait változtatta meg (lásd a 3.9 fejezetet).

Általánosságban, noha ez a megoldás paraméterekre való érzékenységtől is függ, elmondható, hogy a logaritmikus transzformáció stabilabb és gyorsabb minimalizálást eredményezett.

Az algoritmusban iterációs lépésenként mindig több száz direktfeladat fut le párhuzamosan. Egy megoldás a genetikus algoritmusok terminológiájában egy populáció egy adott egyedét jelenti, melynek forrásparamétereit az alábbi lépések sorozatával változtatom.

Kezdetben a 2.2 alfejezetben lehatárolt paramétertérben belül véletlenszerűen megválasztott értékekkel generálok le $N_{egyed} * N_{pop}$ megoldást, ahol N_{pop} a populációk számát, N_{egyed} az adott populációban lévő

egyedek számát jelöli.

Ezután a program a szelekciós fázis elején kiszámítja minden egyedre vonatkozólag a megoldás keresett célértéktől való eltérését a (98) képletnek megfelelően.

Ezután a célértékeket rangsorolva és lineárisan transzformálva (fitnessz érték) választódnak ki az egyedek, minél jobb illeszkedést produkáltak, annál nagyobb valószínűséggel (Baker, 1985).

$$fitness(Pos) = 2 - SP + 2(SP - 1)(Pos - 1)/(N_{egyed} - 1) \quad 78$$

A fenti (78) összefüggésben Pos az adott egyednek (fizikai modellnek) a populáción belül az adott lépésben előállt összes modell (98) célérték szerinti sorba rendezésében elfoglalt helyét jelöli, SP szelekciós nyomásnak is nevezett paramétert én 2-nek választottam meg.

Valós kódolású algoritmusról lévén szó, a keresztezés vagy rekombináció során az egy adott populációban lévő egyedek (**Par**) paramétereit a (79) képletnek megfelelően (Picek, Jakobovic, & Golub, 2013) kombináltam össze.

$$(\mathbf{Par}(N_{ind_1}, gen + 1) | pp_{rek} = 1) = \chi \mathbf{Par}(N_{ind_{sz1}}, gen) + (1 - \chi) \mathbf{Par}(N_{ind_{sz2}}, gen) \quad 79$$

Itt N_{ind_1} , $N_{ind_{sz}}$, $N_{ind_{sz2}}$, minden adott populáción belül 1 és N_{egyed} közötti véletlen számok, gen az adott generációt (iterációs lépés számát) jelöli, χ pedig 0 és 1 közötti véletlen szám.

A keresztezés valószínűségét a kiválasztott egyedek között $p(pp_{rek} = 1) = 0.6$ - nak határoztam meg.

A mutációs lépésben az adott egyed paramétereit valós kódolás esetében egy megadott mutációs rátának megfelelő valószínűséggel változnak meg véletlenszerűen a (Mühlenbein & Schlierkamp-Voosen, 1993)-munkájában találhatóhoz hasonlóan megadott módon.

$$(\mathbf{Par}(N_{ind_{mut}}, gen + 1) | pp_{mut} = 1) = \mathbf{Par}(N_{ind_{mut}}, gen + 1) + \beta_1 (\mathbf{Par}_{max}(N_{ind}) - \mathbf{Par}_{min}(N_{ind})) \sum_{j=1}^a \beta_2 \beta_3^{-j} \quad 80$$

(80) felírásban a mutáció $p(pp_{mut} = 1) = 0.02$ valószínűséggel valósult meg, β_1 -1 és 1 közötti véletlen szám, β_2 olyan a elemű véletlen számsorozat, melyben $p(\beta_2_j = 1) = 1/a$, $\beta_3 = 1.4$ (saját beállítás) és $a = 20$ a mutációs hatás legkisebb lehetséges mértékét határozza meg. $\mathbf{Par}_{max}(N_{ind})$ és $\mathbf{Par}_{min}(N_{ind})$ az éppen változtatott paraméter 2.2 fejezetben megállapított megfelelő szélsőértéke.

Fontos megjegyezni ugyanakkor, hogy a fent felsorolt lépések hatását az eljárás során mindig

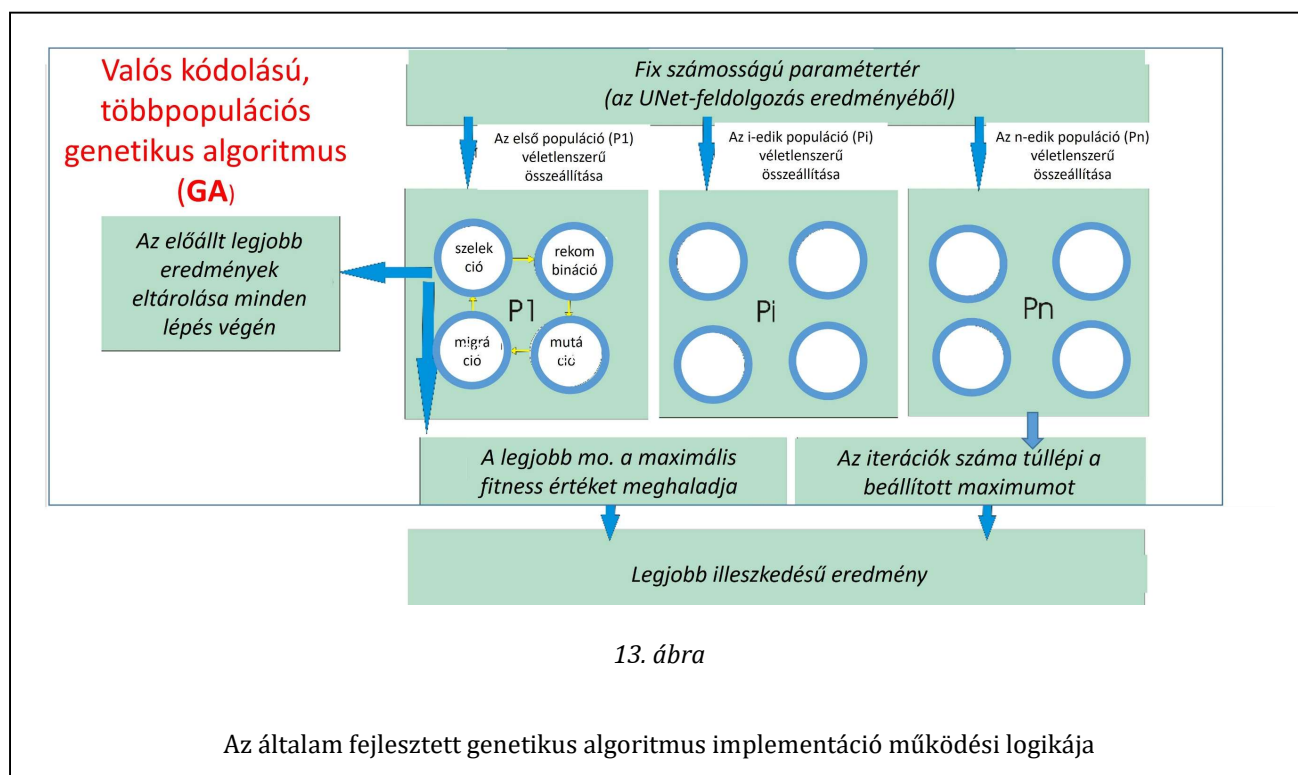
bekorlátoztam a paraméter tartomány szélsőértékei közé.

$$HA: \mathbf{Par}(N_{ind}, gen) > \mathbf{Par}_{max}(N_{ind}) \text{ AKKOR: } \mathbf{Par}(N_{ind}, gen) = \mathbf{Par}_{max}(N_{ind}) \quad 81$$

$$HA: \mathbf{Par}(N_{ind}, gen) < \mathbf{Par}_{min}(N_{ind}) \text{ AKKOR: } \mathbf{Par}(N_{ind}, gen) = \mathbf{Par}_{min}(N_{ind}) \quad 82$$

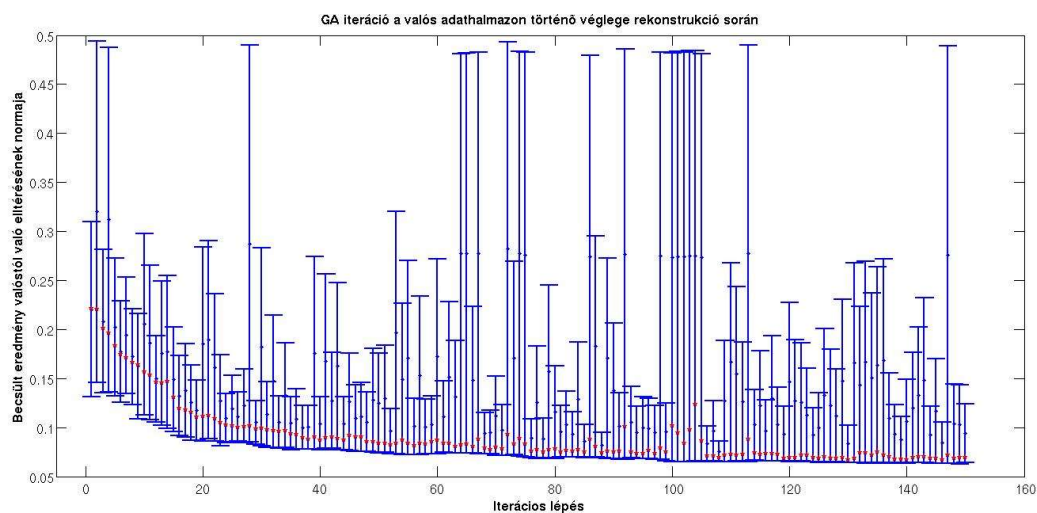
A mutációs folyamaton átesett egyedek összessége képezte a következő iterációs lépés kiinduló populációit, melyeket egy megadott lépésszámonként egymás között is lecseréltem a populáció 4%-ának megfelelő arányban. Ezt az algoritmikus logikát, melyben a populációk evolúciója megadott iterációs lépésközéig elkülönítetten zajlik párhuzamosan, hogy azután adott aránynak megfelelően bizonyos egyedek közöttük kicserélődhessenek, többpopulációs genetikus algoritmusnak, a kicserélődési folyamatot pedig migrációnak nevezik (Grefenstette, 1981). Az ilyen típusú genetikus algoritmus implementációk előnyös következménye, hogy nagyobb valószínűséggel kerülnek el azt, hogy kis számú iterációt követően az eljárás legjobb eredményei a paramétertér lokális minimumhelyének környezetében megrekedjenek (Shi, Long, Li, & Deng, 2020).

A vizsgálat során használt teljes genetikus algoritmus implementáció működési logikáját foglalja össze a 13. ábra.



A globális értelemben optimális megoldás eléréséhez tipikusan a valós adathalmaz esetében több 100-1000 iterációs lépésre volt szükség. A 14. ábra diagramján ábrázoltam az 3.11 fejezetben NRMS-ként megadott illeszkedés értékek alakulását egy a valós geomágneses mező végső rekonstrukciójához szükséges iteráció első 150 lépése során. Itt a hibasávok az összes populációban előforduló legjobb és

legrosszabb illeszkedést jelölik, a hibasávok között jelölt pontok pedig az átlagos illeszkedést mutatják. A GA egy érdekes tulajdonsága figyelhető meg ezen az ábrán: a megoldások jelentős javulását rendre az illeszkedési hibák populációkon belüli szórásának és az átlagos hibáknak jelentős növekedése előzi meg (Carr, 2014).



14. ábra

A GA iteráció első 150 lépésének alakulása a valós térhez illesztett forrásmodell rekonstrukciója során. A kék sávhatárok mutatják az adott lépés legjobban és legrosszabbul 'teljesítő' egyedét, a piros pontok pedig az átlagos normált illeszkedési hibát az iteráció összes egyedére számítva.

3.4 A kezdeti (teszt) rekonstrukciós algoritmus felépítése

Mielőtt bármilyen valós adaton rekonstrukciót végeztem volna, azt az alap kérdést kellett megválaszolni, hogy az elvi rekonstrukciós probléma, amely köráramok együttes teréből próbálja azok eloszlását, paramétereit meghatározni, megoldható-e. Ehhez a vizsgálat első szakaszában olyan kétlépcsős algoritmust állítottam össze, amely egy egyszerűbb UNet architektúra használatával kizárólag a források földrajzi eloszlásának meghatározását végzi el. Ennek az első lépésnek a folyamatként egyszerre kapok információt a források pozíciójáról és számáról a vizsgált modellben.

A földrajzi forrás-eloszlásból egyértelmű \widehat{p}_{loc} kezdeti értéket a második lépcsőben használt GA számára úgy adtam, hogy a forráspozíciókra a UNet által becsült eloszlás térkép gradienseinek minimum helyeit jelöltem ki ($[\phi_{loc_i}, \Lambda_{loc_i}] = (\phi, \Lambda): \nabla \widehat{p}_{loc}(\phi, \Lambda) < \epsilon, \epsilon = 10^{-3}$ numerikus hibahatárt alkalmazva ez mindig az adott $\widehat{p}_{loc}(\phi, \Lambda)$ térkép lokális szélsőérték-helyeit szolgáltatja). Ezt követően az így már behatárolt dimenziószámú paramétertérben történik meg a teljes forrásmodell rekonstrukciója a GA implementáció segítségével (lásd: 3.3 fejezet).

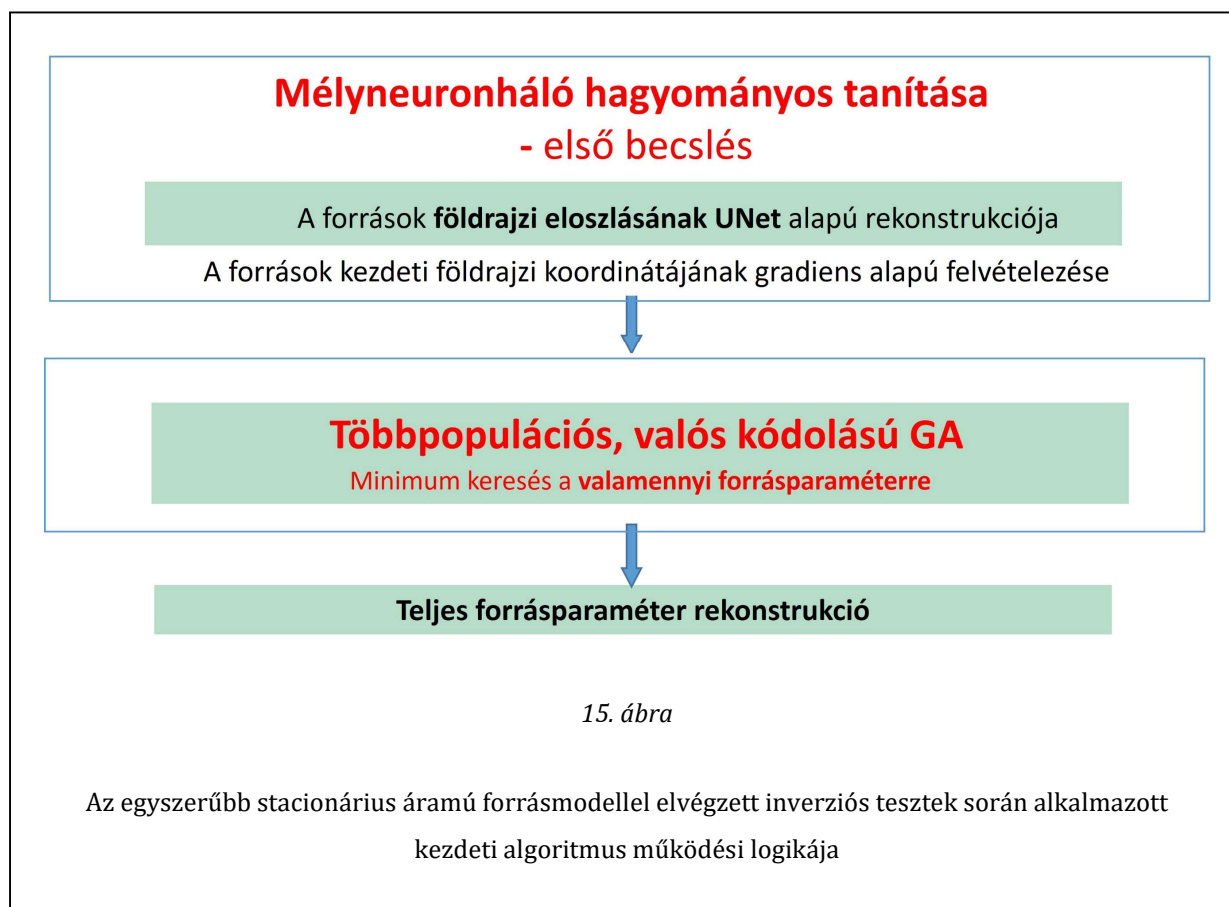
Az itt alkalmazott UNet hálózat még egyszerűbb felépítéssel rendelkezett, az egy betáplált radiális mágneses mező térképet és egy keresett eloszlást meghatározó egyetlen be- és kimenő csatornán négy réteget tartalmazott, amelyek rétegenként 64, 128, 256 and 512 neuront foglaltak magukban (a 3.2 fejezet 12. ábrája még ezt az egyszerűbb hálóstruktúrát mutatja). Ezt a python pytorch keretrendszerének segítségével építettem fel (Paszke, és mtsai., 2019).

A genetikus algoritmust, amelyet mind a kezdeti, mind a végleges inverziós programban felhasználtam MATLAB programnyelven írtam meg (© 1994–2022 The MathWorks, Inc.), és a logika, melyet megvalósít hasonló a MATLAB beépített változatához.

A kezdeti inverziók során iterációnként 16, egyenként 32 megoldást tartalmazó populáció paraméterezése változott és számított ki újra (ez lépésenként 512 direktfeladat megoldás kiszámításával járt) a 3.3 fejezetben leírt módon és beállításokkal.

Ez populációnként párhuzamosan számítva a direktfeladat megoldásokat 4-5 nap számítási időt vett igénybe 32 processzormag használatával.

A kétlépcsős inverziós keretrendszer teljes felépítését hivatott illusztrálni a 15. ábra.



Ennek a kezdeti módszernek az eredményeit az 4.1 fejezetben egy szintetikus (teszt) adathalmazon mutatom be, amelyben a mag vezetőképességének hatását, és a források terének időbeli változását még nem vettem figyelembe, azaz csak a 2.3 fejezetben leírt konstans áramú forrásokat feltételező direktfeladat megoldást használtam.

3.5 A kezdeti (teszt) tanító adathalmaz összeállítása

A UNet tanítás tesztjéhez kezdetben generált, csak szintetikus modelleket tartalmazó tanító mintában mindössze 5-15 darab között véletlenszerűen változó számosságú forrást vettem fel, a 2.2 fejezetben felállított határok között teljesen véletlenszerűen változtatva a felvett források paramétereit. A tanító minta bemenő adathalmazát itt a stacionárius áramú forrásmodellek $B_{r_{prim}}(r = r_{KMH}, \phi, \Lambda)$ radiális mágneses mezőinek térképe, a kimenő (cél-) adathalmazt pedig kizárólag a források $P_{loc}(\phi, \Lambda)$ földrajzi eloszlásának térképe képezték.

A tanítóminta célváltozóját képező földrajzi eloszlás-térképeket a következő eljárás segítségével készítettem el.

A források ismert pixelkoordinátáit felhasználva felvételeztem egy olyan ritka mátrixot, mely 1 értéket

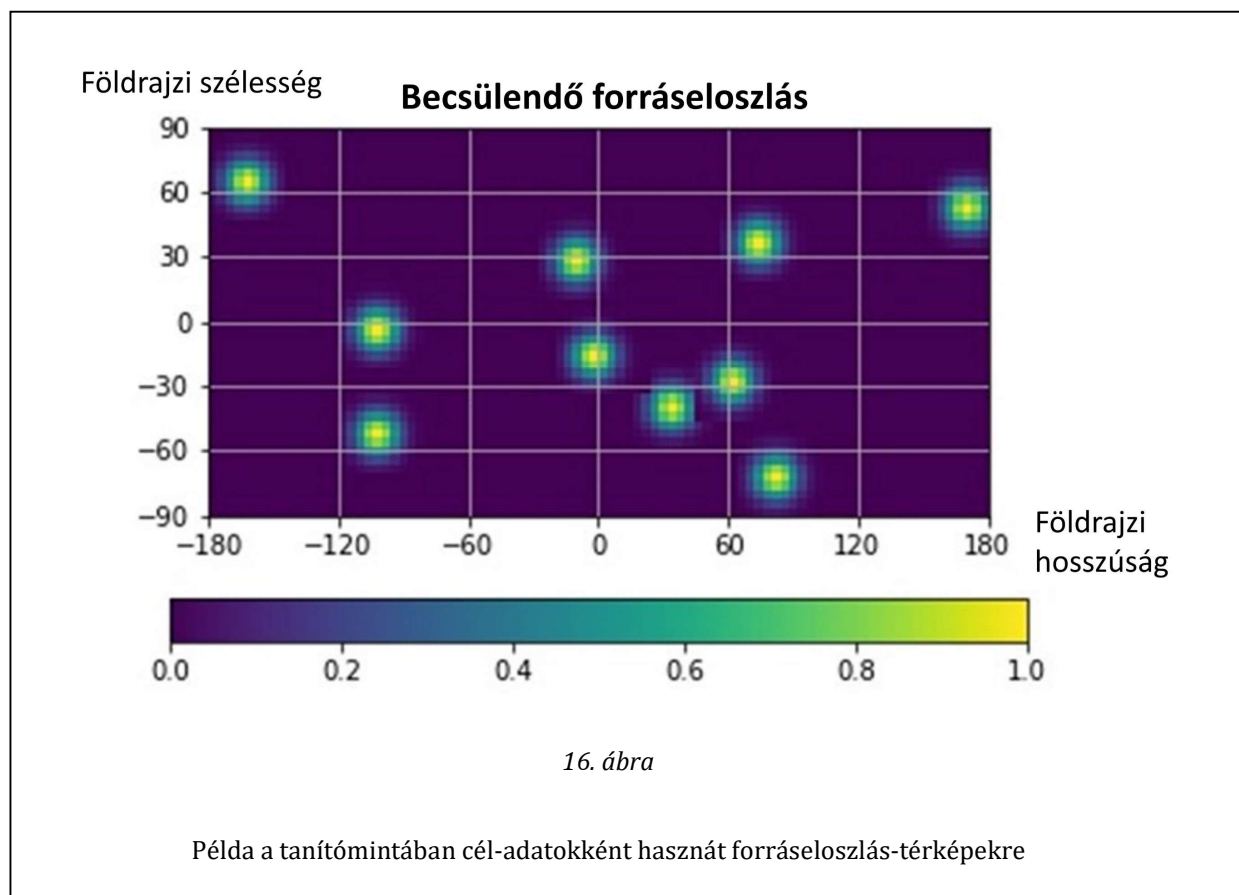
kapott, ha volt az adott helyen forrás és 0-t, ha nem.

Ezen a mátrixon a jobb taníthatóság elérése végett az alábbi paraméterezésű Gauss-kernelt (The Mathworks, Inc., 2014) végig futtatva adódott a végső referencia-kimenet,

$$P_{loc_j}(\phi, \Lambda) = \max \left(P_{loc_{j-1}}(\phi, \Lambda), e^{-\frac{(\phi - \phi_{0_i})^2 + (\Lambda - \Lambda_{0_i})^2}{2\Sigma}} \right). \quad 83$$

$\phi_{0_i}, \Lambda_{0_i}$ a forrásokat kijelölő ritka mátrix nem 0 helyei a térképen, Σ pedig itt a Gauss görbe szélességét jellemzi (tapasztalataim szerint a minta generálása során a $\Sigma = 2$ -beállítással generált célérték térképek megfelelő kiértékelési teljesítményt eredményeztek a teszt adatokon).

Ezzel a módszerrel 16. ábrában bemutatott és ahhoz hasonló Gauss-foltok sorozatát tartalmazó Mercator térképeket kaptam a források földrajzi eloszlásáról (lásd még 4. fejezet).



100 ehhez hasonló véletlenszerűen előállított szintetikus mintát tartalmazott az az előzetes tanító adathalmaz, melyen a 3.4 fejezetben ismertetett kezdeti neurális háló architektúrát tanítottam.

3.6 A kezdeti teszt algoritmus tanításának menete

A teszt tanító adathalmazon történő tanítás során mindig egy meghatározott veszteségfüggvényt használunk fel, melynek minden lépésében a (75) képletben szereplő W hálózatsúlyokat annak gradiense szerinti módosítjuk úgy, hogy az a lehető legnagyobb mértékben csökkenjen. Ez legelterjedtebben sztochasztikus konjugált gradiens alapú eljárás egy módosított változatával, az ADAM módszerrel történik (Kingma & Ba, 2015). Én is ezt alkalmaztam, a súlyok változtatási mértékét beszabályozó (regularizáló) tanítási ráta kezdeti értékét pedig 10^{-4} -re állítottam be. Veszteségfüggvénynek a tanítás során a (84) meghatározással felírt L1 normát definiáltam.

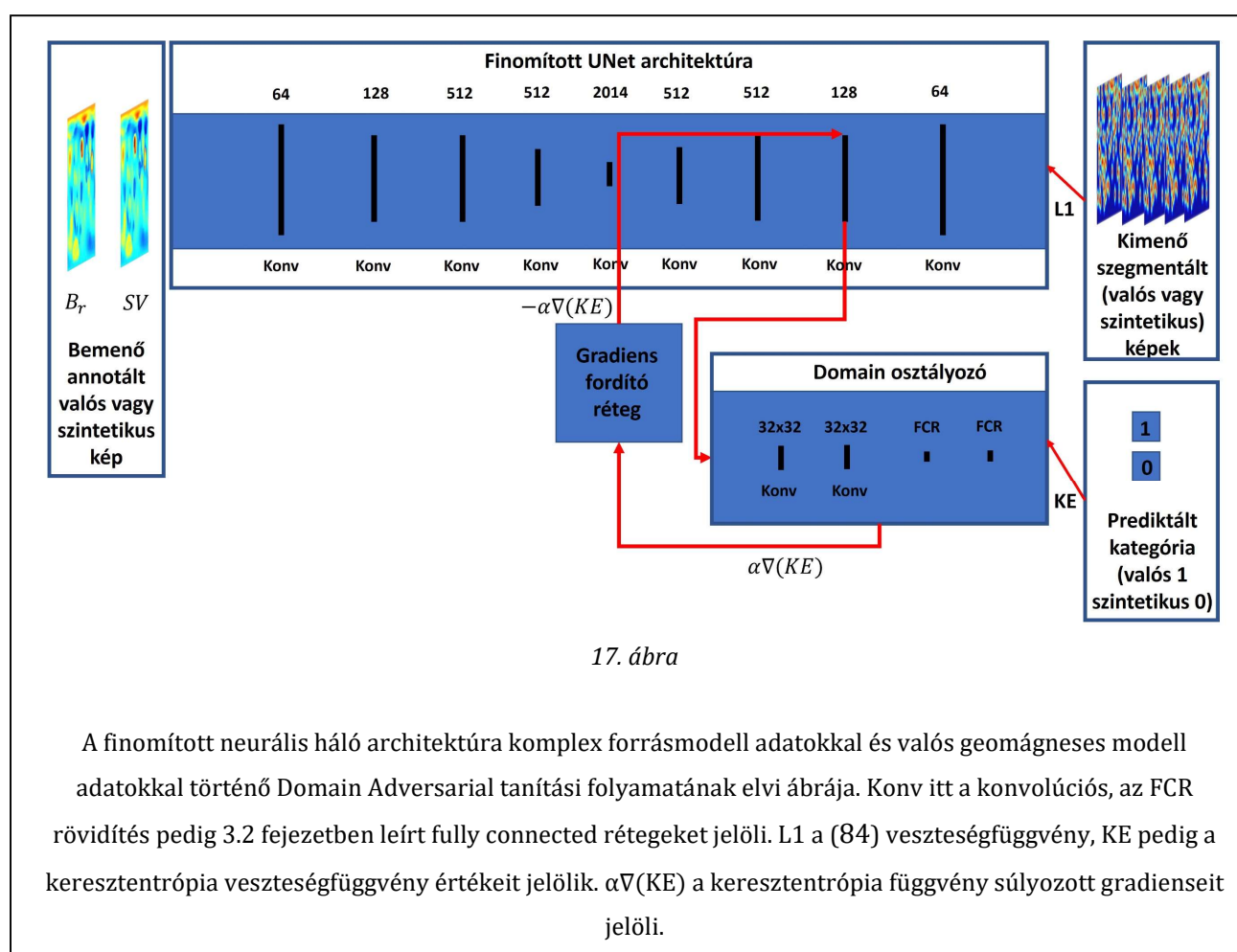
$$L1 = \sum_i |P_{loc_i} - \widehat{P_{loc_i}}| \quad 84$$

Itt P_{loc_i} jelenti a (83) függvénnyel kapott megfelelő becslendő, $\widehat{P_{loc_i}}$ pedig a hozzá tartozó a becsült eloszlás értékét minden i (kiterített) térképi pontban (pixelben).

A tanítás ez esetben 10 teljes tanító adathalmazt feldolgozó ismételt lépésen (epoch) keresztül zajlott 16 tanító mintát tartalmazó kötegekben.

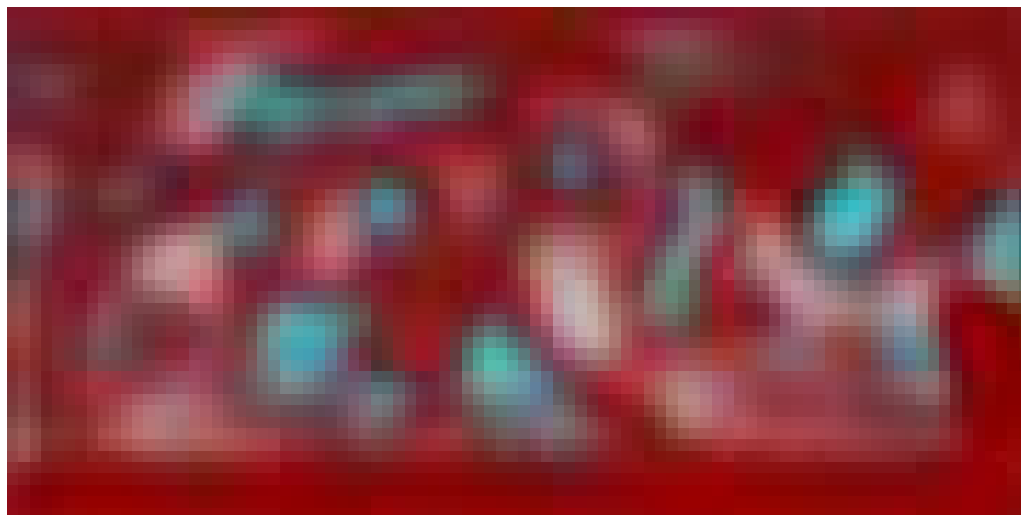
3.7 A Domain Adversarial típusú tanítás

Ahhoz, hogy a vizsgálatba és a képfeldolgozó neurális háló tanításának folyamatába a valós térről információt hordozó GUFM-1 geomágneses adatrendszer (lásd 1.1.4) térképi adatait is bevonjuk, a 3.5 és 3.6 fejezetekben leírt tanítás jelentős módosítására volt szükség. Ehhez egy, a mélyneuronháló kutatás területén a közelmúltban kifejlesztett módszert alkalmaztam. A Domain Adversarial Training of Neural Networks (DANN) tanítási módszer abból az elvárásból indul ki, miszerint a hatékony tanításhoz kritikus követelmény, hogy a becsléseknek a tanító adathalmaz olyan tulajdonságain kell ideálisan alapulniuk, melyek nem különböztethetők meg a tesztben használandó (esetünkben valós geomágneses) adathalmazétól (Ganin et al. 2015). Egy ezt kihasználni képes neurális hálózat tanítás segítségével elvben megvalósítható valós mintáknak a szintetikus tanító adatok közé 'rejtése' úgy, hogy ennek révén jóval jobb minőségű kiértékelést tudjunk a valós (teszt) adathalmazon végrehajtani. Ez optimális esetben a valós mintához hasonló nagyságrendben mozgó, de jellegében akár attól eltérő eloszlású értékeket is produkáló szintetikus (generált) tanító adatok felhasználásával történik. Ennek a fajta tanításnak a vizsgálatomban megvalósított menetét mutatja be a (Ganin, és mtsai., 2016) ábrájához megjelenítésben hasonló 17. ábra folyamatábrája.



A 17. ábrán bemutatott folyamat gyakorlati megvalósításának lényege, hogy a tanítás során a képszegmentációs feladat kiegészül egy döntési feladattal, melynek tárgyát a bemenő adatok eredete képezi. A döntést egy az UNet architektúrához a tanítás során csatlakozó külön neurális hálózat, a domain osztályozó végzi el. Ennek csak az a feladata, hogy eldöntse, a képek a valós geomágneses mező térképei vagy a szintetikus modellem által generált térképek-e. Belátható, hogy ez a döntési folyamat minél *rosszabb* eredményeket ér el a tanítás során, annál nagyobb valószínűséggel teljesül kielégítően a fent megfogalmazott, a tanítás eredményességével szemben támasztott kritérium. Ezt hivatott biztosítani a 17. ábrán feltüntetett gradiens fordító réteg, mely a UNet hálózat súlyait a 3.6 fejezetben leírt tanítási mód fordítottjaként (a gradiensnek egy adott negatív számszorosát véve) mindig úgy módosítja, hogy a súlyok olyan belső reprezentációt állítsanak elő, amelyből kiindulva a domain osztályozó kisebb sikerességgel képes eldönteni, hogy valós vagy szintetikus tanító mintáról van-e szó. Annak a negatív számnak a nagysága, amely a döntési folyamat tanítási veszteség-gradienseit súlyozza, lényegében meghatározza a tanítási folyamat adott szakaszában a domain loss fontosságát. Erre a számra a későbbiekben α tényezőként hivatkozom (lásd 17. ábra és 3.10 fejezet).

Hogy mindez mennyit képes javítani a valós geomágneses térképek neurális hálóval való feldolgozhatóságán, azt hivatott demonstrálni a 18. ábra, melyen látványos különbség figyelhető meg a 3.6 fejezetben leírt hagyományos módon tanított hálózattal és a DANN módszerrel tanított hálózattal kapott képszegmentációs eredmény között. Utóbbi esetében eredményként jóval egyértelműbben lokalizálható jellemzőket tartalmazó forrásparaméter eloszlásokat kapunk.

A**B**

18. ábra

Hagyományos és DANN módszerrel tanított neurális hálózat kiértékelése valós geomágneses adatokon (dl/dt forrásparaméter eloszlása, a GUFM-1 modell 1600-as év adataiból számítva).

3.8 A végső tanító adathalmaz összeállítása

A tanító adathalmaz elkészítésénél a források számára és a többi forrásparamétereke vonatkozó 2.2-ben tárgyalt határok között generáltam szintetikus mágneses mező térképeket a 2.4 fejezetben kifejtett direktfeladat megoldás segítségével. A tanító mintába ez esetben már a GUFM-1 historikus geomágneses modell (lásd 1.1.4) 5 éves epochonként mintavételezett értékeit is beépítettem.

A minta adathalmaz szintetikus generált részével szemben támasztott alapvető követelmény, hogy az legalább az adatok nagyságrendjét tekintve a valós adatokra nézve reprezentatív értékeket tartalmazzon (Huyen, 2022). Ezt a következőkben kifejtett mintaszелеkciós kritériumok alkalmazásával teljesítettem.

Gépi tanuló algoritmusok tanító adathalmazának összeállításánál gyakran használt kritérium az outlierok (kieső értékek) szelektálása az adathalmazból, melyet a kvartilisek megadásával normálistól eltérő eloszlású mintákra is meghatározhatunk (Czirok, Kuslits, Bozsó, Radulian, & Gribovszki, 2022), (Ilyas & Chu, 2019),

$$K_a = Q_1(A) - 1.5(Q_3(A) - Q_1(A)) = -0,0031 [T] \quad 85$$

$$K_f = Q_3(A) + 1.5(Q_3(A) - Q_1(A)) = 0,0032 [T] \quad 86$$

ahol Q_1 és Q_3 az első és harmadik kvartilist jelölik a valós adathalmazra (A) vonatkozólag.

Egy adott tanító minta generálását elvettem, ha az az alábbi feltételek bármelyikének nem felelt meg.

Egy egyedi forrás generálásakor 100 ismételt generálási kísérleten belül teljesül, hogy:

1) A forrás felett közvetlenül becsülhető totál tér bele essen az alább definiált tartományba,

$$\frac{K_a}{\log(N)} < B_{r_{tot}}^i < \frac{K_f}{\log(N)}. \quad 87$$

(87)-ben $B_{r_{tot}}^i$ radiális tér nagyságot úgy határoztam meg közvetlenül a forrás felett, hogy (57) összefüggést felhasználva,

$$B_{r_{tot}}^i = B_{r_{prim}}^i + B_{r_{ind}}^i = \frac{\mu_0 R_i^2 I_i}{2(\delta_i^2 + R_i^2)^{3/2}} + C(R_i, z_i, 0). \quad 88$$

$C(R_i, z_i, 0)$ pedig a 2.4 fejezetben definiált polinom értéke az i -edik generált forrásra a köráram felett (a közepétől 0° szögtávolságra).

2) A forrás indukált tere a primer teret annak e -ad részénél kisebbre nem csökkentette (az indukció teljesen nem oltotta ki a primer teret – a diffúziós időhöz tartozó behatolási mélységeket megadó (26) összefüggéshez kapcsolódó kritérium).

$$\frac{B_{r_{tot}}^i}{B_{r_{prim}}^i} > 1/e \quad 89$$

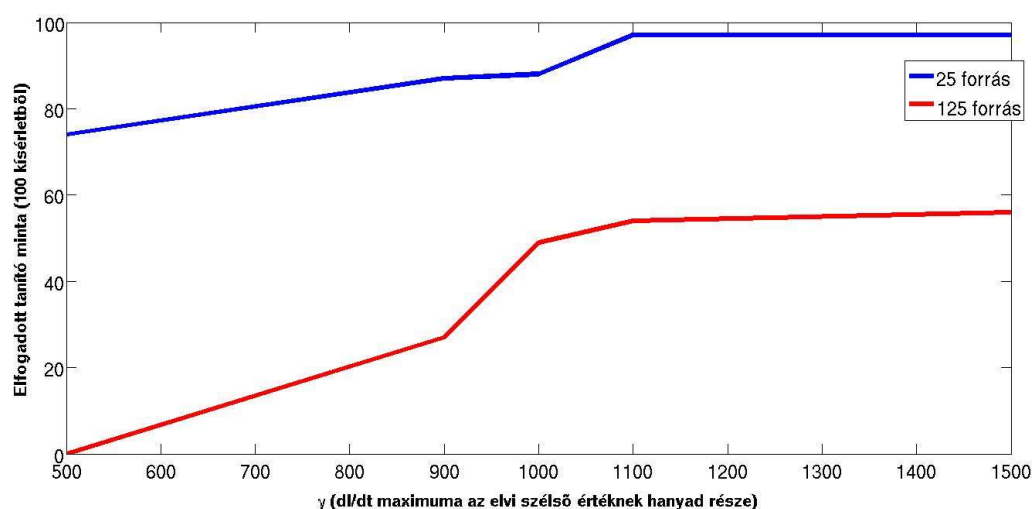
3) A generált forrás legalább 4° szögtávolságra esik a legközelebbi szomszédjától. Ezzel biztosítom, hogy a térképek felbontóképességének erejéig a források terei ne essenek éppen egymás alá (lásd 2.1).

Az 1)-3) feltételrendszer már az egyedi forrásparaméterek véletlenszerű generálásakor, még a tényleges direktfeladat megoldás előtt ellenőrizhető, ezzel számottevő számítási időt takarítottam meg.

A direktfeladat megoldását követően végül a teljes, valamennyi forrásra összegzett mágneses mezőre is ellenőrizzük, hogy a minta által generált teljes tér beleesik a K_a , K_f korlátok által meghatározott tartományba.

$$K_a < \sum_i B_{r_{tot}}^i < K_f \quad 90$$

A 2. fejezetben említést tettem arról, hogy az az elvi korlát, amelyet dl/dt áramváltozási meredekségre vonatkozólag fel tudtam állítani, a (88) összefüggésbe behelyettesítve irreálisan magas (a K_a és K_f határok nagyságát sokszorososan meghaladó, akár 0.05 [T] erősségű) indukált tereket eredményezett.



19. ábra

Az elfogadható minták száma 100 generált modellből, a csillapító tényező függvényében, 25, 125 forrást tartalmazó modellek esetén

Ahhoz, hogy ezt kiküszöböljük a tanító mintákban, elvégezhető egy olyan vizsgálat, melyben szisztematikusan változtatom a modellekben maximálisan megadható áramváltozási ütem $\pm(dl/dt)_{max}$ nagyságát egy γ 'csillapító tényező' segítségével, és összesítem, hogy a forrásáramokat az így megadott

határok között véletlenszerűen változtatva hány modell fogadható el az 1)-4) feltételrendszer szerint. A 19. ábra mutatja, hogy $\gamma = 1100$ alatti értéknél különböző számú forrást tartalmazó modellek esetén is hasonló módon elkezdi visszaesni az elfogadható generált minták (modellek) száma.

Ennek megfelelően $K_{dl/dt} = \pm(dI/dt)_{max} * \gamma^{-1}$ áramváltozási határok és a többi forrásparaméter 2.2 fejezetben ismertetett határai között egy 1116 szintetikus modell eredményt és 75 valós geomágneses modell eredményt tartalmazó tanító mintát tudtam összeállítani, a mintában felvett források számát lépcsőről lépésre megnövelve (5. táblázat).

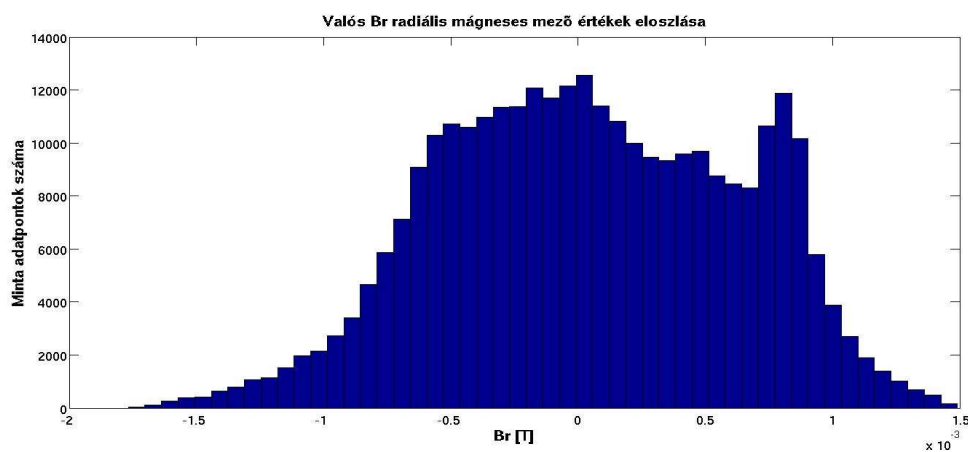
Mindkét mintahalmaz esetén előállítottam nem csak a radiális mágneses mezőt, hanem annak időbeli változását számszerűsítő Mercator térképeket is. Ezek a valós geomágneses modellben eleve rendelkezésemre álltak. A szintetikus modellekben pedig az SV-t 5 éves időbeli bázison, a forrásáram változásának figyelembevételével két, a 2.3 fejezetben leírt primer térre vonatkozó megoldás t_0 és $t_0 + \Delta t$ időponti értékeinek különbségeként állítottam elő (ahol $\Delta t = 5 * 3 * 10^7$ [s]),

$$\widehat{SV} = (B_{r_{prim}}(I, t_0) - B_{r_{prim}}(I + dI/dt * \Delta t, t_0 + \Delta t))/\Delta t. \quad 91$$

Ezzel a módszerrel és a 2.2 fejezetben definiált korlátok segítségével olyan tanító mintát tudtam generálni, mely a radiális mágneses mező $B_{r_{tot}}$ értékeit tekintve képes volt a valós adathalmaz nagyságrendi határai közé eső tereket létrehozni. A valós és a szintetikus adathalmaz radiális mágneses mező értékeinek eloszlása a 21. ábra és 20. ábra hisztogramjain hasonlítható össze.

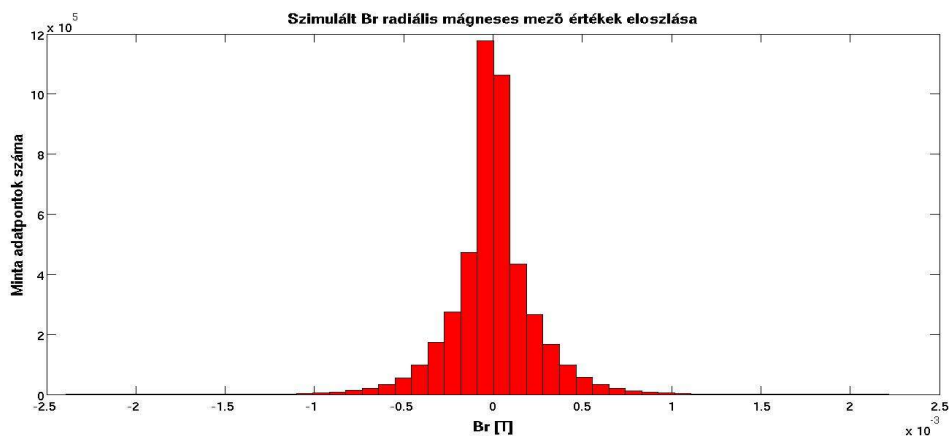
5. táblázat														
A tanító mintában szereplő szintetikus modellek összeállítása														
Források száma	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155
Elfogadott modellek száma	100	100	100	100	100	100	100	100	100	94	73	32	12	2

Látható, hogy mind a valós, mind a szintetikus adathalmaz esetében $-1 +1$ [mT] környékén kezd el érdemi számú minta megjelenni, viszont az eloszlások jellege jelentősen eltér (a szintetikus minta eloszlása jóval jobban közelíti a normális eloszlást).



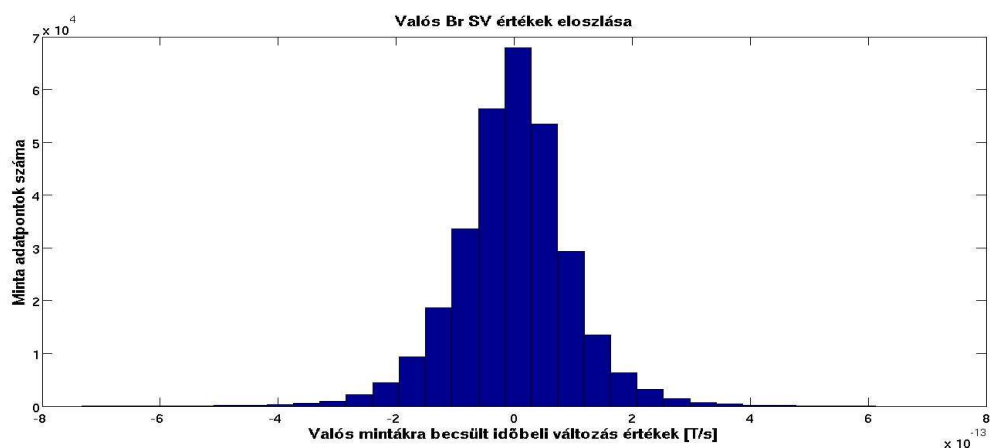
20. ábra

A mágneses mező (radiális komponens) értékeinek eloszlása a KMH felületen a tanításhoz használt valós geomágneses modellek esetén (a GUFM-1 modell 5 éves időközönként kiválogatott epochjaiban).



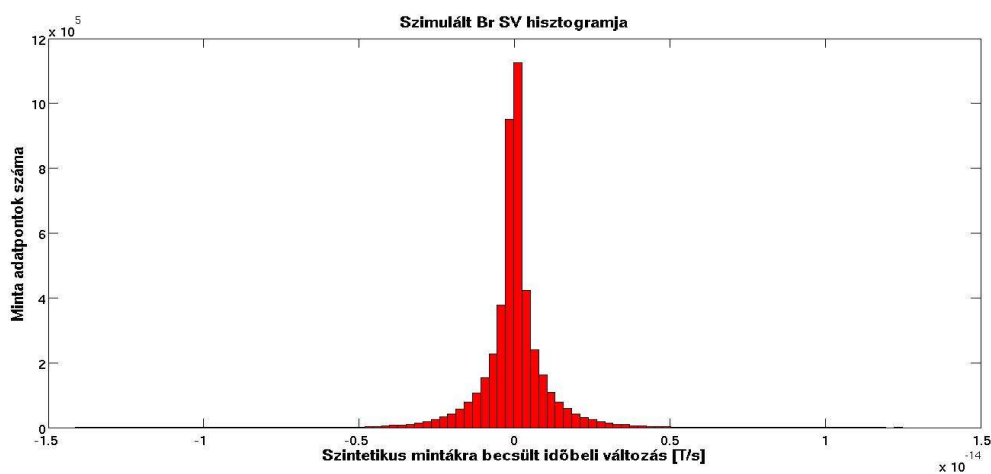
21. ábra

A mágneses mező (radiális komponens) értékeinek eloszlása a KMH felületen a teljes szintetikus (generált) tanítóminta valamennyi (1116 darab) modelljében.



22. ábra

Becsült szekuláris változás értékek megoszlása a tanításhoz használt teljes valós adathalmazban (5 év bázison számítva).



23. ábra

Becsült szekuláris változás értékek eloszlása a teljes szintetikus adathalmazban (5 év bázison számítva).

A forrásonként alacsonyabb értéken maximalizált áramváltozási ütem eredményeképpen az SV adatok nagyságrendje között a valós és a szintetikus adatrendszerben viszont már nagy különbség figyelhető meg (22. ábra és 23. ábra). Ez alapján levonható a következtetés, hogy a jelen vizsgálatban alkalmazott forrásmodellel *olyan mágneses tereket nem tudtam előállítani, amelyek egyaránt reprezentatívak a geomágneses mező indukció vektorainak és azok szekuláris változásának nagyságrendjét tekintve.*

A célváltozók előállításához a (83) függvénnyel leírthoz teljesen hasonló eljárással generáltam eloszlás térképeket, ezúttal a 2.1-ben szereplő forrásparaméterek közül a változó forrásáramú modell paramétereire. A tanító mintában előállt valamennyi ilyen forrásparaméter-eloszlást már közvetlenül neurális háló segítségével becsültem meg (lásd 3.9 fejezet). Ehhez az eloszlásokból úgy generáltam célérték térképeket, hogy azokat normáltam az adott paraméter 2.2-ben kiszámított megfelelő szélsőértékét felhasználva (a célérték térkép a pozíciókra ((92) azonosság) értelemszerűen a (83) összefüggéssel pontosan megegyező módon készült).

$$p_{loc}(\phi, \Lambda) = P_{loc}(\phi, \Lambda) \quad 92$$

$$p_r(\phi, \Lambda) = (P_r(\phi, \Lambda) - r_{min})/\delta_{z_{max}} \quad 93$$

$$p_{dI/dt}(\phi, \Lambda) = (P_{dI/dt}(\phi, \Lambda) + (dI/dt)_{max})/(2 * (dI/dt)_{max}) \quad 94$$

$$p_R(\phi, \Lambda) = P_R(\phi, \Lambda)/R_{max} \quad 95$$

$$p_{dI/dt}(\phi, \Lambda) = (P_{dI/dt}(\phi, \Lambda) + I_{max})/(2 * I_{max}) \quad 96$$

3.9 A végső becsléshez használt finomított algoritmus

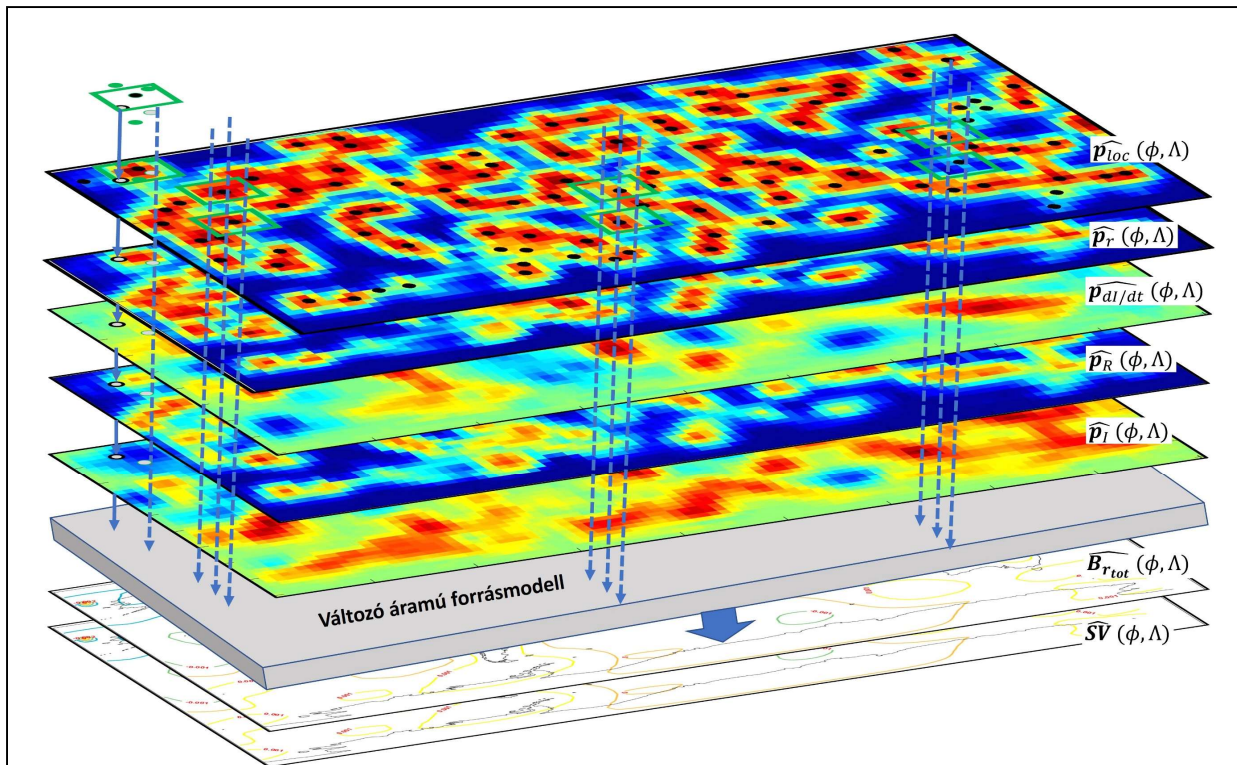
Szemben az 3.4-ben bemutatott logikai megvalósítással, a 2.4-ben leírt komplex modelleket a teljes rekonstrukcióhoz közvetlenül felhasználtam, a 3.2 fejezet neuronháló architektúrájának egy finomított változatával történő tanításában. Ez esetben már valamennyi forrásparaméter eloszlás-térképének becslésével indult az inverzió, és a genetikus algoritmus már csak az eredmények egyértelműsítését végezte el, egy a tényleges összehasonlítást lehetővé tevő konkrét fizikai modell eredmény létrehozásához, méghozzá a következő elv alapján.

Feltételeztem, hogy a DANN tanítás nyomán a Unet hálózat a szegmentáció során a valós geomágneses adathalmazhoz közeli teret produkáló forrásmodellek generálását jelentő problémára vonatkozóan reprezentatív $\widehat{p}_{par}(\phi, \Lambda)$ paraméter eloszlás függvényeket becsül. Ebből kiindulva, és mivel a hálózat tanítását külön csatornán a (92) pozíció eloszlás adatokra is elvégeztem, egy a megoldás folyamatát egyszerűsítő feltételezéssel éltem. Ha a fenti feltétel helytálló, akkor a genetikus algoritmusnak képesnek kell lennie a kiinduló helyadatok körül felvett tartományban a neurális háló által becsült eredmény eloszlásokat mintegy bejárva az optimális megoldást megtalálnia. A GA-nak ezt a becslési logikáját hivatott bemutatni a 24. ábra, a végső becslési eljárást pedig a 25. ábra folyamatábrája.

A genetikus algoritmus paraméterezését itt is a 3.3 fejezetben leírt módon végeztem el. A kiinduló forráspozíciók kijelölése itt is megtörtént ugyanazzal a módszerrel, mint 3.4 esetében.

A végső GA keresésnél a kezdeti földrajzi forráspozíciók körül a 2.4-beli 1) feltétellel összhangban csupán 3 pixel távolságra lévő pontokon kerestem az optimális megoldást előállítani képes rekonstruált paraméter értékeket. A keresés során a neurális háló által előállított térképeket adott koordinátahelyen felvett értékeit a fizikai modellben közvetlenül használtam bemeneteként. Ez a leszűkített paraméterter segítette a gyorsabb konvergenciát, gyakran már néhány 100 iterációs lépés is elegendő volt egy tovább nem javítható megoldás eléréséhez.

Mindez populációnként párhuzamosan számítva a direktfeladat megoldásokat 0.5-1 nap számítási időt vett igénybe a 3.3-ban leírt hardver beállításokkal.



24. ábra

A GA végső, a neurális háló által becsült eloszlásfüggvények 'letapogatásával' történő keresési folyamatát szemléltető sematikus ábra. A fekete teli körök jelentik a kijelölt kezdeti forráspozíciókat, a zöld négyzetek pedig a körülöttük meghatározott keresési tartományt. Az alsó két térkép a komplex forrásmodell egy adott 'letapogatás' eredményeként létrejött B_r -re és SV -re vonatkozó becslési eredménye.

Finomított UNet architektúra Domain Adversarial típusú tanítása

Szintetikus modell eredmények mellett **valós** geomágneses adatok a tanító mintában

UNet architektúra betanítása **valamennyi** forrásparaméter eloszlásának becslésére



Mélyneuronháló becslés

Valamennyi forrásparaméter finomított **UNet** architektúrával történő rekonstrukciója

A források kezdeti földrajzi koordinátájának gradiens alapú felvételezése



Többpopulációs, valós kódolású GA

Minimum keresés **csak forráskoordináta térben** az UNet rekonstrukció valamennyi forrásparaméterre vonatkozó eredményét felhasználva



Teljes forrásparaméter rekonstrukció

25. ábra

A 2.4 fejezetben leírtaknak megfelelően felépített komplex forrásmodell rekonstrukciójához használt finomított eljárás logikai felépítése

3.10A finomított neurális háló algoritmus tanításának menete

3.6-hoz hasonlóan azt, hogy tanítás során a neurális hálónak a (92-96) összefüggésekben definiált célérték-eloszlásokat mennyire sikerült visszaadnia, minden csatornára függetlenül itt is a (84) értékkel jellemeztem.

Azt, hogy a DANN tanítás során mennyire sikerül jól eldönteni, hogy valós vagy szintetikus mintáról van-e szó a döntési jellegű gépi tanulási problémánál elterjedt (Wang, Ma, Zhao, & et, 2022) keresztentrópia veszteségfüggvény (KE) segítségével (97) számszerűsítettem,

$$KE = - \sum_{i=1}^{n_{minta}} V \log_i(p_i). \quad 97$$

A KE veszteségfüggvénynek az értékeit ez esetben is az ADAM módszert (lásd 3.6 fejezet) használva terjesztettem vissza lépésről lépésre a tanítás során javítandó hibaként a hálózatok súlyaira.

A tanításhoz itt az 3.2 fejezetben bemutatott UNet struktúra finomított változatát használtam. Minthogy ez esetben már SV értékeket is képes voltam becsülni, ez a hálózat mind a $B_{r_{tot}}(\phi, \Lambda)$ radiális mágneses mező, mind az $SV(\phi, \Lambda)$ térképeket felhasználta 2 független bemeneti csatornán. A rétegek méretezése a 17. ábrán látható, és a hálózatot (92-96) eloszlásfüggvények becsüléséhez 5 kimeneti réteggel ruháztam őket fel. A domain classifier két (32x32 és 8x8 ablakméretű) konvolúciós réteget és két teljesen összefüggő réteget (FCR) tartalmazott.

Az α tényező (lásd 3.7) kezdetben nulláról indult (vagyis egyáltalán nem figyelt a háló a domain-ekre, csak a problémát akarja megoldani), ez exponenciálisan emelkedett 0.8-ig a tanítás végére (vagyis a végén 0.8-as súllyal vettem figyelembe a domain döntésből származó veszteségfüggvényt és 0.2-essel a tényleges szegmentációs probléma veszteségfüggvényének értékét).

Ez esteben már 3.6-hoz képest jóval több, 100 epoch zajlott le a tanítás során, és 64-es kötegekben kaptam meg a hálózat a tanító mintákat. Ezeket a kötegeket az algoritmus a szimulált adatokból választotta automatikusan úgy, hogy hozzá véletlenszerűen választott egy-egy valós adatot is a 75 geomágneses modellel generált térkép közül. Így egy epochon belül valós adatokból egyet-egyét többször is 'láthatott'.

A végleges eljárással kapott eredményeket szintetikus adatokon a 4.1 fejezetben, a valós adatokon pedig 4.2 fejezetben mutatom be.

3.11 A rekonstrukció minőségjellemzői

A rekonstrukció jóságát kétféle értelemben is vizsgáltam. Egyrészt a rekonstruált és a tényleges mágneses mezők egyezését számszerűsítettem a KMH felületen, másrészt magának a rekonstruált modellnek az eredetihez való viszonyát is próbáltam számszerűsíteni a szintetikus modellek esetében.

A mágneses mezők illeszkedésének jóságához a

$$\overline{NRMS} = \frac{\sqrt{(n_{minta})^{-1} \sum_i (B_{ri} - \widehat{B}_{ri})^2}}{\max(B_r) - \min(B_r)} \quad 98$$

$$MAE = \sum_i |B_{ri} - \widehat{B}_{ri}| \quad 99$$

átlagos abszolút eltérést (MAE), illetve normált legkisebb négyzetes eltérést (\overline{NRMS}) határoztam meg minőségjellemzőként. Ugyanezeket külön az SV értékekre is kiszámítottam.

Ebben a képletben n_{minta} a mintavételezett adatok számát jelentette, az elkészült Mercator térképek esetében ez a fejezetben megadott felbontásnak megfelelően $|\phi_n| |\Lambda_n| = 45 * 90 = 4050$ adatot jelentett.

A szintetikus feladatok végső rekonstrukciójának jóságát leíró jellemzőként bevezettem még a relatív paraméterbecslési hibát az alábbi módon,

$$\delta Par_i = \frac{|\widehat{Par}_i(|\hat{\mathbf{r}}_i - \mathbf{r}_{gt_i}| = \min) - Par_{gt_i}|}{|Par_{gt_i}|} \quad 100$$

Par_i az i -edik forrásra a becsült paraméterek tömbjét, Par_{gt_i} pedig a tényleges (helyes – a gt itt a ground truth angol kifejezést rövidíti) paraméteregyüttest jelenti, melyeket az egymáshoz legközelebb eső tényleges és becsült forrásokra hasonlítottam össze ($\hat{\mathbf{r}}_i$ és \mathbf{r}_{gt_i} jelölik ennek megfelelően a becsült és tényleges források térbeli helyeit).

A neurális háló által becsült forrásparaméter térképek és a helyes (tényleges) paraméter térképek összehasonlítását is elvégeztem teszt-adatokon, ehhez pedig az alábbi 2 dimenziós keresztkorrelációs együtthatót számoltam ki,

$$Corr(\widehat{\mathbf{P}}, \mathbf{P}) = \frac{\sum_i \sum_j (\widehat{P}_{ij} - \bar{\widehat{P}})(P_{ij} - \bar{P})}{\sqrt{(\sum_i \sum_j (\widehat{P}_{ij} - \bar{\widehat{P}})^2)(\sum_i \sum_j (P_{ij} - \bar{P})^2)}} \quad 101$$

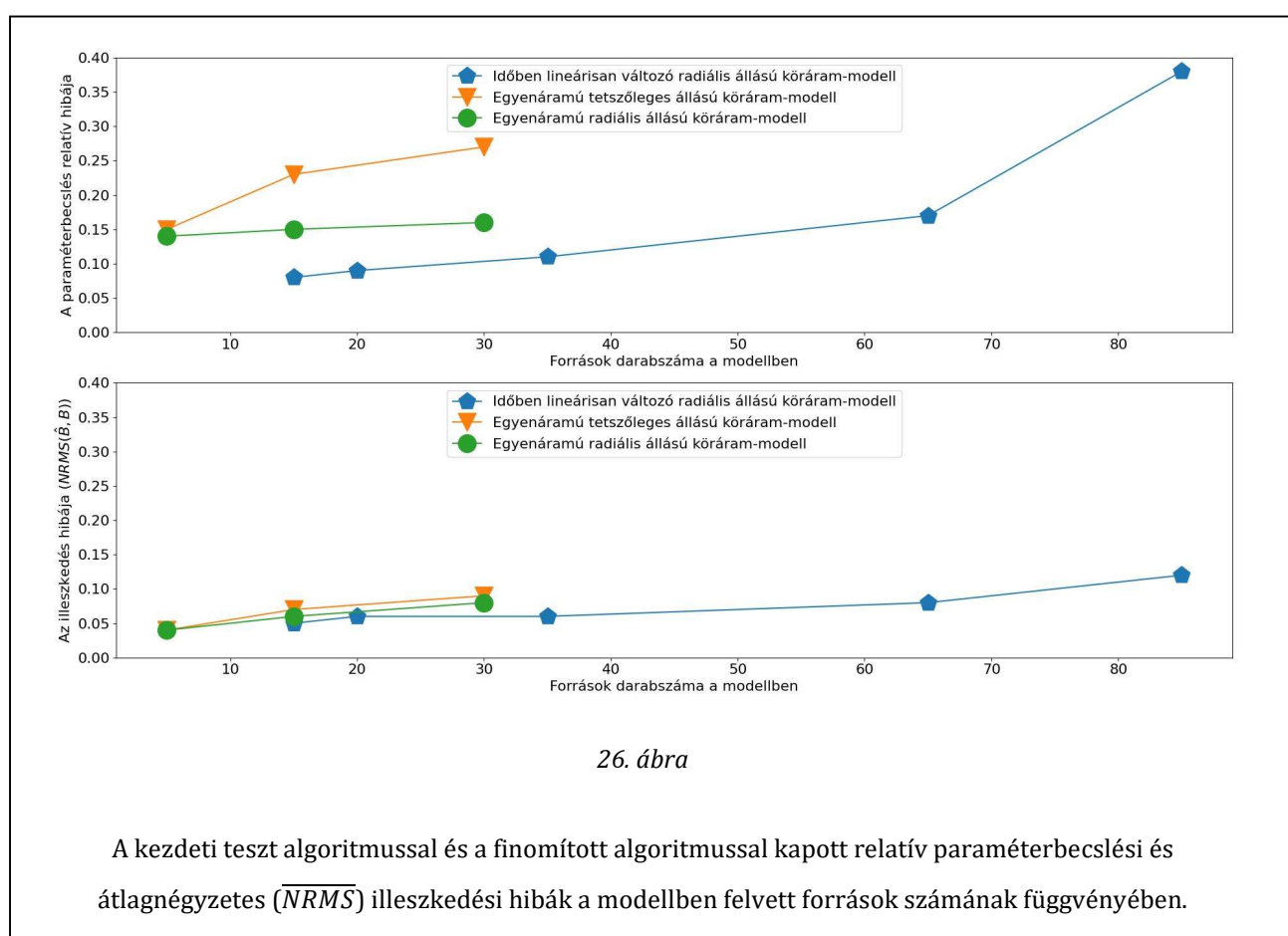
A korrelációt a valós tér rekonstrukciójára vonatkozóan is megadtam a forrásmodellel becsült és a

tényleges térképek között.

4. Eredmények

4.1 Kiértékelés szintetikus tesztdathalmazon

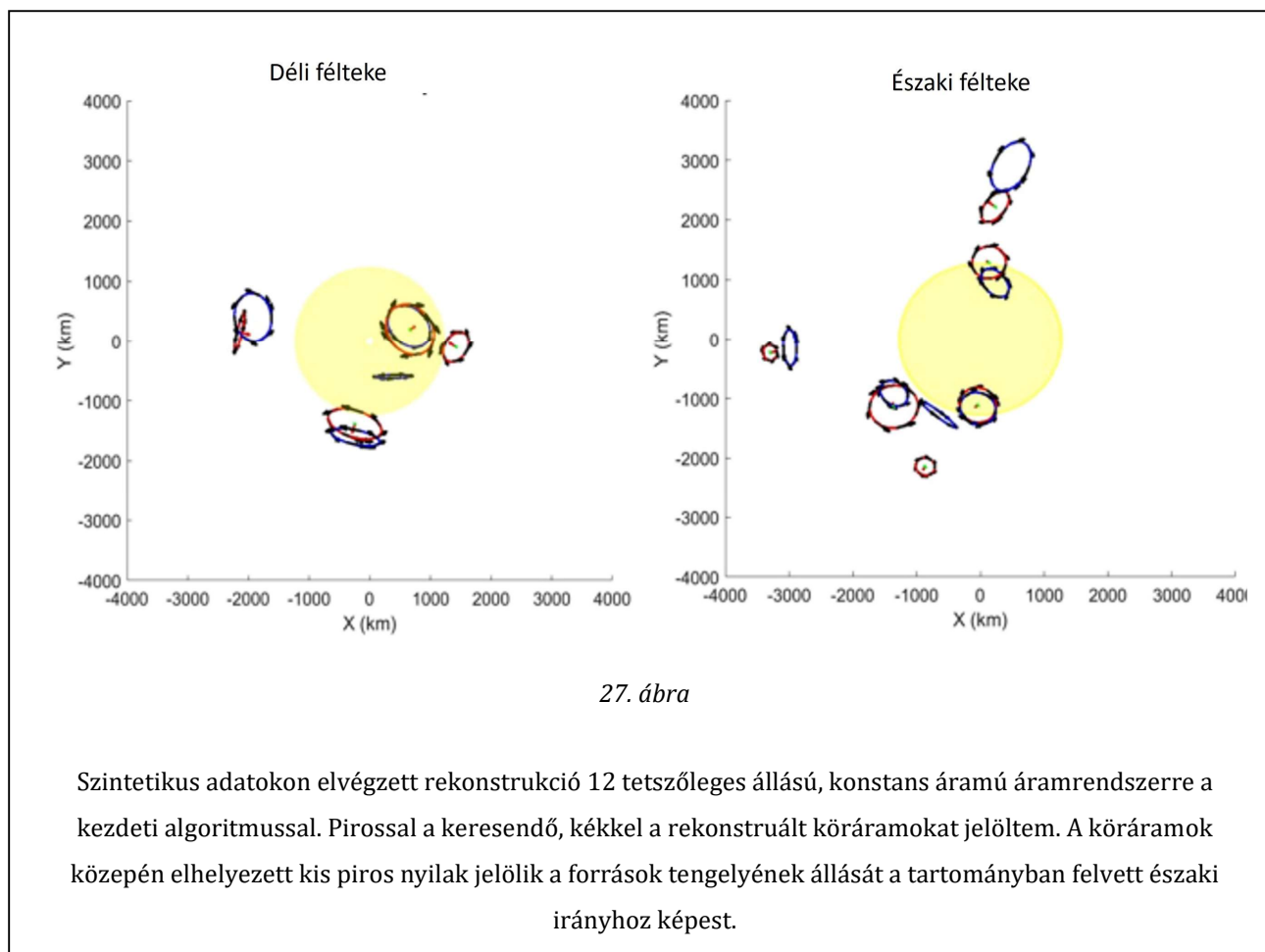
A szintetikus adathalmazon való kiértékelés során a kezdeti (stacionárius áramú) forrásmodellnek a kezdeti teszt-algoritmussal készített inverziós becslését és az időben változó áramú modellnek a finomított algoritmussal történő inverziós becslését végeztem el. A becslések mennyiségi összevetését a 26. ábra és a 28. ábra mutatják, a 3.11 fejezetben bemutatott minőségjellemzők alkalmazásával.



A minőségjellemzők közül a finomított algoritmusra és modell-adatakra készült becslési teszt esetében a becsült és a helyes paraméterek kétdimenziós kereszt-korrelációs együtthatójának (101) alakulását is megadtam, ezt mutatja a 28. ábra grafikonja.

Kisebb számú (10-20) felvett áramrendszer esetében kezdeti és a végső algoritmus is hasonlóan megbízhatóan elvégzi az áramrendszerek rekonstrukcióját, ekkor még mind a mágneses mezők, mind az azt keltő források becslése robusztusan megoldható tetszőleges állású köráramokra is. Egy konkrét ilyen

megoldást mutat a 27. ábra, amelyen már kisebb elillesztés látszik a keresendő és a végül rekonstruált áramrendszerek között (a pirossal és kék színnel jelölt áramrendszerek sehol nem esnek tökéletesen egybe).

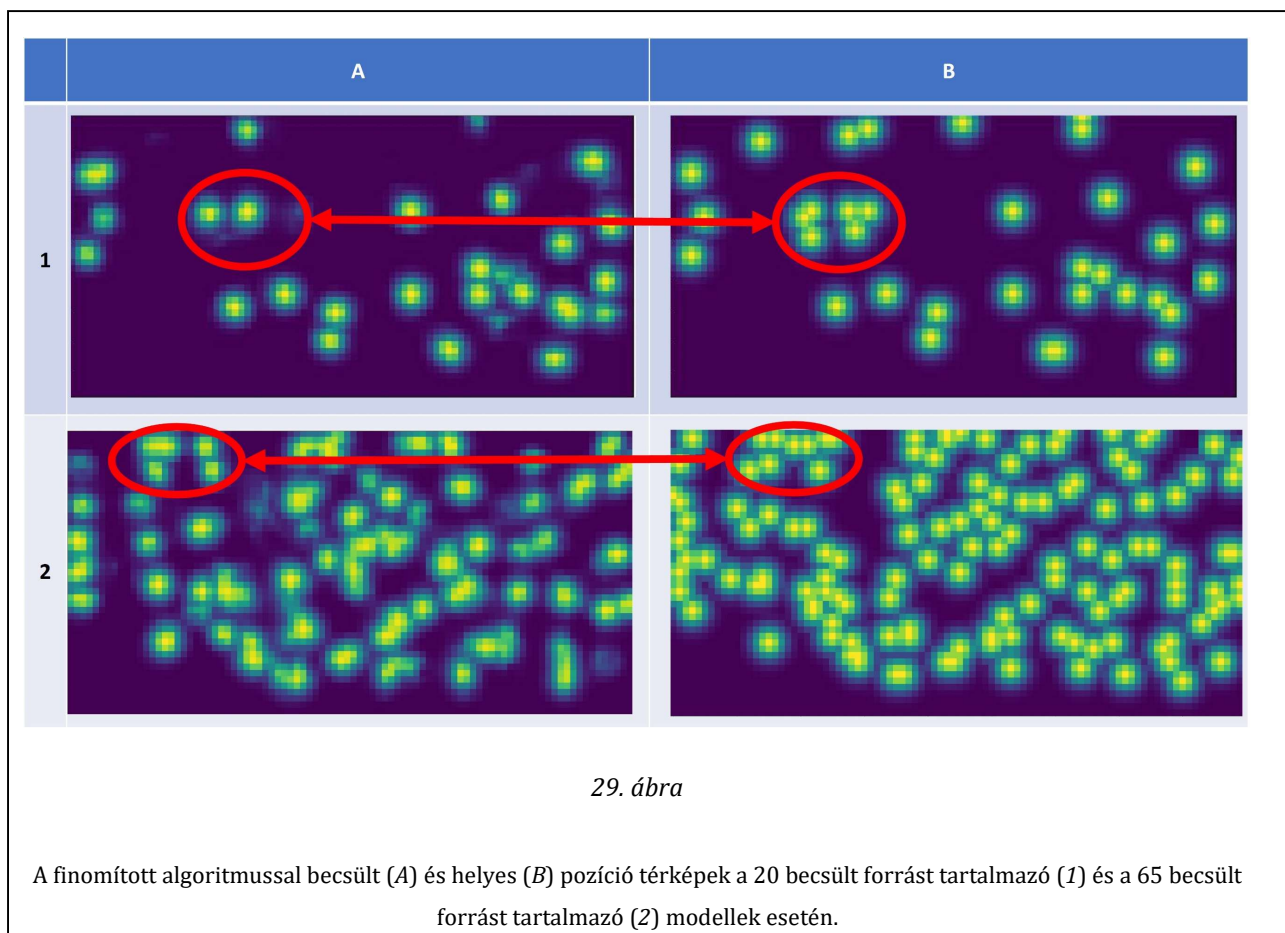
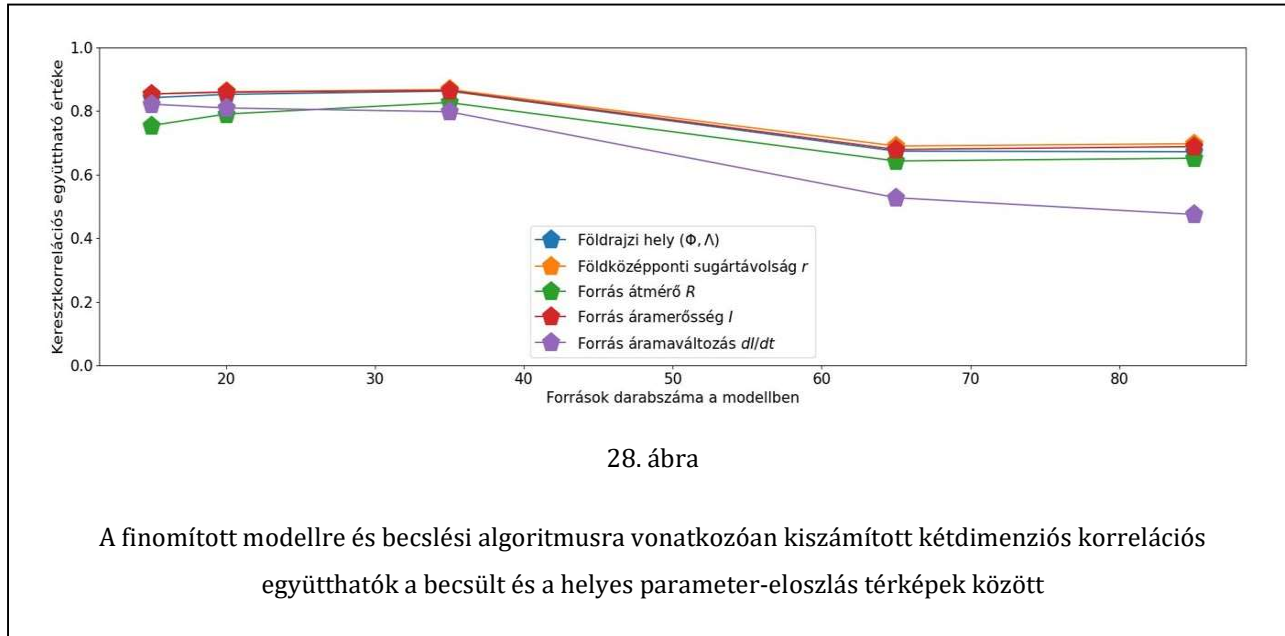


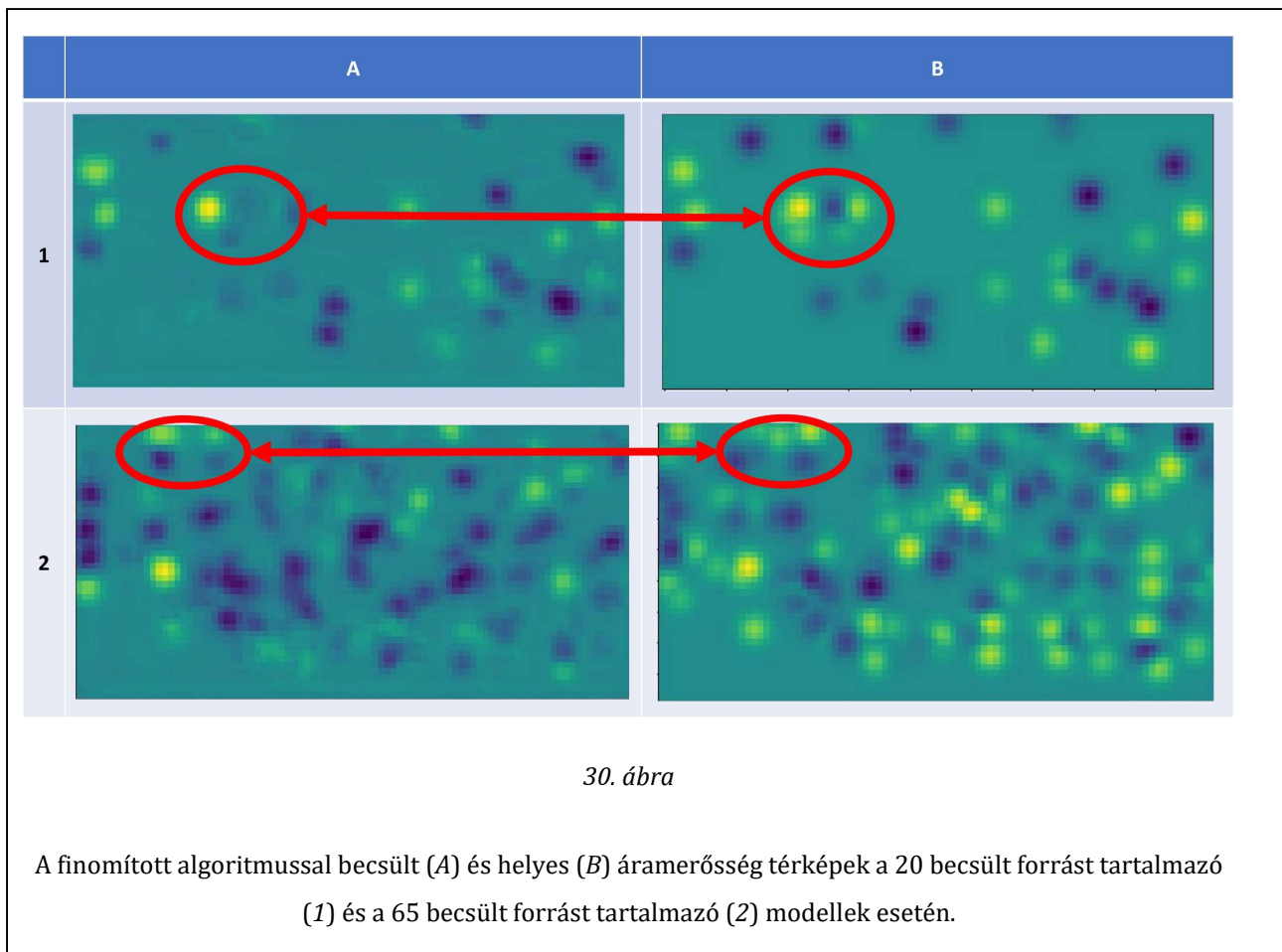
A minőségjellemzők alakulását tekintve megállapítható, hogy ezek az elillesztések, becslési hibák a modellben felvett források számának növekedésével nőnek, mind a paraméterek, mind a mágneses mezők rekonstruálására vonatkozóan. (Különösen igaz ez a kezdeti algoritmust használva, tetszőleges állású forrásokot tartalmazó modellek esetében - 26. ábra felső része.) Ennek fő oka az, hogy ahogy egyre sűrűbben helyezem el a forrásokat a modelltartományban, a képfeldolgozó neurális háló is annál nehezebben képes az összeadódó mágneses mezőjük alapján elkülöníteni.

Ezt a jelenséget mutatja a 29. ábra és a 30. ábra összevetése is. Az ábrákon bejelöltem olyan területeket, amelyek esetében a fent említett ekvivalencia-probléma fennáll.

Nagy vonalakban elmondható, hogy a rekonstrukciós tesztek során a forrásrégiók (több forrást tartalmazó területek) jellemző paraméter értékeit megbízhatóbban visszakaptam, mint az egyedi

források adatait. A finomított algoritmus jobban teljesített a források számának növekedésével a becslési probléma megoldásában, így nagyobb számú forrás esetén már csak erre vonatkozólag adtam meg a minőségjellemzők értékeit. Ennek kapcsán visszautalnék a 26. ábrára, amely arról is tanúskodik, hogy a szintetikus 'mért' és számított mágneses mezők illeszkedése jobb, mint a paraméter becslések hibája.





4.2 Kiértékelés valós geomágneses adatokon

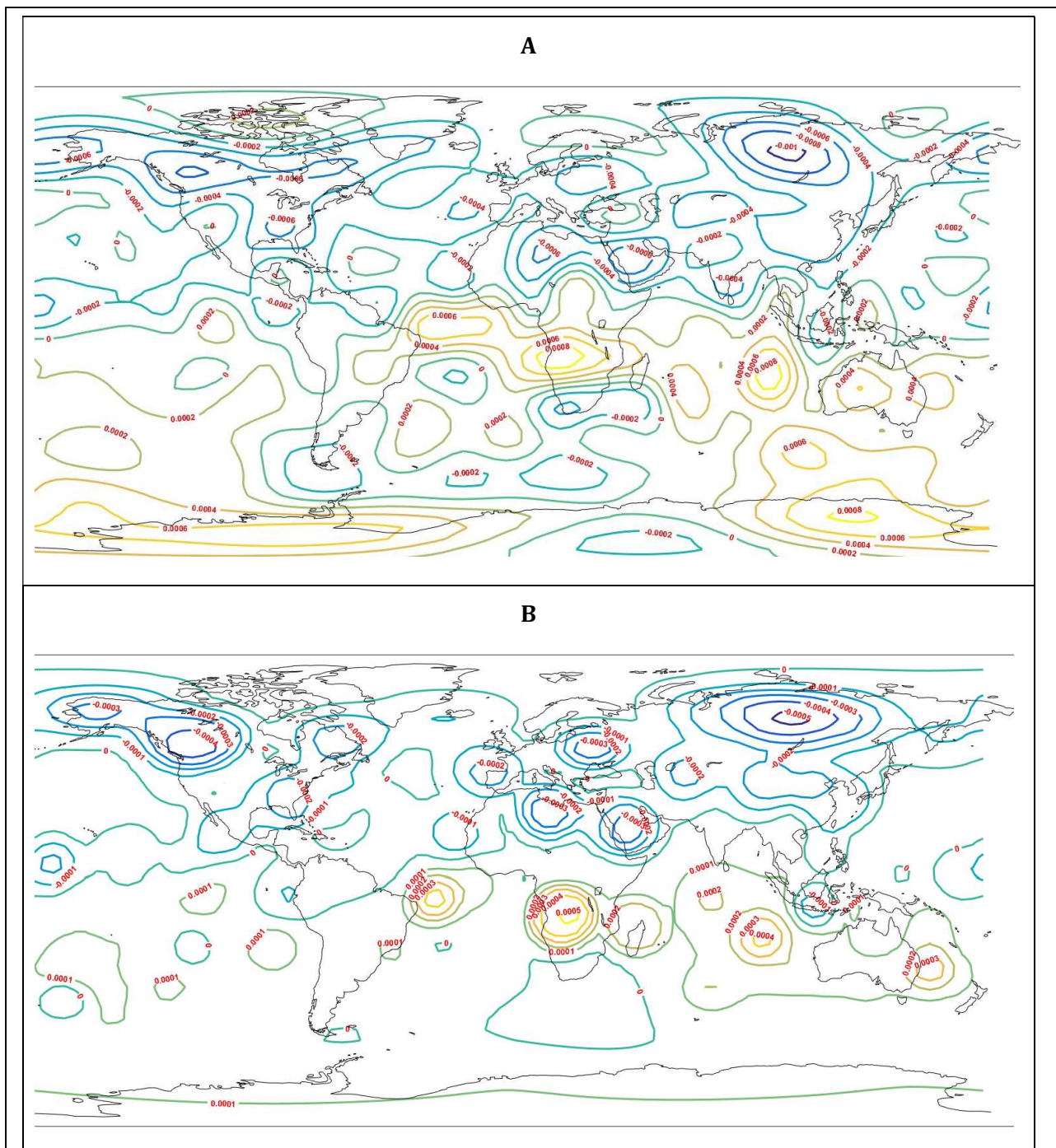
A valós adatokra a kiértékelést a vezetőképes külső mag hatását már figyelembe venni képes 2.4 modell felhasználásával a 3.9 fejezetben leírt, finomított becslési algoritmussal végeztem el. Az alábbiakban ennek eredményét mutatom be a KMH felületre kiszámított mágneses indukció vektor radiális komponenseire, illetve annak szekuláris változására (SV), összevetve a valós és a rekonstruált térképeket. Az összevetésben valós adatként a CHAOS-6 modell 2010-es epoch-ra vonatkoztatott, KMH felületre számított térképeit használtam fel.

A 2010-es adatokon elvégzett kiértékeléskor a hálózat által rekonstruált kép alapján a 3.4-ben leírt módszernek (szélsőérték-helyek kijelölése az eredményen gradiens alapon) megfelelően 114 forrást azonosítottam. Ha ezt összevetjük előző (4.1) fejezet szintetikus adatokon történt kiértékelésével, különös tekintettel a paraméterbecslési hibák alakulására (lásd 26. ábra és 28. ábra) nyilvánvaló, hogy az eredményeket fenntartással kell kezelni. A 33. ábrán a radiális indukció izovonalas térképére felvittem az azonosított források földrajzi pozícióit is. Ennek kapcsán megjegyzendő, hogy önmagában a mágneses mezőt alapján nem triviális az, hogy a hálózat miért pont az ábrán jelölt helyeken azonosított forrásokat. A hálózat számos esetben nem a mágneses mező szélsőérték-helyei ('dombjai, völgyei') alá helyezi el a forrásokat, ahogy arra esetleg számíthatnánk. Arra vonatkozólag, hogy lehet-e bármilyen szabályszerűség az azonosított források elhelyezésében az 5.1 fejezetben felvetek egy lehetséges, erősen spekulatív választ.

A valós geomágneses adatra elvégzett rekonstrukciónak a fő tanulsága az, hogy a finomított modell és algoritmus már *képes a KMH felületi radiális indukció vektor komponens térképeken megfigyelhető fő jellegzetességeit jól reprodukálni, nem képes azonban erre az SV esetében.*

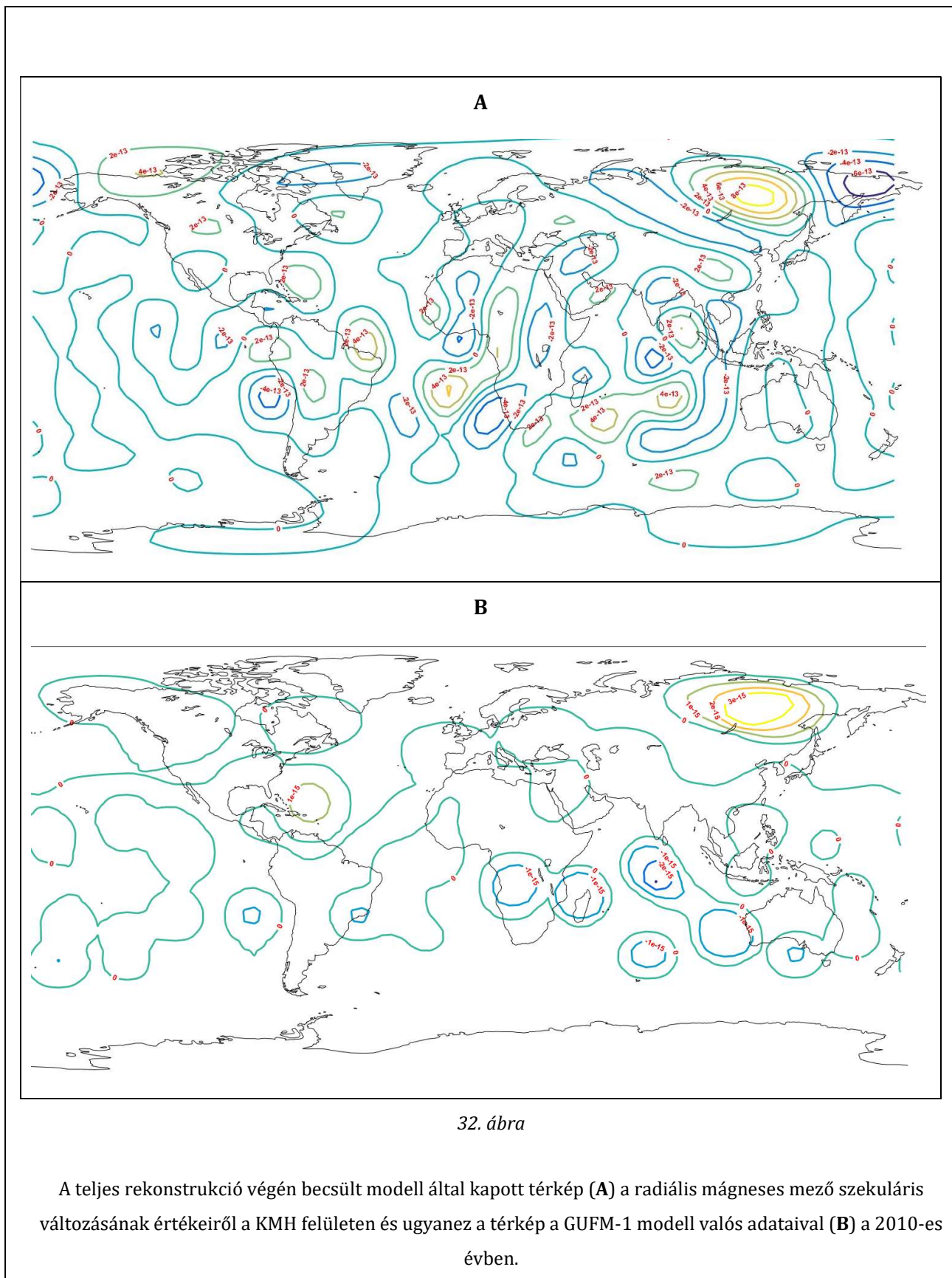
A 6. táblázat összesíti a valós térre elvégzett rekonstrukciók minőségjellemzőit. Ebből, valamint a 31. ábra és a 32. ábra alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy a (KMH-ra számított) radiális komponens alakulását a szekuláris változásénál jóval jobban tudom becsülni. Ennek valószínűsíthető oka a 3.8-ban bemutatott számítás, miszerint a realiztikus indukcióvektor-változásokból számított áramváltozás értékek a valós primer térnél nagyságrendekkel nagyobb indukált tereket eredményeztek volna. A tényleges és rekonstruált *mágneses mezőkre* számított keresztkorrelációs együttható (6. táblázat) nagysága az inverz feladatoknál tipikus jelenségről árulkodik, amit már az előző (4.1) fejezetben is érintettem. Az illeszkedés jósága meghaladja ugyanis a hasonló számú forrás esetében *forrásparaméterek* becslésének jóságát megadó keresztkorreláció értéket a 28. ábra tanulsága szerint.

Érdemes megfigyelni továbbá, hogy a rekonstrukció az északi féltekén láthatóan pontosabb, mint a délin. Ennek egy lehetséges oka közvetetten a geomágneses modell bemenő adatainak minőségében (lásd még 1.1.4 alfejezet) keresendő, valamint abban, hogy a hálózat dél felé haladva rendre gyengébb áramokat vezető forrásokat vélt találni (36. ábra).



31. ábra

A teljes rekonstrukció végén kapott térkép (A) a radiális mágneses mező értékeiről a KMH felületen és ugyanez a térkép a GUFM-1 modell valós adataival (B) a 2010-es évben.

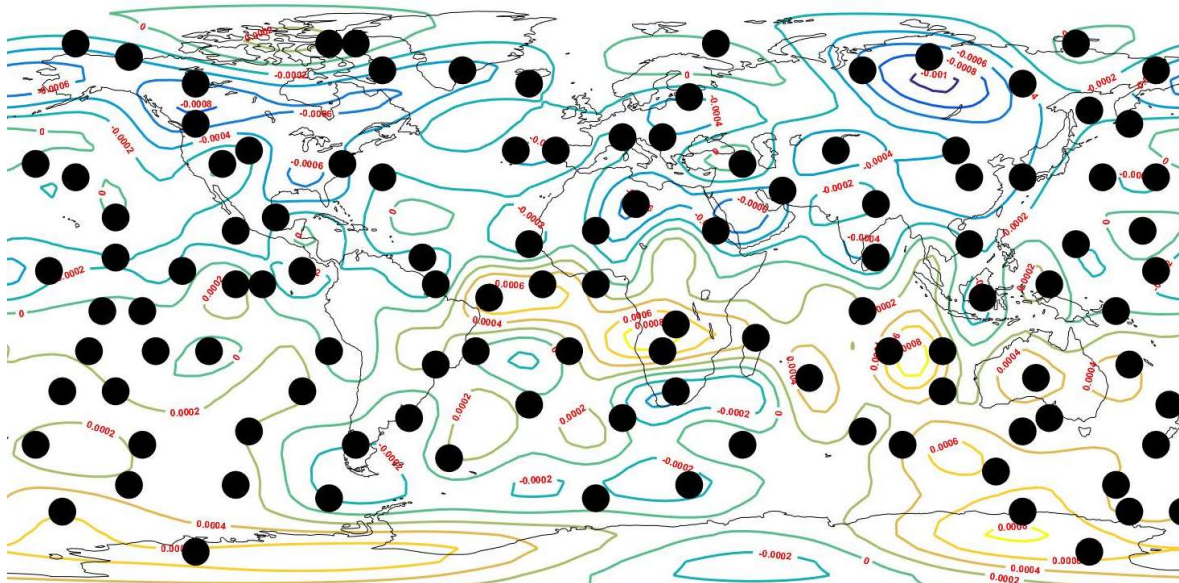


6. táblázat

	Geomágneses mező radiális komponense a KMH felületen		Radiális komponens szekuláris változása (5 év bázison véve) a KMH felületen	
Illszekedés minőségjellemzői	MAE	2D korrelációs együttható	MAE	2D korrelációs együttható
	1.97 * 10 ⁽⁻⁴⁾ [T]	0.78	1.07 * 10 ⁽⁻¹³⁾ [T/s]	0.49
A valódi tér jellemző adata	Abszolút Átlag	Abszolút Maximum	Abszolút Átlag	Abszolút Maximum
	2.65 * 10 ⁽⁻⁴⁾ [T]	1.1 * 10 ⁽⁻³⁾ [T]	1.07 * 10 ⁽⁻¹³⁾ [T/s]	9.4 * 10 ⁽⁻¹³⁾ [T/s]

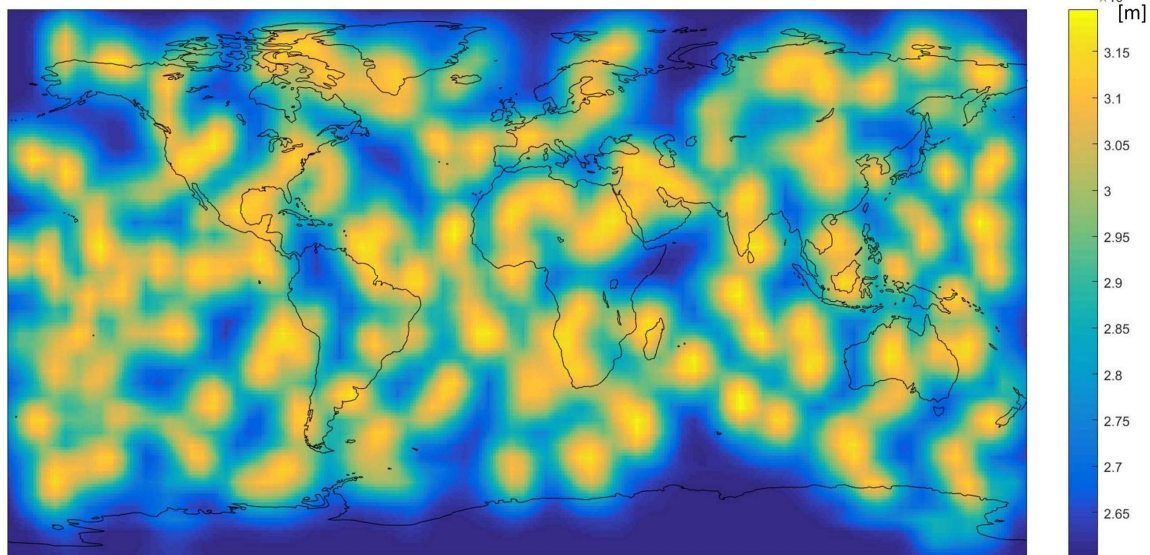
Azt, hogy a valós adatokra vonatkozóan a neurális hálózat milyen forrásparaméter-eloszlásokat becsül, illetve hova helyezhetők el ez alapján maguk az áramrendszerek, a (33. ábra-37. ábra) térképei összesítik. A földrajzi elhelyezés egyértelműsítése végett minden térképre a kontinensek partvonalait is berajzoltam. A színkódolás a térképeken a hálózat által becsült forrásparaméter-eloszlások dimenziós értékét jelöli. A skálákon a mértékegységeket is feltüntettem.

Külön említést érdemel a 36. ábra, amely alapján a földi mágneses mező északi-és déli féltéken mérhető negatív- és pozitív mágneses indukció vektor értékeket alapvetően lekövetve a hálózat északon negatív, délen pozitív forrásáramokat becsül, de nem kizárólag. Érdeklődésre tarthat számon a dél-atlanti térségben kapott eredmény, a bevezető részben már említett dél-atlanti mágneses anomália miatt (1.1.0 alfejezet). Az anomália térségében a Föld felszínén a környezetéhez képest jelentősen gyengébb mágneses mező a KMH felületen a geomágneses modellek adatai szerint a környezővel ellentétes (reverz) radiális indukció komponensek megjelenését jelenti (ez megfigyelhető a 31. ábra és 33. ábra térképein). Ezen területen a becslés alapján, főleg az Afrika déli részétől még jóval délebre eső, és a Dél-Amerika déli csücskének környezetében lévő térségek alatt kapok intenzív negatív áramerősségű forrásokat.



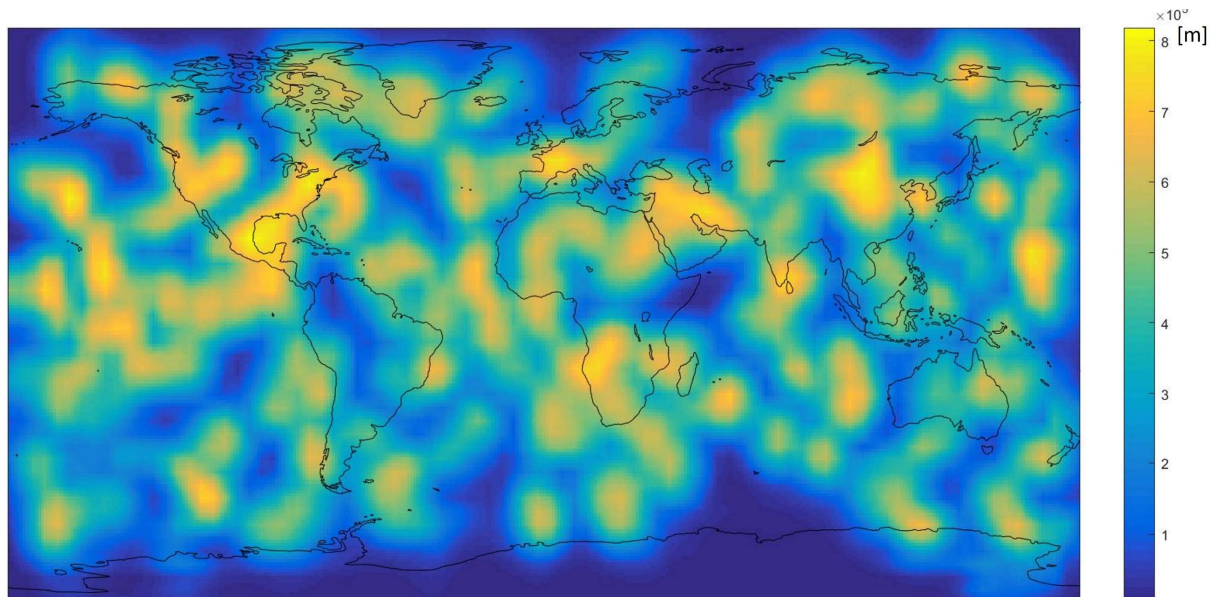
33. ábra

Radiális mágneses indukció komponens értékei a KMH felületen 2010-ben (a CHAOS-6 geomágneses modell adataiból). A fekete körök azt jelölik, hogy a neurális hálós képszegmentáció eredménye alapján a mező forrásai mely földrajzi helyek alatt helyezkedhetnek el.



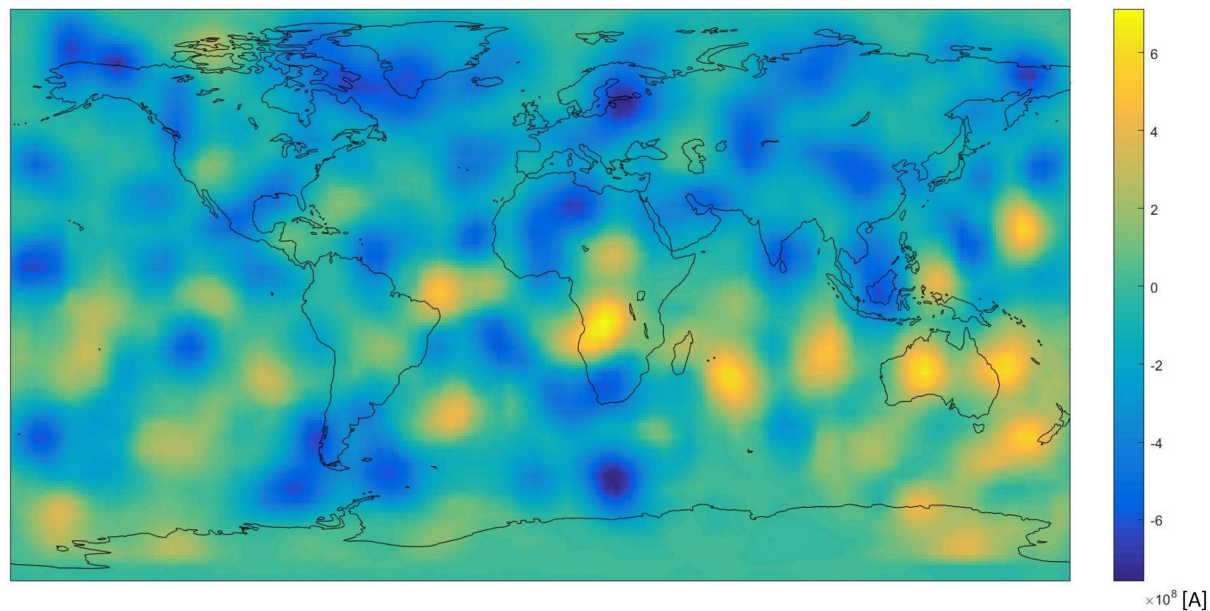
34. ábra

A források becsült mélységbeli elhelyezkedésének eloszlás térképe a külső magban a 33. ábra mutatott 2010 évi mágneses mező adatokból számítva. A skálát itt a 2.1 fejezetben bevezetett paraméterezésnek megfelelően földközépponttól vett távolságban adtam meg, így a világosabb színnel jelölt területek utalnak a KMH felülethez közelebb elhelyezkedő források jelenlétére.



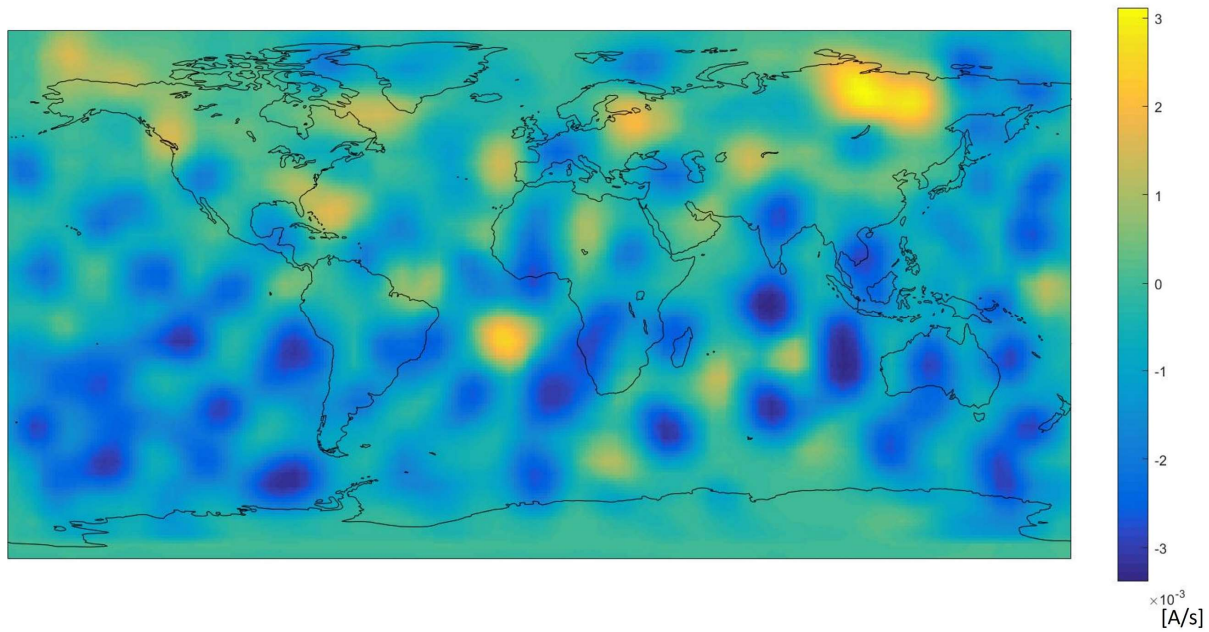
35. ábra

A források becsült mérete (sugara) a külső magban a 33. ábra mutatott 2010 évi mágneses mező adatokból számítva.



36. ábra

A források becsült áramerőssége a külső magban a 33. ábra mutatott 2010 évi mágneses mező adatokból számítva.



37. ábra

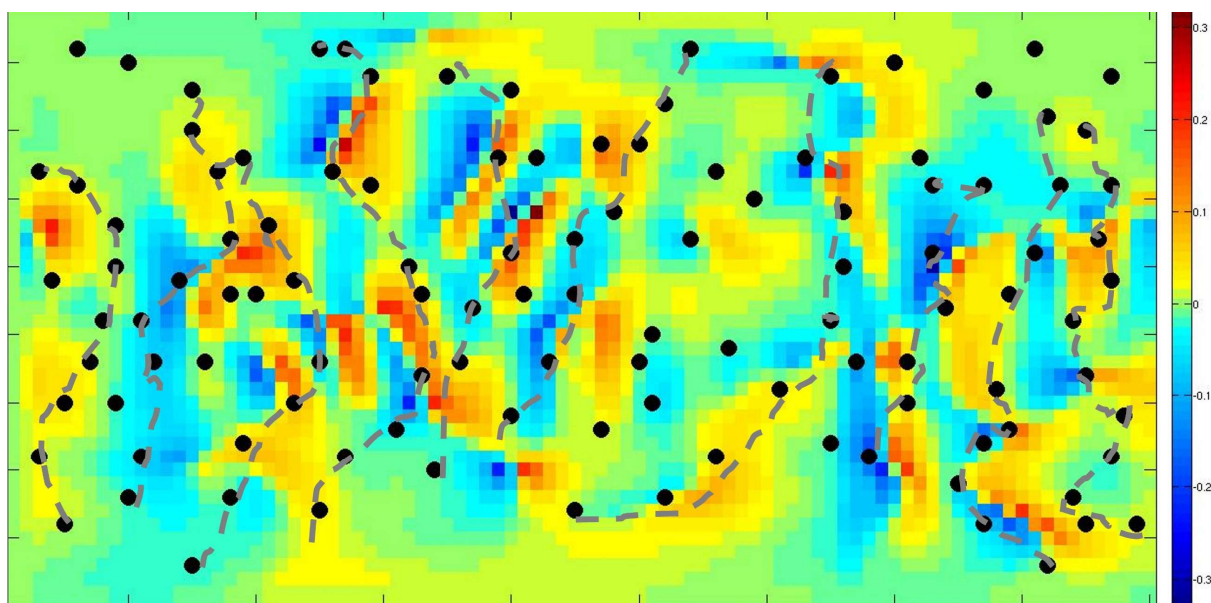
A források becsült áramváltozása a külső magban a 33. ábra mutatott 2010 évi mágneses mező adatokból számítva.

5. Továbbviteli lehetőségek

5.1 Az eredmények összevetése a KMH felületre vonatkoztatott anyagáramlás-becslésekkel

Alapvető jelentőségű annak feltérképezése, hogy a munka során elkészült rekonstrukciók vajon mennyire reprezentálhatják kielégítően a külső magban elhelyezkedő valódi forrásokat, illetve a mágneses mezőt keltő tényleges (lokális) folyamatokat. Ehhez nagyon lényeges volna információt szerezni arról, hogy a végül elkészült köráram-modell segítségével az eredményekben rekonstruált áramrendszerek mennyire konzisztensek a magnetohidrodinamikai folyamatra érvényes összefüggéseket használó rekonstrukciókkal. Az 1.2.1 és 1.2.3 alfejezetekben mind a kinematikai dinamómodellek, mint az általam felhasznált (Miyagoshi, Kageyama, & Sato, 2011) szimuláció eredményei kapcsán megemlítettem, hogy az anyagáramlás és a töltésáramlás rendszerei között a geodinamó folyamatban olyan kapcsolat állhat fenn, ami az anyagáramlási sebességek nagyságbeli változásához köti az elektromos áramrendszerek létrejöttét.

Ebből a szempontból érdekes a 38. ábra. Itt a fekete pontok a finomított algoritmus kiértékelése alapján az áramrendszerek valószínűsített földrajzi elhelyezkedését mutatják a 2010-es évben, a térkép pedig ugyanezen évre vonatkozóan az 1.2.1-ben tárgyalt módon a KMH felületre inverziós becsléssel számított

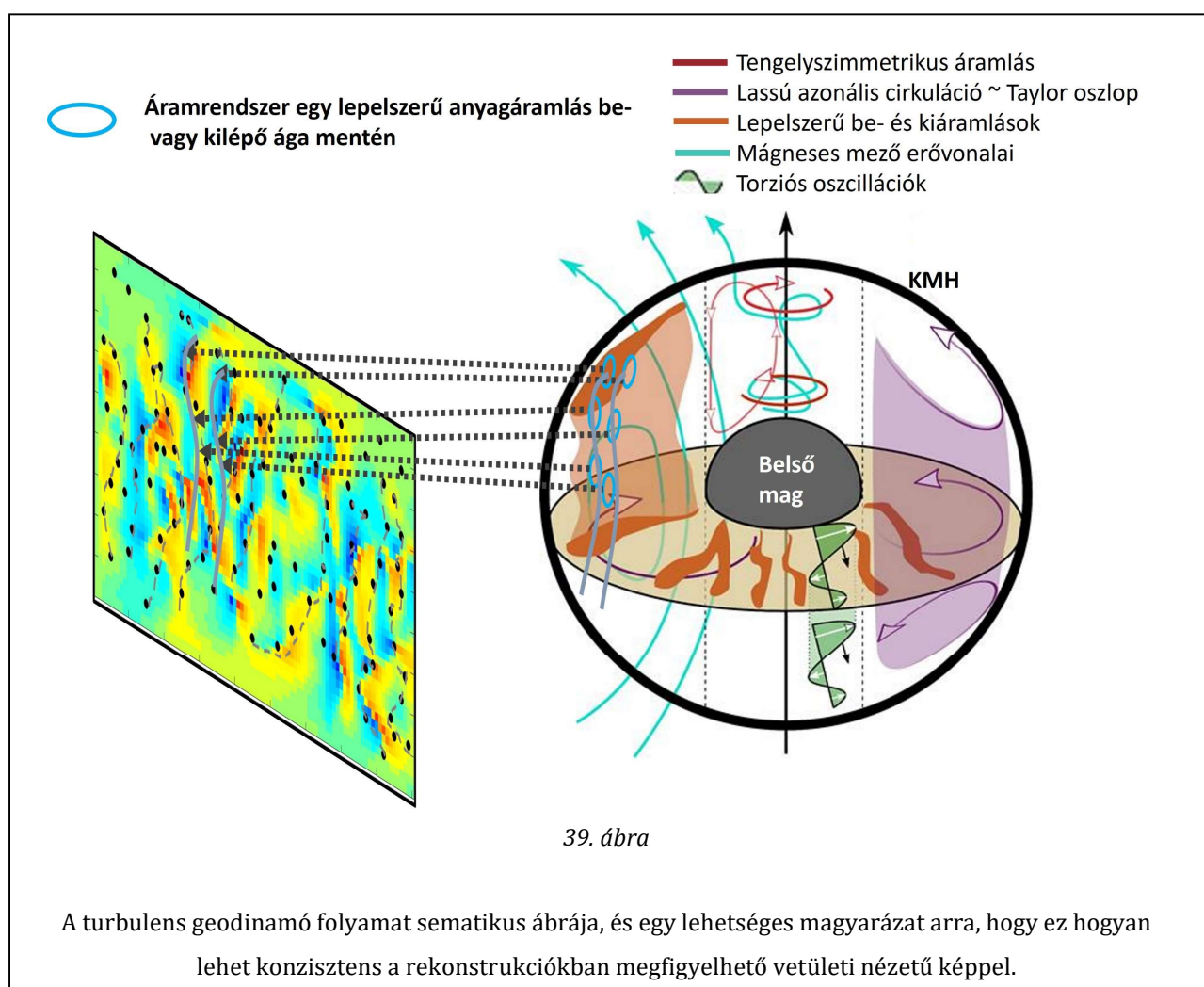


38. ábra

Anyagáramlási kép és a forrásmodell alapján becsült földrajzi forrás-pozíciók összevetése a KMH felületen.

Az ábrán szaggatott vonallal az általam vélelmezett 'áramrendszer láncolatokat' jelöltem be.

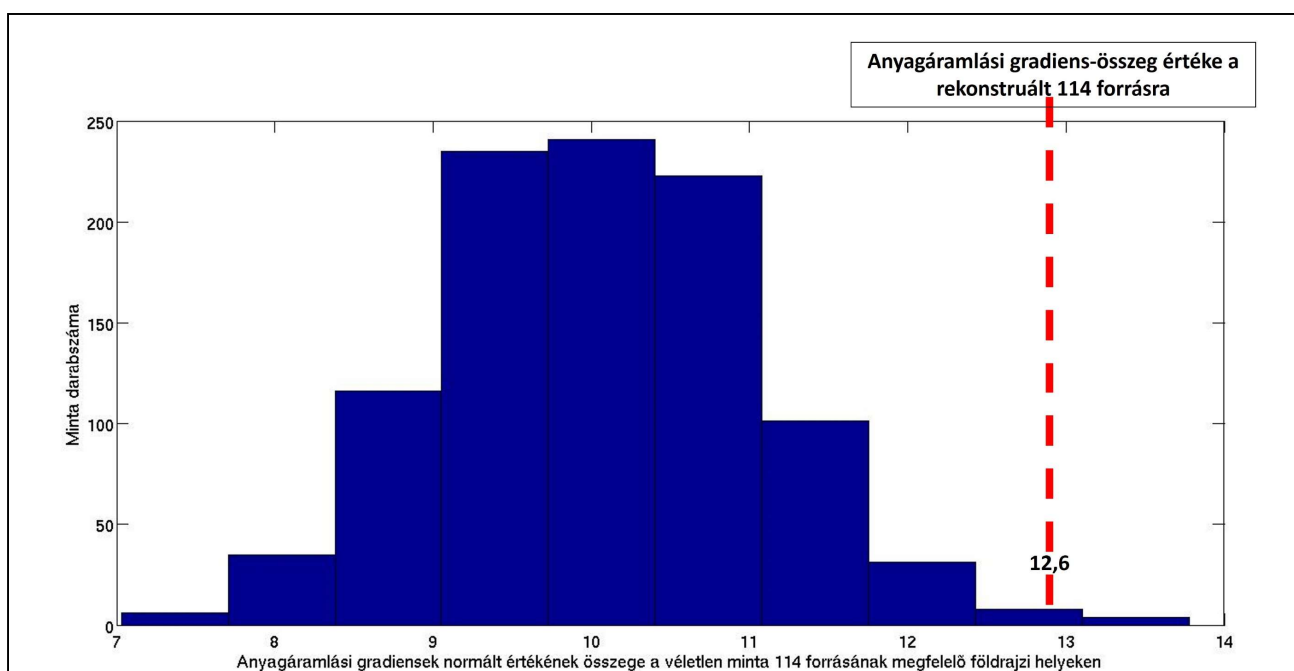
anyagáramlás gradiens-térképe (az anyagáramlás logaritmusára kiszámítva, így a kisebb sebességértékekhez tartozó gradiens értékek is jól megfigyelhetők) ((Whaler & Beggan, 2015) eredményeinek felhasználásával készült). A rekonstruált (elektromos) áramrendszerek mintázatát vizsgálva felmerült bennem a gyanú, hogy azok nem teljesen véletlenszerűen, hanem a nagy horizontális anyagáramlási gradiens környezetében, azokat körbefonó 'láncokba' összeállva helyezkednek el. Ez arra utalhat, hogy az algoritmusom és a modellem a tényleges a fizikai folyamattal konzisztens képet becsül. Arra, hogy ehhez milyen kép társulhat a tényleges geodinamóban, ami a teljes térbeli áramlási rendszert illeti, a 39. ábra sematikus rajza hivatott rávilágítani (Schaeffer, Jault, Nataf, & Fournier, 2017) nyomán. Ezen azt szemléltetem, hogy a geodinamóra jellemző turbulens MHD folyamatban az 1.2.3 fejezetben leírtaknak megfelelően kialakulnak a fel- és leáramlási leplek, amelyek a KMH felülethez közeledve fordulnak át, és megváltoztatják a horizontális anyagáramlást. Az áramrendszerek azonban nem pont itt (a nagy horizontális anyagáramlás-változások alatt) alakulnak ki, hanem ezen térségek szélein, az áramlási leplek be- és kiáramló ágai mentén. Ha ezt elfogadjuk, akkor nem tűnik meglepőnek, hogy egy ehhez hasonló képet látunk kiterítve a 38. ábra térképén. Ahhoz azonban, hogy egy ehhez hasonló hipotézis megerősítést nyerjen, számos ilyen térképi összevetés eredményét kellene



kvantitatívan is kiértékelni.

Ezt első rendben el lehetne végezni például úgy, hogy véletlenszerűen, de a 2.4-ben megszabottakkal azonos feltételeknek (több forrás nem eshet egyazon térképi pontra) megfelelően lerakok azonos számú (ezen rekonstrukció esetében 114 darab) forrást, és összegzem, hogy mekkora átlagosan az földrajzi helyüknek megfelelő helyen vett anyagáramlási gradiens abszolút értéke. Ugyanezt értelemszerűen elvégzem a hálózat által kijelölt adatokon is. Ezt azért teszem, hogy lássam, a mintázat vajon tényleg ott van-e a kijelölt forráspozíciókban, és van-e konzisztencia az anyagáramlási gradiensekkel. Ha a hipotézisemnek megfelelően a legnagyobb gradienseket nem veszem figyelembe az összegzés során, érdekes eredményt kaphatok.

A 40. ábra hisztogramján a bejelöltem a rekonstruált földrajzi forrás-pozíciókon összegzett anyagáramlási gradienst. A hisztogram 1000 véletlenszerűen elhelyezett forrás-eloszlás esetén mutatja ugyanezen összeg megoszlását. Ha az anyagáramlási gradiens abszolút értékeiben a maximum 75%-ánál nagyobb gradienseket nem veszem figyelembe, ez az összegzett gradiens a rekonstruált forrás-térkép esetében szignifikánsan nagynak tekinthető a véletlen mintákban előforduló összegek eloszlásával összehasonlítva.



40. ábra

Egy lehetséges vizsgálat annak eldöntésére, hogy a neurális hálózat véletlenszerűen vagy a nagyobb anyagáramlási gradiensek környezetében azonosít-e áramrendszereket. A hisztogram a rekonstruált modellben lévővel azonos számú, véletlenszerűen elhelyezett forrást tartalmazó 1000 modellben adja meg a gradiens összeg alakulását, a szaggatott vonal ugyanezt az összeget mutatja a tényleges rekonstruált modell esetében.

Ehhez hasonló számítások eredményének szignifikanciáját kéne több epoch-ra vonatkozóan is megerősíteni vagy cáfolni ahhoz, hogy a köráram-modellel alapuló és az MHD alapú rekonstrukciók konzisztens voltáról érdemen nyilatkozhaszak. Megnyugtatóbb választ a jövőben arra, hogy egy ilyen módszer mennyire nyújthat egyáltalán egy, a geodinamóhoz hasonló komplex MHD folyamatról fizikailag releváns információt, és valójában mit képes rekonstruálni, az adhatna, ha a módszert közvetlenül az 1.2.3 alfejezetben bemutatotthoz hasonló szimulációk adatain, illetve esetleg laborkísérletekben (például (Miralles, és mtsai., 2013)) mért mágneses mezőkön is kipróbálhatnám.

5.2 Az adatmennyiség növelése és a becslési algoritmus továbbfejlesztése

Az 1.3.2 fejezetben a forrásmodellel történő feltérképezés alkalmazása melletti érvként hoztam fel, hogy egy ilyen megközelítésben mind az alkalmazott leíró jellegű modell, mind a becslési algoritmus jelentős mértékben átalakítható, továbbfejleszhető. Ez történhet egyrészt a források-áramrendszerek geometriájának variálásával, másrészt például a 2.4-ben megfogalmazott megkötések enyhítése, feloldása révén. Érdemes lehet például megvizsgálni, hogy a modellben nem csak a forrásáramokat változtatjuk, hanem megengedjük a forrásoknak legalább egy állandó, horizontális sebességgel történő elmozdulását. Ismeretes ugyanis, hogy a geomágneses főtér non-dipól részére jellemző $0.1-0.3^\circ$ elmozdulás (drift) egy éven belül, és az SV egy jelentős része is ebből származik (Nilsson, Suttie, Korte, Holme, & Hill, 2020). Elképzelhető, hogy ekkor a mostani modellben fellépő diszkrepancia az SV és a főtér jellemzőinek rekonstruálásában már kevésbé lenne jelentős. Mindazonáltal ebben az esetben már a források vezetőben történő elmozdulása miatti mozgási indukció hatását is figyelembe kellene venni.

Érdekes lehet még egy olyan vizsgálat, amely összehasonlítja a teljes térre a mostanihoz hasonló módon elkészült vizsgálat eredményét egy csak a nondipól összetevőket felhasználó rekonstrukcióval. Ez adhat egyfajta elsőrendű becslést arra, hogy a geodinamó folyamat nagyobb méretskálájú részéből a módszerrel végzett rekonstrukciók mennyire állíthatnak elő konzisztens (áramsűrűség-eloszlási) képet, illetve a módszer alapján a nagyobb léptékű mágneses mezőknek megkora része származhat a modellemben felvett lokálisabb jellegű forrásokból (Starchenko & Smirnov, 2021).

Az algoritmus implementáció továbbfejlesztésénél jóval gyorsabban kivitelezhető, és az eredményeken potenciálisan jelentősen javító fejlesztés lenne, a tanításhoz felhasznált adatok mennyiségét, de legfőképpen azok minőségét tekintve, ha például a 2.3 fejezetben meghatározott térképi felbontást jelentősen megnövelném legalább a neurális háló tanítás esetében.

5.3 Forrástartományok és áramrendszerek keresése közvetlenül a geodinamó szimulációk adatai alapján

Egy a geodinamó folyamatot egyedi és óhatatlanul idealizált áramrendszerekre felbontó megközelítésnek egyaránt előnye és hátránya annak fenomenológiai természete. Felmerül a kérdés, hogy az ebből fakadó

problémákat majdan orvosolhatja-e, ha közvetlenül egy valós földmagéhoz leghasonlóbb körülményeket produkálni képes modell állapotterében keresünk gépi tanulással forrástartományokat, és ezt a 3.7 fejezetben leírt tanítási módszer segítségével a valós földi mágneses mezőre is elvégezzük. (Miyagoshi, Kageyama, & Sato, 2011) munkájukban az áramrendszerek behatárolása mellett megadtak egy kifejezést, amely a geodinamó folyamatban a mágneses energiasűrűség időfejlődésére vonatkozó összefüggés felhasználásával képes a forrástartományokat lokalizálni.

$$D = -\mathbf{u}(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \quad 102$$

A (102) érték térfogati eloszlásában lokalizálható forrástartományok a hurokszerű, tekercsszerű áramrendszerekkel egybeesnek, ami arra utal, hogy azok a geodinamó folyamat tényleges forrásaiként viselkednek a modellben.

Kérdéses viszont, hogy ezekben a szimulációkban akár az áramrendszerek, akár a forrástartományok mennyi ideig maradnak fenn stabil állapotban, illetve mennyire képesek olyan nagy számú, változatos konfigurációban előállni, hogy az elegendő mennyiségű, a valós geomágneses mezőre nézve reprezentatív tanító adatot eredményezhessen.

6. Záró gondolatok

Zárszóul hangsúlyozni szeretnék egy tényt, amit az értekezés több részének kapcsán érintettem: Nincsen olyan aspektusa az itt bemutatott módszernek, amely mentén az ne lehetne támadható. A modellválasztástól kezdve a gépi tanuló algoritmusok, mint paraméterbecslő eljárások alkalmazásán át az eredmények megbízhatóságáig, azok fizikai relevanciájáig. Inkább filozófiai jellegű az a kérdés, hogy általánosságban fenomenológiai szemléletű eljárásokkal mennyire lehet a *tényleges* fizikai valóságról információt szerezni. Meggyőződésem, hogy ha ez a módszer végül alkalmatlannak bizonyul abban, hogy egy geodinamóhoz hasonló komplex folyamat közvetett ismeretek alapján történő feltérképezésében érdemi segítséget nyújtson, akkor is elmondható, hogy az itt alkalmazott megközelítés által felvetett kérdéskört körbe kellett járni. Meggyőződésem, hogy a természettudományos kutatások a közhiedelemmel ellentétben a legkritikább esetben mentesek a bizonytalanságtól, és gyakran később tévedésnek bizonyuló próbálkozások is képesek hozzájárulni azok előrehaladásához. E tekintetben különösen értékesnek találok Edison gondolatát, melynek szabatos fordítása valahogy így hangzik: *'Nem vallottam kudarcot. Feltaláltam tízezer módját annak, hogyan nem lehet megoldani a problémát.'*

Irodalomjegyzék

- Alfvén, H. (1942). Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves. *Nature*, 150(3805), 405–406. doi:10.1038/150405d0.
- Amit, H., Terra-Nova, F., Lézin, M., & Trinidad, R. I. (2021). Non-monotonic growth and motion of the South Atlantic Anomaly. *Earth, Planets and Space*, 73(1), 1-10. doi:https://doi.org/10.1186/s40623-021-01356-w
- Aubert, J. (2019). Approaching Earth's core conditions in high-resolution geodynamo simulations. *Geophys. J. Int.*, 219(Supplement_1), 137–151. doi:https://doi.org/10.1093/gji/ggz232
- Aubert, J. (2020). Recent geomagnetic variations and the force balance in Earth's core. *Geophysical Journal International*, 221(1), 378–393. doi:https://doi.org/10.1093/gji/ggaa007
- Aubert, J., & Finlay, C. C. (2019). Geomagnetic jerks and rapid hydromagnetic waves focusing at Earth's core surface. *Nat. Geosci.*, 12, 393-398. doi:https://doi.org/10.1038/s41561-019-0355-1
- Aubert, J., & Fournier, A. (2011). Inferring internal properties of Earth's core dynamics and their evolution from surface observations and a numerical geodynamo model. *Nonlin. Processes Geophys.*, 18, 657–674. doi:https://doi.org/10.5194/npg-18-657-2011
- Aubert, J., & Gillet, N. (2021). The interplay of fast waves and slow convection in geodynamo simulations nearing Earth's core conditions. *Geophysical Journal International*, 225(3), 1854-1873. doi:https://doi.org/10.1093/gji/ggab054
- Aubert, J., Finlay, C. C., & Fournier, A. (2013). Bottom-up control of geomagnetic secular variation by the Earth's inner core. *Nature*, 502, 219–223. doi:https://doi.org/10.1038/nature12574
- Aubert, J., Gastine, T., & Fournier, A. (2017). Spherical convective dynamos in the rapidly rotating asymptotic regime. *J. Fluid Mech.*, 813, 558–593. doi:https://doi.org/10.1017/jfm.2016.789
- Baker, J. E. (1985). Adaptive Selection Methods for Genetic Algorithms. In *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms* (old.: 101–111). L. Erlbaum Associates Inc.
- Beggan, C., & Whaler, K. (2008). Core flow modelling assumptions. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 167(3-4), 217–222. doi:https://doi.org/10.1016/j.pepi.2008.04.011
- Beggan, C., Macmillan, S., Clarke, E., & Hamilton, B. (2014). Improving models of the Earth's magnetic field for directional drilling applications. *First Break*, 32(3), 53-60. doi:https://doi.org/10.3997/1365-2397.2014001
- Brown, M., Korte, M., Holme, R., Wardinski, I., & Gunnarson, S. (2018). Earth's magnetic field is probably not reversing. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(20), 5111-5116. doi:https://doi.org/10.1073/pnas.1722110115
- Bullard, E. C., & Gellman, H. (1954). Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 274, 213-278. doi:https://doi.org/10.1098/rsta.1954.0018

- Calkins, M. A. (2018). Quasi-geostrophic dynamo theory. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 276, 182–189. doi:<https://doi.org/10.1016/j.pepi.2017.05.001>
- Carr, J. (2014). An introduction to genetic algorithms. *Senior Project, 1, 40*. Whitman College.
- Constable, C., & Korte, M. (2006). Is Earth's magnetic field reversing? *Earth and Planetary Science Letters*, 246(1-2), 1-16. doi:<https://doi.org/10.1016/j.epsl.2006.03.038>
- Courillot, V., & Le Mouél, J.-L. (1976). On the long-period variations of the Earth's magnetic field from 2 months to 20 years. *Journal of Geophysical Research.*, 81(17), 2941–2950. doi:[doi:10.1029/JB081i017p02941](https://doi.org/10.1029/JB081i017p02941).
- Czirok, L., Kuslits, L., Bozsó, I., Radulian, M., & Gribovszki, K. (2022). Cluster Analysis for the Study of Stress Patterns in the Vrancea-Zone (SE-Carpathians). *Pure Appl. Geophys.*, 179, 3693–3712. doi:<https://doi.org/10.1007/s00024-022-03159-w>
- Cserepes, L. (1998). High-Amplitude Magnetoconvection in a Horizontal External Magnetic Field. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, 33, 365–375. doi:<https://doi.org/10.1007/BF03325546>
- Davies, C., Pozzo, M., Gubbins, D., & Alfé, D. (2015). Constraints from material properties on the dynamics and evolution of Earth's core. *Nat. Geosci.*, 8(9), 678. doi:<https://doi.org/10.1038/ngeo2492>
- De Santis, A., & Quamili, E. (2010). Equivalent monopole source of the geomagnetic South Atlantic Anomaly. *Pure Appl. Geophys.*, 167, 339-347. doi:<https://doi.org/10.1007/s00024-009-0020-5>
- Dong, C., Zhang, H., Jiao, L., Cheng, L., Yuen, D. A., & Shi, Y. (2021). The Non-Negligible Effect of Viscosity Diffusion on the Geodynamo Process. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 126(6). doi:<https://doi.org/10.1029/2020JB021281>
- Dongxiao, L., Fan, W., Shan, L., Tian, C., Bi, B., Zhang, F., . . . Gu, Y. (2019). Ab initio simulations for expanded gold fluid in metal-nonmetal transition regime. *Physics of Plasmas*, 26(122705). doi:[10.1063/1.5123512](https://doi.org/10.1063/1.5123512).
- Dutykh, D. (2016). How to overcome the Courant-Friedrichs-Lewy condition of explicit discretizations? *Numerical Methods for Diffusion Phenomena in Building Physics*. doi:https://doi.org/10.1007/978-3-030-31574-0_5
- Finlay, C. C., Olsen, N., Kotsiaros, S., Gillet, N., & Tøffner-Clausen, L. (2016). Recent geomagnetic secular variation from Swarm and ground observatories as estimated in the CHAOS-6 geomagnetic field model. *Earth Planets Space*, 68(1), 1-18. doi:<https://doi.org/10.1186/s40623-016-0486-1>
- Fournier, A., Hulot, G., & Jault, D. (2010). An Introduction to Data Assimilation and Predictability in Geomagnetism. *Space Sci. Rev.*, 247–291. doi:<https://doi.org/10.1007/s11214-010-9669-4>
- Fukushima, K. (1969). Visual feature extraction by a multilayered network of analog threshold elements. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 5(4), 322-333. doi:[10.1109/TSSC.1969.300225](https://doi.org/10.1109/TSSC.1969.300225)
- Ganin, Y., Ustinova, E., Ajakan, H., Germain, P., Larochelle, H., Laviolette, F., . . . et al. (2016). Domain-adversarial training of neural networks. *The journal of machine learning research*, 17(1), 2030-2096.
- Gans, R. F. (1972). Viscosity of the Earth's core. *J. Geophys. Res.*, 77(2), 360–366. doi:<https://doi.org/10.1029/JB077i002p00360>

-
- Gillet, N., Jault, D., Canet, E., & Fournier, A. (2010). Fast torsional waves and strong magnetic field within the Earth's core. *Nature*, 465(7294) pp. 74-77. doi:<https://doi.org/10.1038/nature09010>
- Gillet, N., Schaeffer, N., & Jault, D. (2011). Rationale and geophysical evidence for quasi-geostrophic rapid. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 187(3-4), 280-390. doi:<https://doi.org/10.1016/j.pepi.2011.01.005>
- Gilman, P. A., & Miller, J. (1981). Dynamically consistent nonlinear dynamos driven by convection in a rotating spherical shell. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 46, 211-238. doi:10.1086/190743
- Glatzmaier, G., & Roberts, P. (1995). A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal. *Nature*, 377, 203-209. doi:<https://doi.org/10.1038/377203a0>
- Goodfellow, I. J., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). *Deep Learning*. Cambridge, MA, USA: MIT Press.
- Greenspan, H. P. (1968). *The theory of rotating fluids*. Massachusetts Inst of Tech Cambridge Dept of Mathematics.
- Grefenstette, J. J. (1981). Parallel Adaptive Algorithms for Function Optimization. *Tech. Rep.*, 18-81.
- Gubbins, D. (1996). A formalism for the inversion of geomagnetic data for core motions with diffusion. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 98(3-4), 193-206.
- Gubbins, D., & Bloxham, J. (1987). Morphology of the geomagnetic field and implications for the geodynamo. *Nature*, 325(6104), 509-511. doi:<https://doi.org/10.1038/325509a0>
- Gubbins, D., & Roberts, P. H. (1987). Magnetohydrodynamics of the Earth's core. In J. A. Jacobs, *Geomagnetism* (2. kötet, old.: 1-183).
- Gubbins, D., Alfé, D., Davies, C., & Pozzo, M. (2015). On core convection and the geodynamo: effects of high electrical and thermal conductivity. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 247, 56-64. doi:<https://doi.org/10.1016/j.pepi.2015.04.002>
- Gwirtz, K., Davis, T., Morzfeld, M., Constable, C., Fournier, A., & Hulot, G. (2022). Can machine learning reveal precursors of reversals of the geomagnetic axial dipole field? *Geophysical Journal International*, 231(1), 520-535. doi:<https://doi.org/10.1093/gji/ggac195>
- Herrera, F., Lozano, M., & Verdegay, J. (1998). Tackling real-coded genetic algorithms: Operators and tools for behavioural analysis. *Artificial Intelligence Review*, 12, 265-319.
- Holme, R. (2007). Effects of Diffusion. In G. Schubert, *Treatise on Geophysics*. Elsevier.
- Hulot, G., Lhuillier, F., & Aubert, J. (2010). Earth's dynamo limit of predictability. *Geophys Res Lett*, 37(6), L06305. doi:<https://doi.org/10.1029/2009GL041869>
- Huyen, C. (2022). *Designing Machine Learning Systems*. O'Reilly Media, Inc.
- Ilyas, I. F., & Chu, X. (2019). *Data Cleaning*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery. doi:<https://doi.org/10.1145/3310205>
- Jackson, A., Jonkers, A. R., & Walker, M. R. (2000). Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records. *Philos. Trans. R. Soc. Lond., A*(358), 957-990.

- Jackson, A., Jonkers, A. R., & Walker, M. R. (2000). Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, 358(1678), 957-990. doi:<https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0569>
- Jackson, J. D. (1998). Vector Potential and Magnetic Induction for a Circular Current Loop. In *Classical Electrodynamics* (old.: 181-184). ISBN: 978-0-471-30932-1.
- Jacobs, C., van der Holst, B., & Poedts, S. (2007). Comparison between 2.5D and 3D simulations of coronal mass ejections. *Astronomy & Astrophysics*, 470, 359-365. doi:10.1051/0004-6361:20077305
- Jiao, L., Huo, L., Hu, C., & Tang, P. (2020). Refined UNet: UNet-Based Refinement Network for Cloud and Shadow Precise Segmentation. *Remote Sensing*, 12(12), 2001. doi: <https://doi.org/10.3390/rs12122001>
- Kageyama, A., & Sato, T. (1995). Computer simulation of a magnetohydrodynamic dynamo. II. *Phys. Plasmas*, 2(5), 1421-1431. doi:<https://doi.org/10.1063/1.871485>
- Kingma, D. P., & Ba, J. (2015). Adam: A Method for Stochastic Optimization. *3rd International Conference for Learning Representations*. San Diego. doi:<https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6980>
- Korte, M., & Constable, C. (2011). Improving geomagnetic field reconstructions for 0-3ka. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 188(3-4), 247-259. doi:<https://doi.org/10.1016/j.pepi.2011.06.017>
- Korte, M., & Constable, C. G. (2005). The geomagnetic dipole moment over the last 7000. *Earth and Planetary Science Letters*, 236(1-2), 348 - 358. doi:<https://doi.org/10.1016/j.epsl.2004.12.031>
- Kreuzahler, S., Ponty, Y., Plihon, N., Homann, H., & Grauer, R. (2017). Dynamo enhancement and mode selection triggered by high magnetic permeability. *Phys. Rev. Lett.*, 119(23), 234501. doi:<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.234501>
- Krizhevsky, A., Sutskever, I., & Hinton, G. E. (2012). Imagenet classification with deep convolutional neural networks. In F. Pereira, C. J. Burges, L. Bottou, & K. Q. Weinberger, *Advances in Neural Information Processing Systems* (25. kötet, old.: 1097-1105.). Curran Associates, Inc.
- Krizhevsky, A., Sutskever, I., & Hinton, G. E. (2017). Imagenet classification with deep convolutional neural networks. *Communications of the ACM*, 60(6), 84-90. doi:<https://doi.org/10.1145/3065386>
- Kuslits, L. B., Farkas, M. P., & Galsa, A. (2014). Effect of temperature-dependent viscosity on mantle convection. *Acta Geod. Geophys.*, 49, 249-263. doi:10.1007/s40328-014-0055-7
- Kuslits, L., Lemperger, I., Horváth, A., Koronczay, D., & Wesztergom, V. (2020). Recent progress in identification of the geomagnetic signature of 3D outer core flows. *Acta Geodaetica et Geophysica*, 55, 347-370.
- Ladynin, A. V. (2014). Dipole sources of the main geomagnetic field. *Russ. Geol. Geophys.*, 55(4), 495-507.
- Langel, R. A. (1987). The Main Field. In J. A. Jacobs, *Geomagnetism*. New York: Academic Press.
- Langel, R. A. (1993). The use of low altitude satellite data bases for modeling of core and crustal fields and the separation of external and internal fields. *Surv. Geophys.*, 14(1), 31-87. doi:<https://doi.org/10.1007/bf010>
- Larmor, J. (1919). How could a rotating body such as the Sun become a magnet. *Rep. Brit. Adv. Sci.*, 87, 159-160.
- Lesur, V., Wardinski, I., Rother, M., & Manda, M. (2008). GRIMM: the GFZ Reference Internal Magnetic Model based

on vector satellite and observatory data. *Geophys J. Int.*, 173(2), 382–394. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008.03724.x>

- Lesur, V., Gillet, N., Hammer, M. D., & Mandea, M. (2022). Rapid Variations of Earth's Core Magnetic Field. *Surv. Geophys.*, 43, 41–69. doi:<https://doi.org/10.1007/s10712-021-09662-4>
- Lesur, V., Wardinski, I., Asari, S., Minchev, B., & Mandea, M. (2010). Modelling the Earth's core magnetic field under flow constraints. *Earth Planet Sp.*, 62, 503–516. doi:<https://doi.org/10.5047/eps.2010.02.010>
- Ling, S. J., Moebs, W., & Sanny, J. (2016). *12.4 Magnetic Field of a Current Loop*. Forrás: University Physics Volume 2.: <https://pressbooks.online.ucf.edu/osuniversityphysics2/chapter/magnetic-field-of-a-current-loop/>
- Liu, C., & Xiong, J. (2018). *Geophysical Inversion Theory and Global Optimization Methods*. USA: Scientific Research Publishing, Inc. .
- Livermore, P. W. (2010). Galerkin orthogonal polynomials. *J. Comput. Phys.*, 6, 2046–2060. doi:[10.1016/j.jcp.2009.11.022](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2009.11.022)
- Loftin, S., Fite, S. J., Bishop, L. V., & Kotsiaros, S. (2019). Machine Learning vs Conventional Analysis Techniques for the Earth's Magnetic Field Study. *SMU Data Science Review*, 2(1).
- Loper, D. R. (2019). Carrington-class Events as a Great Filter for Electronic Civilizations in the Drake Equation. *The Astronomical Society of the Pacific*, 131(998). doi:[10.1088/1538-3873/ab028e](https://doi.org/10.1088/1538-3873/ab028e)
- Ma, H., Shen, S., Yu, M., Yang, Z., Fei, M., & Zhou, H. (2019). Multi-population techniques in nature inspired optimization algorithms: A comprehensive survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, 44, 365–380. doi:<https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.04.011>.
- Mandea, M., & Olsen, N. (2006). A new approach to directly determine the secular variation from magnetic satellite. *Geophys. Res. Lett.* doi:<https://doi.org/10.1029/2006GL026616>
- MATLAB 2014a. (2014). Natick: The MathWorks.
- Mayhew, M. A., & Estes, R. H. (1983). Equivalent source modeling of the core magnetic field using Magsat data. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 35(4), 119–130. doi:<https://doi.org/10.5636/jgg.35.119>
- Metman, M. C., Livermore, P. W., Mound, J. E., & Beggan, C. (2018). The antithesis of frozen flux: a purely diffusive model for geomagnetic secular variation. AGU Fall Meeting Abstracts.
- Metman, M. C., Livermore, P. W., Mound, J. E., & Beggan, C. D. (2019). Modelling decadal secular variation with only magnetic diffusion. *Geophysical Journal International*, 219(Supplement_1), S58–S82. doi:<https://doi.org/10.1093/gji/ggz089>
- Miralles, S., Bonnefoy, N., Bourgoïn, M., Odier, P., Pinton, J.-F., Plihon, N., . . . Dubrulle, B. (2013). Dynamo threshold detection in the von Kármán sodium experiment. *Phys. Rev. E*, 88(1), 013002. doi:<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.88.013002>
- Miyagoshi, T., Kageyama, A., & Sato, T. (2008). Formation of current coils in geodynamo simulations. *Nature*, 454, 1106–1109. doi:<https://doi.org/10.1038/nature07227>

- Miyagoshi, T., Kageyama, A., & Sato, T. (2011). Formation of sheet plumes, current coils, and helical magnetic fields in a spherical magnetohydrodynamic dynamo. *Phys. Plasmas*, 18(7). doi:https://doi.org/10.1063/1.3603822
- MUltifrontal Massively Parallel Solver*. (2022). Forrás: https://mumps-solver.org/index.php?page=doc.
- Multiphysics, C.;. (1998). Introduction to COMSOL multiphysics extregistered. Burlington, MA: COMSOL Multiphysics. Letöltés dátuma: 2018.. Február 9.
- Mühlenbein, H., & Schlierkamp-Voosen, D. (1993). Predictive Models for the Breeder Genetic Algorithm: I. Continuous Parameter Optimization. *Evolutionary Computation*, 1(1), 25-49.
- Nakagawa, T., & Davies, C. J. (2022). Combined dynamical and morphological characterisation of geodynamo simulations. *Earth and Planetary Science Letters*, 594(117752). doi:https://doi.org/10.1016/j.epsl.2022.117752
- Nasuddin, K. A., Abdullah, M., & Abdul Hamid, N. S. (2019). Characterization of the South Atlantic anomaly. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 26(1), 25-35. doi:https://doi.org/10.5194/npg-26-25-2019
- Nilsson, A., Suttie, N., Korte, M., Holme, R., & Hill, M. (2020). Persistent westward drift of the geomagnetic field at the core–mantle boundary linked to recurrent high-latitude weak/reverse flux patches. *Geophysical Journal International*, 222(2), 1423-1432. doi:https://doi.org/10.1093/gji/ggaa249
- Ohta, K., Kuwayama, Y., Hirose, K., Shimizu, K., & Ohishi, Y. (2016). Experimental determination of the electrical resistivity of iron at Earth's core conditions. *534(7605)*, 95-98. doi:https://doi.org/10.1038/nature17957
- Oldham, R. D. (1906). The constitution of the interior of the Earth, as revealed by earthquakes. *Q. J. Geol. Soc.*, 62, 456–475. doi:https://doi.org/10.1144/GSL.JGS.1906.062.01-04.21
- Parker, E. N. (1955). Hydromagnetic dynamo models. *Astrophys J.*, 122-293.
- Paszke, A., Gross, S., Massa, F., Lerer, A., Bradbury, J., Chanan, G., . . . Chintala, S. (2019). PyTorch: An Imperative Style, High-Performance Deep Learning Library. In H. Wallach, H. Larochelle, A. Beygelzimer, F. d'Alche-Buc, E. Fox, & R. Garnett (Szerk.), *Curran Associates, Inc.*, 32, old.: 8024-8035.
- Pearl, J. (1984). *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving* (chapter 1.. kiad.). Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
- Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., . . . Duchesnay, E. (2011). Scikit-learn: Machine Learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, 12, 2825-2830.
- Picek, S., Jakobovic, D., & Golub, M. (2013). On the recombination operator in the real-coded genetic algorithms. (old.: 3103-3110). 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. doi:10.1109/CEC.2013.6557948.
- Roberts, P. H. (2007). Alfvén's theorem and the frozen flux approximation. In D. Gubbins, & E. Herrero-Bervera, *Encyclopedia of geomagnetism and paleomagnetism*. Dordrecht: Springer.
- Roberts, P. H. (2007). Core dynamics. In P. Olson, & G. Schubert, *Treatise on geophysics*. Amsterdam: Elsevier.
- Ronnenberger, O., Fischer, P., & Brox, T. (2015). U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image

- Segmentation. In N. Navab, J. Hornegger, W. Wells, & A. Frangi (Szerk.), *International Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention. Lecture Notes in Computer Science*, old.: 234-241. Cham: Springer.
- Rother, M., Korte, M., Morschhauser, A., Vervelidou, F., Matzka, J., & Stolle, C. (2021). The Mag. num core field model as a parent for IGRF-13, and the recent evolution of the South Atlantic Anomaly. *Earth, Planets and Space*, 73(1), 1-17. doi:<https://doi.org/10.1186/s40623-020-01277-0>
- Sato, T. (2004). The Earth Simulator: Roles and Impacts. *Nuclear Physics B: Proceedings Supplements.*, 129, 102–108. doi:10.1016/S0920-5632(03)02511-8.
- Saturnino, D., Langlais, B., Amit, H., Civet, F., Mandea, M., & Beucler, É. (2018). Combining virtual observatory and equivalent source dipole approaches to describe the geomagnetic field with swarm measurements. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 276, 118 – 133. doi:<https://doi.org/10.1016/j.pepi.2017.06.004>
- Schaefer, N., Silva, E. L., & Pais, M. A. (2016). Can core flows inferred from geomagnetic field models explain the Earth's dynamo? *Geophys. J. Int.*, 204(2), 868–877. doi:<https://doi.org/10.1093/gji/ggv488>
- Schaeffer, N., Jault, D., Nataf, H., & Fournier, A. (2017). Turbulent geodynamo simulations: a leap towards Earth's core. *Geophysical Journal International*, 211(1), 1–29. doi:<https://doi.org/10.1093/gji/ggx265>
- Schwaiger, T., Gastine, T., & Aubert, J. (2019). Force balance in numerical geodynamo simulations: a systematic study. *Geophys J Int*, 219(1), 101-114. doi:<https://doi.org/10.1093/gji/ggz192>
- Shapiro, L. G., & Stockman, G. C. (2001). *Computer Vision*. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Shi, X., Long, W., Li, Y., & Deng, D. (2020). Multi-population genetic algorithm with ER network for solving flexible job shop scheduling problems. *PLoS ONE*, 15(5). doi:<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0233759>
- Simpson, J. C., Lane, J. E., Immer, C. D., & Youngquist, R. C. (2001). Simple analytic expressions for the magnetic field of a circular current loop. No. NASA/TM-2013-217919.
- Starchenko, S. V., & Smirnov, A. Y. (2021). Volume Currents of Present-Day Magnetic Dipole in the Earth's Core. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 57(4), 474-478. doi:10.1134/S106935132104008X
- Takahashi, F., Matsushima, M., & Honkura, Y. (2005). Simulations of a Quasi-Taylor state geomagnetic field including polarity reversals on the earth simulator. *Science*, 309(5733), 459–461. doi:<https://doi.org/10.1126/science.1111831>
- Talagrand, O. (1997). Assimilation of observations: an introduction. *J. Meteorol. Soc. Jpn.*, 75, 191–209.
- Taylor, G. I. (1917). Motion of solids in fluids when the flow is not irrotational. *Proc. R. Soc. Lond. A.*, 92–113. doi:10.1098/rspa.1917.0007.
- Tél, T., Bódai, T., Drótos, G., Haszpra, T., Herein, M., Kaszás, B., & Vincze, M. (2020). The Theory of Parallel Climate Realizations, A New Framework of Ensemble Methods in a Changing Climate: An Overview. *Journal of Statistical Physics*, 179, 1496-1530.
- The Mathworks, Inc. (2014). MATLAB 2014a.

- Turcotte, D. (1997). Rikitake dynamo. In *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics* (old.: 279-288). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9781139174695.016
- Wang, Q., Ma, Y., Zhao, K., & et, a. (2022). A Comprehensive Survey of Loss Functions in Machine Learning. *Ann. Data. Sci.*, 9, 187–212. doi:https://doi.org/10.1007/s40745-020-00253-5
- Wardinski, I., & Holme, R. (2011). Signal from noise in geomagnetic field modelling: denoising data for secular variation studies. *Geophys. J. Int.*, 185(2), 653-662. doi:https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.04988.x
- Weaver, J. T. (1994). 2.4 Homogeneous half-space. In *Mathematical Methods for Geo-electromagnetic Induction* (old.: 35). Research Studies Press.
- Weaver, J. T. (1994). 2.6.1. Aperiodic Source. In *Mathematical Methods for Geo-electromagnetic Induction* (old.: 45). Research Studies Press.
- Whaler, K. A., & Beggan, C. D. (2015). Derivation and use of core surface flows for forecasting secular variation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 120(3), 1400-1414. doi:https://doi.org/10.1002/2014JB011697
- Yadav, K. R., Gastine, T., Christensen, U. R., Wolk, S. J., & Poppenhaeger, K. (2016). Approaching a realistic force balance in geodynamo simulations. *Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences*, 113(43), 12065-12070. doi:https://doi.org/10.1073/pnas.1608998113
- Yang, W. Y., Cao, W., Chung, T.-S., & Morris, J. (2005). *Applied Numerical Methods Using MATLAB®*. John Wiley & Sons, Inc. doi:10.1002/0471705195.
- Zhang, K., & Gubbins, D. (2000). Is the geodynamo process intrinsically unstable? *Geophys. J. Int.*, 140(1), F1-F4. doi:https://doi.org/10.1046/j.1365-246x.2000.00024.x
- Zheng, Y., Liu, Q., Chen, E., Ge, Y., & Zhao, J. L. (2014). Time series classification using multi-channels deep convolutional neural networks. *International conference on web-age information management* (old.: 298-310). Cham.: Springer.
- Zimmerman, D. S., Triana, S. A., Nataf, H. C., & Lathrop, D. P. (2014). A turbulent, high magnetic Reynolds number experimental model of Earth's core. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 119, 4538–4557. doi:https://doi.org/10.1002/2013JB010733
- Zotov, L., Bizouard, C., Shum, C. K., Zhang, C., Sidorenkov, N., & Yushkin, V. (2022). Analysis of Earth's polar motion and length of day trends in comparison with estimates using second degree stokes coefficients from satellite gravimetry. *Advances in Space Research*, 69(1), 308-318. doi:https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.09.010.

Jelölések, indexek

$r_f = 6.38 * 10^6 [m]$	A Föld sugara
$r_{KMH} = 3.48 * 10^6 [m]$	A Földmag sugara (Földköpeny-Földmag határfelület)
$\mu = \mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7} [m]$	A Földmag anyagának mágneses permeabilitása
$\sigma = 5 * 10^5 [S/m]$	A Földmag anyagának elektromos vezetőképessége
$\eta^* = 1/(\mu\sigma) [m^2/s]$	A Földmag anyagának mágneses diffúzivitása
$\nu [m^2/s]$	Kinematikai viszkozitás
$U [m/s]$	Karakterisztikus anyagáramlási sebesség
$L [m]$	Karakterisztikus méret
$\kappa [m^2/s]$	Hődiffúzivitás
$g [m/s^2]$	Nehézségi gyorsulás
$\mathbf{m} [Am^2]$	Mágneses momentum vektor
$\mathbf{B} [T]$	Mágneses indukcióvektor
$\mathbf{A} [Vs/m]$	Mágneses vektorpotenciál
$\mathbf{E} [V/m]$	Elektromos térerősség vektor
$\mathbf{J} [A/m^2]$	Elektromos áramsűrűség vektor
$I [A]$	Elektromos áramerősség (forrásparaméter)
$R [m]$	Köráram sugara (forrásparaméter)
$(\theta, \lambda) [^\circ]$	Azimut és deklináció szögek a koordináta rendszer z tengely irányához képest (forrásparaméter)

\mathbf{u} [m/s]	Anyagáramlás sebessége
∇	Nabla differenciáloperátor
Δ	Laplace differenciáloperátor
Δ	Vektoriális Laplace differenciáloperátor
\times	Vektorszorzat
\mathbf{r}	Helyvektor (a Föld középpontjából a vizsgált pontba mutat)
(x, y, z)	Descartes koordináták
(ρ, z)	2D hengerkoordináták (a szimulációkban)
(r, ϕ, Λ)	Gömbi koordináták
ϕ' [°]	Meridián menti szögtávolság (a forrástól viszonyítva)
Par	A forrásparamétereket tartalmazó tömb (mátrix)
$p_{par}(\phi, \Lambda), \widehat{p_{par}}(\phi, \Lambda)$	Tényleges (célérték) és becsült paraméter eloszlás térképek (par az adott forrásparaméter jelölése)
n_{minta}	Összes minta darabszáma
KE	Keresztentrópia veszteségfüggvény
L1	L1 (eltérés abszolútérték összeg) veszteségfüggvény
rek	Rekombináció (keresztezés)
mut	Mutáció
loc	A forrás felvételezési helye, illetve kijelölt helye

tot	totál
prim	primer
ind	indukált
min	minimum
max	maximum

Ábrajegyzék

1. ábra.....	23
2. ábra.....	26
3. ábra.....	27
4. ábra.....	28
5. ábra.....	34
6. ábra.....	38
7. ábra.....	40
8. ábra.....	43
9. ábra.....	44
10. ábra.....	45
11. ábra.....	46
12. ábra.....	52
13. ábra.....	55
14. ábra.....	56
15. ábra.....	58
16. ábra.....	59
17. ábra.....	61
18. ábra.....	63
19. ábra.....	65

20. ábra.....	67
21. ábra.....	67
22. ábra.....	68
23. ábra.....	68
24. ábra.....	71
25. ábra.....	72
26. ábra.....	76
27. ábra.....	77
28. ábra.....	78
29. ábra.....	78
30. ábra.....	79
31. ábra.....	81
32. ábra.....	82
33. ábra.....	84
34. ábra.....	84
35. ábra.....	85
36. ábra.....	85
37. ábra.....	86
38. ábra.....	87
39. ábra.....	88
40. ábra.....	89

Köszönetnyilvánítás

Hálával tartozom:

Dr. Wesztergom Viktor témavezetőmnek támogatásáért,

Dr. Lemperger Istvánnak komoly szakmai-tudományos és emberi hozzájárulásáért,

Dr. Horváth Andrásnak komoly szakmai hozzájárulásáért,

Rubóczki Tibornak szakmai támogatásáért,

Dr. Prácser Ernőnek szakma támogatásáért,

Dr. Ciaran Beggannak szakmai-tudományos hozzájárulásáért, különös tekintettel az anyagáramlás-
becslési adatokhoz való hozzáférés biztosítására,

Bozsó Istvánnak szakmai és emberi támogatásáért,

Czirok Lilinek szakmai és emberi támogatásáért,

Hatos Gábornak a számítási háttér-infrastruktúra biztosításáért,

az OTP Bank Data Science csapatának, különösen Gozlán Illésnek, Pfeffer Diánának, Jeszenszky
Gyulának és Richter Jánosnak,

az ELKH Földfizikai és Űrtudományi Intézete munkatársainak,

Dr. Horváth Ákos programvezetőnek a beadás során nyújtott segítségéért,

és még sok más embernek,

akiknek a támogatása nélkülözhetetlen volt abban, hogy ez a munka megvalósulhasson.