## A REPLAT MODELL ÉS ALKALMAZÁSA LÉGKÖRI SZENNYEZŐDÉSEK TERJEDÉSÉNEK VIZSGÁLATÁRA

doktori értekezés

### HASZPRA TÍMEA

Környezettudományi Doktori Iskola Környezetfizika doktori program

| lskolavezető:<br>Programvezető: | Dr. Galácz András, egyetemi tanár<br>Dr. Jánosi Imre, egyetemi docens  |  |  |
|---------------------------------|--|--|--|
| Témavezetők:                    | <b>Dr. Tél Tamás</b> , egyetemi tanár<br>Eötvös Loránd Tudományegyetem<br>Elméleti Fizika Tanszék                      |  |  |
|                                 | <b>Dr. Horányi András</b><br>Országos Meteorológiai Szolgálat és<br>European Centre for Medium-Range Weather Forecasts |  |  |
| Konzulens:                      | <b>Dr. Tasnádi Péter</b> , egyetemi tanár<br>Eötvös Loránd Tudományegyetem   |  |  |

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Elméleti Fizikai Tanszék Budapest, 2014

Meteorológiai Tanszék

# Tartalomjegyzék

| 1. | Bevezetés |  |    |  |
|----|-----------|--|----|--|
| 2. | Irod      | lalmi áttekintés: A légköri szennyeződésektől a kaotikus sodródásig  | 6  |  |
|    | 2.1.      | Aeroszol részecskék  | 6  |  |
|    | 2.2.      | Nagyléptékű légköri terjedési modellek                               | 8  |  |
|    |           | 2.2.1. "Álrészecske"-modellek  | 9  |  |
|    |           | 2.2.2. Valódi részecskéket követő modellek                           | 12 |  |
|    | 2.3.      | Kaotikus sodródás  | 13 |  |
|    |           | 2.3.1. Topologikus entrópia  | 15 |  |
|    |           | 2.3.2. Szökési ráta  | 16 |  |
|    | 2.4.      | A szennyeződésterjedés modellezésének bizonytalanságai               | 18 |  |
| 3. | A R       | ePLaT modell   | 21 |  |
|    | 3.1.      | A RePLaT modellről dióhéjban   | 21 |  |
|    | 3.2.      | Mozgásegyenletek   | 22 |  |
|    |           | 3.2.1. Polár- és nyomási koordinátákkal felírt mozgásegyenletek      | 27 |  |
|    |           | 3.2.2. A turbulens diffúzió  | 28 |  |
|    | 3.3.      | Kikerülési folyamatok  | 34 |  |
|    |           | 3.3.1. Száraz és gravitációs ülepedés                                | 34 |  |
|    |           | 3.3.2. Nedves ülepedés   | 34 |  |
|    |           | 3.3.3. Radioaktív bomlás   | 36 |  |
|    | 3.4.      | Szabad légkörben alkalmazható egyszerűsítések                        | 36 |  |
|    | 3.5.      | Adatok   | 38 |  |
|    | 3.6.      |  | 38 |  |
|    | 3.7.      | Koncentráció számítása   | 39 |  |
| 4. | A R       | ePLaT modell kiértékelése esettanulmányokon keresztül                | 42 |  |
|    | 4.1.      | Az Eyjafjallajökull vulkán kitörései                                 | 42 |  |
|    | 4.2.      | A Fukushima Dai-ichi atomerőmű balesete                              | 48 |  |
| 5. | A m       | eteorológiai iellemzők bizonytalanságainak következményei            | 53 |  |
|    | 5.1.      | Áttekintés   | 54 |  |
|    | 5.2.      | A részecskék térbeli eloszlása                                       | 57 |  |
|    | 5.3.      | Statisztikai jellemzők   | 61 |  |
|    |           | 5.3.1. A hasonmások közötti átlagos négyzetes távolság               | 61 |  |
|    |           | 5.3.2. A szennyeződésfelhők tömegközéppontja és a részecskék szórása | 63 |  |
|    |           | 5.3.3. Lagrange-i és euleri jellemzők                                | 65 |  |
|    | 5.4.      | Összegzés  | 66 |  |

| 6.                                     | A ka   | otikus ( | terjedés jellemzése a légkörben                                       | 67  |
|--|--------|----------|---|-----|
|  | 6.1.   | A szen   | nyeződésfelhők nyúlása  | 67  |
|  |        | 6.1.1.   | Tekervényes szálak, kacskaringós alakzatok                            | 68  |
|  |        | 6.1.2.   | A topologikus entrópia földrajzi és évszakos eloszlása                | 70  |
|  |        | 6.1.3.   | Kitekintés: a fraktáldimenzió   | 75  |
|  |        | 6.1.4.   | A turbulens diffúzió szerepe  | 77  |
|  |        | 6.1.5.   | Összegzés   | 79  |
| 6.2. A részecskék kiülepedésének üteme |        |          | ecskék kiülepedésének üteme   | 80  |
|  |        | 6.2.1.   | A szökési ráta részecskemérettől és kezdeti magasságtól való függése. | 80  |
|  |        | 6.2.2.   | Tartózkodási idő  | 89  |
|  |        | 6.2.3.   | Esettanulmány: a Merapi vulkán 2010. őszi kitörése                    | 91  |
|  |        | 6.2.4.   | Az ülepedési együttható és a szökési ráta kapcsolata                  | 96  |
|  |        | 6.2.5.   | Összegzés   | 97  |
| 7.                                     | Össz   | efoglalź | ás  | 98  |
|  | 0552   | erogiun  | •   | 20  |
| Kö                                     | iszöne | etnyilvá | nítás   | 102 |
| Iro                                    | odalor | njegyzé  | k   | 103 |
| Fü                                     | ggelé  | k        |   | 112 |
|  | I.1.   | A köze   | gellenállási erő általános alakja                                     | 112 |
|  | I.2.   | A Stok   | es-szám és a relaxációs idő   | 114 |
|  | I.3.   | Cunnin   | ngham-féle csúszási korrekciós tényező                                | 116 |
|  | I.4.   | Felhasz  | znált adatok  | 117 |
|  | I.5.   | Időlépé  | és  | 118 |
|  | I.6.   | Az ICA   | AO standard légköre   | 119 |
| Jel                                    | ölése  | k jegyzé | ške   | 120 |

## 1. fejezet

## Bevezetés

A különböző légköri szennyeződések terjedésének és ülepedésének számítógépes vizsgálatára, előrejelzésére az utóbbi években megnőtt az igény, hiszen akár az emberi tevékenységből származó, akár a természetes eredetű kibocsátások komoly hatással lehetnek az élővilágra, társadalomra, gazdaságra. A különböző forrásokból származó légköri szennyezők a forrásuktól gyakran messzire is elsodródhatnak, és attól távol is légszennyezettségi problémákat okozhatnak. Az időről időre kitörő vulkánok magasba lövellt hamufelhői (pl. a Mount St. Helens (1980), a Pinatubo (1991), az Eyjafjallajökull (2010) vagy a Merapi (2010) nagy kitörései) és az ipari tevékenység következtében előforduló balesetek során légkörbe kerülő szennyeződések (pl. Csernobil (1986), Fukushima (2011)) különösen időszerűvé teszik a légköri szennyeződések terjedésének vizsgálatát. Az 1986-os csernobili balesetben levegőbe került vagy a fukushimai atomerőmű 2011-es megrongálódásakor kiáramló radioaktív anyagok nemcsak az erőművek közvetlen környezetét veszélyeztették, a radioaktív szennyeződés a világ számos pontján kimutatható volt (Pudykiewicz, 1989; Stohl et al., 2012). A vulkánkitörések következtében sokszor a troposzféra felső részét vagy akár a sztratoszférát is elérő vulkáni hamufelhők ugyancsak nagy távolságokat tehetnek meg a légkörben, mielőtt kiülepednének (lásd pl. Schumann et al. (2011)). A vizsgált terjedési folyamatok léptékének megfelelően különböző modellek állnak rendelkezésre a szennyeződések terjedésének számítására. A dolgozat elsősorban a nagyskálájú terjedéssel foglalkozik. A regionális léptéktől a globális folyamatok skálájáig a szennyeződések terjedésének számítását a légköri mezők követésén alapuló euleri vagy az egyedi trajektóriákat követő lagrange-i modellekkel lehet meghatározni.

A terjedési modellek különböző meteorológiai mezőket (pl. szélsebesség, hőmérséklet, csapadék) használnak fel a számításokhoz. Ezek származhatnak a légkör valós múltbeli állapotát a legmodernebb eszközökkel rekonstruáló reanalízis adatbázisokból, vagy lehetnek előrejelzési adatok. Az előrejelzéseket a légköri hidro-termodinamikai egyenletrendszer numerikus megoldásával állítják elő. A meteorológiai változók mérési pontatlanságaiból és a közelítő eljárásokból adódóan az előrejelzés kezdeti feltételeit nem lehet pontosan meghatározni, a kezdeti hibák a légkör turbulens (a kaotikusnál bonyolultabb, nagy szabadsági fokú rendszerekre jellemző) természetéből adódóan egyre nőnek, így az előrejelzések hibával terheltek. A meteorológiai előrejelzések bizonytalanságáról a több tagból álló, ún. ensemble (együttes, valószínűségi) elő-rejelzések adnak képet (Kalnay, 2003; Leutbecher and Palmer, 2008). A terjedési modelleket többnyire egyetlen, a legjobbnak ítélt előrejelzéssel futtatják. Azonban célszerű lehet a szimulációkat az ensemble előrejelzés összes tagjával is elvégezni, valószínűségi előrejelzést készíteni, hogy részletesebb és megbízhatóbb képet kapjunk a terjedéssel járó kockázatokról, esetlegesen kitelepítendő területekről, a légtérzár elrendelésének térségéről.

Adott helyen kibocsátott szennyeződésfelhő azonban nem csupán amiatt érkezhet máshová, vagy fejlődhet eltérő alakúvá, mert a terjedési számítások kissé különböző meteorológiai mezőkben zajlanak. A légkör előrejelezhetetlenségétől függetlenül megjelenik magának a sodródásnak a kaotikussága is. (Ez a legegyszerűbb esetben kétdimenziós, időfüggő áramlásban vagy háromdimenziós áramlásban alakulhat ki (Aref, 1984).) A terjedés során jól megfigyelhetők a kaotikus viselkedés jellemzői, úgymint a kezdeti feltételekre való érzékenység (a mozgás hosszú távon előrejelezhetetlen, közeli részecskék pályái kis idő elteltével gyorsan távolodnak egymástól), az időben szabálytalan mozgás és a szálas, bonyolult, de egyben rendezett (fraktál szerkezetű) geometriai megjelenés (Tél and Gruiz, 2006).

A doktori kutatás a szennyeződések, elsősorban aeroszol részecskék nagyléptékű terjedésének modellezésére összpontosít, és két fő témakört egyesít: összekapcsolja a légköri szennyeződések sodródásának szimulációit a kaotikus viselkedés tulajdonságainak többféle szempontból történő tanulmányozásával.

A munka során egy viszonylag egyszerű – de a valóságban előforduló fizikai folyamatokat már jól leíró – lagrange-i terjedési modell kifejlesztését tűztük ki célul. A létrehozott lagrange-i terjedési modell, a *Real Particle Lagrangian Trajectory (RePLaT) modell* valós mérettel és sűrűséggel rendelkező, gömb alakúnak feltételezett egyedi aeroszol részecskék légköri útvonalát követi, és a hasonló, valódi részecskék mozgását meghatározó modellekhez képest több fizikai folyamatot vesz figyelembe. A részecskék pályáját az átlagszéllel való sodródás és a nehézségi erőből adódó határsebesség mellett a turbulens diffúzió (ami a határrétegben magasságfüggő) és az euleri szemlélet alapján az egyedi részecskékre vonatkoztatott csapadék általi kiülepedés is befolyásolják. A modell működésének megbízhatóságáról néhány valóságban lezajlott eset szimulációjával és az eredményeknek a mérési adatokkal való összevetésével kívántunk megbi-zonyosodni.

Abból adódóan, hogy egyedi aeroszol részecskék mozgását írja le, a RePLaT modell alkalmas a sodródás és a kiülepedés folyamatának a dinamikai rendszerek szemléletében, a kaotikus viselkedés szempontjából való tanulmányozására is. A doktori kutatás további célja az előzőekben felsorolt jelenségeknek a kifejlesztett modellel végzendő vizsgálata volt, nevezetesen:

• Annak feltárása, hogy a meteorológiai előrejelzések bizonytalansága milyen hatással le-

het a terjedési számítások eredményére.

- A részecskék kaotikus mozgásának vizsgálata és jellemzése a dinamikai rendszerek elméletéből ismert, a légkörben még tudomásunk szerint nem tanulmányozott, de igen hasznosnak bizonyuló mennyiségek,
  - egyrészt a szennyeződésfelhők nyúlását jellemző topologikus entrópia,
  - másrészt a részecskék légkörből való kiürülésének ütemét jellemző szökési ráta segítségével.

Ezt a logikát követi a dolgozat felépítése is. A 2. fejezetben az aeroszol részecskékről, a nagyléptékű légköri terjedési modellek főbb tulajdonságairól, valamint a légköri kaotikus sod-ródásról és a munka során vizsgált két mérőszámról olvasható irodalmi áttekintés, amit egy ensemble előrejelzésekkel kapcsolatos összefoglaló követ. A 3. fejezet a doktori kutatás során kifejlesztett RePLaT modellt ismerteti, valamint bemutatja a modell által alkalmazott számítási módszereket. A 4. fejezetben két esettanulmány, az Eyjafjallajökull kitörésének és a fukushimai atomerőmű balesetének a szimulációja ad képet a RePLaT modell működéséről. Az 5. fejezetben annak vizsgálatára kerül sor, hogy kissé különböző meteorológiai előrejelzések (ensemble előrejelzés) felhasználásával végzett szimulációkban milyen eltérések léphetnek fel a terjedési eredményekben. Végül a 6. fejezetben a részecskék kaotikus mozgását jellemző topologikus entrópia, illetve a kiülepedés ütemét leíró szökési ráta és azok légköri jelentésének bemutatása következik. A dolgozatot a 7. fejezetben az eredmények összegzése és egy rövid kitekintés zárja.

## 2. fejezet

## Irodalmi áttekintés:

## A légköri szennyeződésektől a kaotikus sodródásig

### 2.1. Aeroszol részecskék

Különböző forrásokból származó szennyezőanyagok gáz, cseppfolyós vagy szilárd halmazállapotban kerülhetnek a légkörbe. A tartósan a légkörben maradó szilárd vagy cseppfolyós részecskéket aeroszol részecskéknek nevezzük (Mészáros, 1999). Aeroszol részecskékről csak vízgőzben telítetlen levegő esetén beszélünk, a köd-, felhő-, és csapadékcseppeket nem tekintjük azoknak. A részecskék egy része (elsődleges aeroszol részecskék) a felszíni forrásokból közvetlenül a légkörbe bocsátódik ki, míg egy másik része (másodlagos aeroszol részecskék) kémiai úton keletkezik a légkörben.

A légköri aeroszol részecskéket változatos kémiai összetétel jellemzi, és átmérőjük a néhány nanométer méretű molekulacsoportoktól egészen a 10–100 µm-es nagyságrendig terjed. A felső határt azon részecskék mérete szabja meg, amelyek a légkörből a gravitáció hatására már viszonylag gyorsan kiülepednek. A részecskék különféle alakban fordulnak elő: a döntően finom mérettartományba eső ( $\leq 1$  µm), kondenzációval létrejövő részecskék általában gömb alakúak, míg a felszín mállásával keletkező részecskék formája szabálytalan. A részecskék egy része a kisebb részecskék összetapadásával (koagulációjával) keletkezik. A durva részecskék ( $\geq 1$  µm) általában közvetlenül kerülnek a légkörbe. Ezek lehetnek óceáni eredetű aeroszol részecskék, amelyek a felszínt elérő gázbuborékok hártyájának szétpattanásával, kicsiny vízcseppekként jutnak a légkörbe. Emellett a szél is felkaphat a hullámok tetejéről cseppecskéket. A szél a szárazföldi eredetű aeroszol részecskék képződésében is szerepet játszik: a felszín aprózódásával keletkező talajszemcséket keverhet fel a levegőbe (pl. talajról, sziklákról származó kicsiny részecskék további fontos forrásai az erdőtüzek és a vulkáni tevékenység, illetve lehetnek biológiai eredetűek (pl. spórák, pollenek), vagy származhatnak ipari folyamatokból (pl. cementgyártás), ipari balesetből, fosszilis tüzelőanyagok égetéséből.

Az aeroszol részecskék számkoncentrációja az óceánok fölött nem mutat jelentős változást a magassággal, jellemzően a  $10-10^2$  cm<sup>-3</sup> nagyságrendben esik. A szárazföldek fölött, vidéki levegőben a koncentráció a légkör alsó 2–3 km-es rétegében  $10^3-10^4$  cm<sup>-3</sup> körül ingadozik, de szennyezett városokban meghaladhatja a  $10^5$  cm<sup>-3</sup> értéket is. A szárazföldek fölött a részecskék koncentrációja a magassággal exponenciálisan csökken, majd miután 4–5 km magasságban elérte az óceáni értéket, állandóvá válik (Jaenicke, 1993).

Az aeroszol részecskék számának méret szerinti eloszlásáról a 2.1.1. ábra felső görbéje ad áttekintést. A méret szerinti eloszlás általában három különböző mechanizmusnak megfelelően három logaritmikus normál eloszlásból (nukleációs, akkumulációs és durva eloszlás) tevődik össze, amely helytől és időtől függően változhat (Whitby, 1978).

A nukleációs tartományt a nukleációval keletkező részecskék alkotják (gócképződés, gáz fázisú anyagból új részecske jön létre), ez a folyamat a gőzforrás közelében játszik jelentős szerepet. Gőzutánpótlás híján a nukleációs részecskék száma csökken, mivel a nagy koncentrációban fellelhető



2.1.1. ábra. Az aeroszol részecskék N számának (fent) és V össztérfogatának (lent) d átmérő szerinti átlagos városi eloszlása (forrás: Mészáros (2011), Whitby (1978) alapján).

részecskék gyorsan koagulálnak, és a 0,1–1 µm tartományba kerülnek át. Ez az ún. akkumulációs tartomány. A durva eloszlás – ahogyan már szóba került – a felszíni eredetű részecskéknek köszönhető. A számuk a másik két eloszlásban lévő részecskékhez képest alacsony, de össztömegük (össztérfogatuk) jelentős (lásd a 2.1.1. ábra alsó görbéje). Az ebbe a tartományba tartozó részecskék kis számukból és nagy méretükből adódóan gyakorlatilag nem keverednek a nukleációs és akkumulációs részecskékkel, így kémiai összetételük is különbözik tőlük, és annak a felszínnek tulajdonságait tükrözi, ahonnan származnak (óceánok fölött tengeri só, szárazföldek fölött ásványi anyagok).

Az aeroszol részecskéknek a méretétől függ a kondenzációban, a légköri optikában és energiaátvitelben játszott szerepük, valamint az egészségügyi hatásuk. Az aeroszol részecskék számos területen fontos szerepet játszanak. Légkörfizikai hatásuk egyrészt a sugárzásátvitelben figyelhető meg: attól függően, hogy visszaverik-e vagy elnyelik-e adott fajta részecskék a sugárzást, "hűthetik" (pl. szulfát) vagy "fűthetik" (pl. korom) a Földet. Nagy koncentrációban csökkentik a látástávolságot. Ezenkívül az aeroszol részecskék egy része kondenzációs magként fontos szerepet tölt be a felhő- és csapadékképződésben, így a vízkörforgalomban, a felhőképződésen keresztül pedig ugyancsak befolyásolják a sugárzásátvitelt (Geresdi, 2004; Mészáros, 1999).

## 2.2. Nagyléptékű légköri terjedési modellek

Az utóbbi évtizedekben számos légköri terjedési modellt fejlesztettek ki, melyekkel meteorológiai adatok felhasználásával (pl. múltbeli vagy előrejelzési adatok) légköri szennyezők (gázok, részecskék) mozgását lehet követni. A kontinentális vagy globális skálán alkalmazható terjedési modellek két fő csoportba sorolhatók: euleri és lagrange-i modellek.

A légköri mezők követésén alapuló euleri modellek (pl. FALL3D (Folch et al., 2009), CA-Nadian Emergency Response Model (CANERM) (D'Amours, 1998), MOdèle de Chimie Atmosphérique à Grande Echelle (MOCAGE) (Peuch et al., 1999)) az advekciót, turbulens diffúziót, száraz és nedves ülepedést, kémiai reakciókat és kibocsátást magába foglaló parciális differenciálegyenletek numerikus megoldásán alapulnak. Jól alkalmazhatók különböző forrásokból származó, összetett kibocsátási folyamatok során levegőbe kerülő szennyeződések háromdimenziós szállítódásának és diffúziójának vizsgálatára. Hátrányuk, hogy a nagy koncentrációgradiensű területek kezelése nehézségekben ütközhet, a véges rácsméret miatt a szennyeződés finomabb szerkezetét kevésbé hűen tudják visszaadni, és emellett nagy számításigényűek a megoldandó nagy számú (diszkretizált) egyenletnek köszönhetően.

Egyedi források esetén (pl. vulkánkitörés, nukleáris baleset) jól alkalmazhatók a lagrange-i típusú terjedési modellek, amelyek egyedi részecskék vagy szennyeződésfelhők (ún. pöffök) útját követik nyomon a mozgásukat leíró közönséges differenciálegyenletek alapján. Előnyük az euleri modellekkel szemben, hogy a terjedési számítások nem kötődnek rögzített rácsfelbon-táshoz<sup>1</sup>. A lagrange-i modellek két csoportba oszthatók:

- *pöff-modellek*: adott pöff tömegközéppontjának szállítódását határozzák meg, körülötte a szennyezőanyag Gauss-eloszlását feltételezik,
- részecske-modellek: egyedi részecskék trajektóriáit követik a légkörben.

A doktori munka során kidolgozott RePLaT modell is ez utóbbi kategóriába sorolható, így a következőkben – a későbbi összehasonlíthatóság céljából – különböző szerzők által fejlesz-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>A rácspontokban beolvasott és a számítások során felhasznált meteorológiai adatokat az adott részecske/pöff helyére interpolálják mind időben, mind térben a részecske/pöff következő lépésbeli helyzetének meghatározásához.

tett, széles körben használt részecske-modellek részletes áttekintése olvasható. A modellek különböző vízszintes vetületeken (pl. Lambert-féle konform, polár-sztereografikus vagy szabályos hosszúsági–szélességi rácson) és eltérő függőleges koordinátarendszerekben (felszínkövető, nyomási vagy hibrid) végeznek számításokat, más-más parametrizációkat alkalmaznak a turbulens diffúzió, a száraz és nedves ülepedés, a radioaktív bomlás figyelembevételére, és különféle interpolációs (pl. lineáris, spline) és numerikus eljárásokkal (többnyire pl. explicit Euler-módszerrel, egyes modellekben másodrendű sémával) oldják meg a részecskék mozgásegyenletét.

A részecske-modelleket ugyancsak két további kategóriára bonthatjuk:

- "álrészecskéket" (vagy számítási részecskéket) követő modellek: minden ilyen részecskéhez mesterségesen hozzárendelt tömeg tartozik, amely a kibocsátott anyagmennyiségtől és a szimulációban követett részecskék számától függ, időben változik, és általában nem felel meg egyetlen valóságos szennyeződés részecskéinek sem (pl.  $m_p = 1$  kg-os, pontszerű részecskéket követnek).
- valódi részecskéket követő modellek: a részecskék meghatározott (valóságnak megfelelő) sűrűséggel és mérettel rendelkeznek.

### 2.2.1. "Álrészecske"-modellek

Mivel az "álrészecskék" általában az ideális légelemek pályáját követik, az ülepedés külön folyamatként jelenik meg ezekben a modellekben. A száraz és nedves ülepedésnek, illetve a radioaktív bomlásnak köszönhetően a részecske által hordozott  $m_p(t)$  tömeg csökken, ha a részecske olyan tartományokon utazik keresztül, ahol ezek a folyamatok hatással lehetnek rá (pl. száraz ülepedés esetén, ha közel halad a felszínhez; nedves ülepedés esetén, ha felhőkben vagy csapadékos területeken tartózkodik). Ezen folyamatok hatása általánosan a következő differenciálegyenlettel írható le:

$$\frac{\mathrm{d}m_{\mathrm{p}}(t)}{\mathrm{d}t} = -Cm_{\mathrm{p}}(t),\tag{2.2.1}$$

ahol C az ülepedési együttható vagy bomlási állandó. A folyamat eredményeképpen – ha C állandó – a részecske exponenciálisan veszít a tömegéből az idő során. Ebben a felfogásban az "álrészecske" hatalmas mennyiségű (és ezáltal nagy tömegű) szomszédos valódi részecske tömegközéppontjának tekinthető. Az utóbbi évtizedben azonban világossá vált, hogy a szennyezőanyagok légköri terjedése kaotikus (lásd 2.3. és 6. fejezet). Ennek fényében az "álrészecske"-kép fizikai helyessége megkérdőjelezhető. Mivel mindössze egy trajektória képviseli ezen szennyezők pályáját, az "álrészecske"-módszer hallgatólagosan feltételezi, hogy



2.2.1. ábra. Egy  $m_{\rm p} = m_0$  tömegű "álrészecske" és egy összességében ugyanakkora  $m_0$  tömeget képviselő, egyenként  $m_{{\rm p},i}$  tömegű valódi részecskékből álló sokaságnak a terjedése.

ezek a szomszédos részecskék örökké együtt maradnak. A valóságban a terjedés kaotikus jellegéből adódóan azonban a trajektóriáik hamar eltérnének egymástól, és így az eredetileg kis térfogatban felhalmozott részecskék később ennél jóval nagyobb tartományt foglalnának el (amint azt a 2.2.1. ábra szemlélteti a későbbi a 2.3.1. ábra szimulációjával összhangban). Így a tartomány különböző részein tartózkodó részecskék különböző hatásoknak lennének kitéve.

Néhány, széles körben alkalmazott "álrészecske"-modell a HYbrid Single-Particle Lagrangian Integrated Trajectory model (HYSPLIT) (Draxler and Hess, 1998, 2004), a Modèle Lagrangien de Dispersion de Particules d'ordre zéro (MLDP0) (D'Amours and Malo, 2004), a Numerical Atmospheric-dispersion Modelling Environment (NAME III) (Jones et al., 2007; Ryall and Maryon, 1998; Webster and Thomson, 2008), a felépítésében ehhez hasonló Severe Nuclear Accident Program (SNAP) (Bartnicki and Saltbones, 2008; Saltbones et al., 1996, 1998), a GEARN (Terada and Chino, 2008), valamint a többek között az Országos Meteorológiai Szolgálatnál is alkalmazott FLEXPART (Kocsis et al., 2009; Stohl et al., 2005, 2010). (A teljesség kedvéért érdemes megjegyezni, hogy a HYSPLIT mind részecske-modellként, mind pöff-modellként futtatható, és a NAME modellnek ugyancsak van részecske-pöff közelítése is.)

A továbbiakban az "álrészecske"-modellek ülepedési folyamatainak leírását és a megfelelő hely- és időfüggő C együtthatók megválasztását tekintjük át.

#### Száraz és gravitációs ülepedés

A részecskék és gázok száraz ülepedése csapadékmentes időben történik: a levegőben rendezetlen mozgást végezve és a talaj közelébe kerülve a részecskék és gázok megkötődhetnek a felszínen. Az aeroszol részecskék mozgását emellett a gravitációs süllyedés is befolyásolja. Ez az ún. gravitációs ülepedés (szedimentáció), amely az – általunk elsősorban vizsgált – durva mérettartományba eső részecskék esetén jóval lényegesebb (Mészáros, 1999; Seinfeld and Pandis, 1998).

A terjedési modellekben a száraz ülepedés gyakran egy állandónak tekintett  $w_{d}$  száraz ülepe-

dési sebességgel szerepel az egyenletekben, amelyet mérések alapján határoznak meg. Például a GEARN modellben  $w_d = 10^{-3}$  m/s <sup>137</sup>Cs-ra, és a száraz ülepedés csak akkor érinti a részecskét, ha az a legalsó rétegben található. A HYSPLIT-ben (a felszíni rétegben), a FLEXPART-ban (egy ún.  $z_d = 30$  m referenciamagasság alatt), a NAME-ban (a planetáris határrétegben vagy egy előre meghatározott ülepedési magasságban 3–1000 m között) és a SNAP-ben (a határrétegben) a száraz ülepedést hasonlóképpen veszik figyelembe, de ezenkívül a száraz ülepedési sebesség számítható az ellenállás-módszerrel is (Seinfeld and Pandis, 1998), ha a légszennyező anyag fizikai és kémiai tulajdonságai ismertek. A modellekben (2.2.1)-ben általánosságban  $C \sim w_d$ . Néhány "álrészecske"-modellt kiemelve C a következőképpen fejezhető ki: a GEARN-ben  $C = 2\frac{1-z_p/z_d}{z_d}w_d$ , a HYSPLIT-ben és a SNAP-ben  $C = \frac{w_d}{z_d}$ , a FLEXPART-ban  $C = \frac{w_d(z_d/2)}{z_d}$ , a NAME-ben pedig  $C = f\frac{w_d}{z_d}$ , ahol  $z_p$  a részecske aktuális függőleges helyzete,  $z_d$  annak a rétegnek a vastagsága, amiben a száraz ülepedési magasság alatt található.

A HYSPLIT-ben egy másik módon is meghatározható a száraz ülepedés: egy "álrészecske" bizonyos valószínűséggel elveszíti a teljes tömegét, ha a felszíni rétegbe jut. (Ebben az esetben a száraz ülepedés nem exponenciális tömegveszteséget eredményez, ez a  $C = \infty$  esetnek felel meg.) A HYSPLIT-ben az "álrészecskék" tovább szállítódnak a felszín mentén, ha a trajektóriájuk metszi azt, míg a NAME-ben és az MLDP0-ban a felszínt (vagy egy bizonyos felszínhez közeli visszaverő szintet) elérve az "álrészecskék" rugalmasan visszaverődnek onnan. Az MLDP0-ban a száraz ülepedés akkor történik, amikor a részecske visszaverődik, és a  $w_d$  száraz ülepedési sebességgel, az *a* elnyelési valószínűséggel és a függőleges turbulens szélkomponens  $\sigma_w$  szórásával parametrizálják.

Néhány "álrészecske"-modell, pl. a NAME, a SNAP, a HYSPLIT és a FLEXPART ezen kívül a részecskék gravitációs ülepedésével is számol a gravitációs ülepedési sebesség vagy más néven a határsebesség figyelembevételével, ahogy ez valódi részecskék esetén szükségszerű is. A határsebességet a Stokes-törvényből (lásd (3.2.3)) számítják (a SNAP-ben nagy részecskékre bizonyos módosítással), de figyelembe vesznek egészen finom hatásokat is, mint például a Cunningham-féle csúszási korrekciós tényezőt is, valamint a HYSPLIT-ben ezen kívül egy nem gömb alakú részecskékre vonatkozó alaktényezőt is. Ez utóbbinak a hatása az eddigi tapasztalatok alapján 100 µm-nél kisebb részecskékre nem jelentős (VAAC Final Report 2012). A levegő dinamikai viszkozitását a HYSPLIT-ben és a FLEXPART 8.0-nál régebbi verzióiban állandónak tekintik ( $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5}$  kg/m/s), azaz a levegő hőmérsékletének a viszkozitásra való hatását nem veszik figyelembe (a légkörben előforduló T = 210-300 K hőmérsékletértékek között a dinamikai viszkozitás 1,38–1,85·10<sup>-5</sup> kg/m/s között változik). A NAME-ban a határsebesség beleépül a  $w_{\rm d}$  száraz ülepedési sebességbe, és csillapodik a felszínhez közeli ülepedési rétegben (Webster and Thomson, 2008). A NAME-ben, SNAP-ben és a FLEXPART-ban a határsebesség függ a valódi részecskék méretének eloszlásától, de különböző méretű részecskék esetén egy ugyanakkora, átlagos határsebességet rendelnek minden részecskéhez. A többi fent említett

"álrészecske"-modell a részecskéket *passzívan* szállítja az aktuális helyi szélkomponensekkel, és a gravitációnak semmilyen hatása nincs a részecskékre.

#### Nedves ülepedés

A csapadék- és felhőelemek által okozott nedves ülepedés (kimosódás) hatékonyan távolítja el a részecskéket és gázokat a levegőből. A HYSPLIT-ben, a FLEXPART-ban és a SNAP-ben a nedves ülepedés két részből tevődik össze: felhőn belüli, illetve felhő alatti kimosódásból. A HYSPLIT-ben a felhőn belüli kimosódást (többek között) a csapadékintenzitás határozza meg  $(C = f_t f_b S P/z_d, \text{ ahol } f_t \text{ és } f_b \text{ a légszennyezők tömegének azon része, amely a felhőtető alatt, }$ illetve felhőalap felett található,  $S = 3.2 \cdot 10^5$  az átlagos kimosódási arány, P a csapadékintenzitás), míg a felhő alatti kimosódást egy átlagos kimosódási arány írja le, amely független a csapadékintenzitástól ( $C = 5 \cdot 10^{-5}(1 - f_{\rm b})$ ). A FLEXPART-ban a felhőn belüli és felhő alatti kimosódás számítása is a csapadékintenzitás figyelembevételével történik (felhőn belül  $C = SP/z_{\rm w}$ , ahol S a P-vel parametrizált folyékony felhővíztartalom függvénye,  $z_{\rm w}$  annak a tartománynak a magassága, ahol a nedves ülepedés történik; felhő alatt  $C = aP^b$ , ahol a és b adott paraméterek). A felhő kiterjedését meghatározott Rh relatív nedvességi szintek alapján becsülik (HYSPLIT: felhőalap: Rh > 80%, felhőtető: Rh < 60%; FLEXPART: azt tekinti felhőnek, ahol Rh > 80%). A SNAP-ben a felhő alatti kimosódás esetén C-t az r részecskesugártól függően az r sugár és a P csapadékintenzitás különböző polinomiális függvényei határozzák meg, míg a felhőn belüli kimosódást adott  $C_0$  mellett  $C = C_0 P^{0,79}$  írja le. A GEARN-ben a nedves ülepedés két folyamatból tevődik össze: a rétegfelhőkből származó (nem konvektív jellegű) csapadék általi kimosódásból (olyan cellákban, amelyekben a víz, a hó és a hódara (graupel) együttes keverési aránya<sup>2</sup> nagyobb, mint 0) és a konvektív csapadék általi kimosódásból, ami a felszín és a felhőtető közötti cellákban valósul meg (a C kimosódási együtthatót csapadékinformációkból jelzi előre egy meteorológiai modell). Az MLDP0-ban a felhőn belüli és felhő alatti kimosódás nincs elkülönítve. Az MLDP0-ban az "álrészecskék" akkor vesznek részt a nedves ülepedésben, ha feltételezhetően felhőben találhatók, ebben az esetben a C ülepedési együttható arányos a helyi felhőborítottsággal.

A modellekben az "álrészecskék" által képviselt  $m_{\rm p}(t)$  tömeg fogyását a száraz és nedves ülepedési folyamatok együttesen határozzák meg.

#### 2.2.2. Valódi részecskéket követő modellek

A dolgozatban valódi részecskéket követő modellnek nevezett terjedési modellek közé olyan modellek sorolhatók, amelyek valós méretű és sűrűségű egyedi részecskéket követnek. Ilyen például a PUFF (Searcy et al., 1998) és a Volcanic Ash Forecast Transport And Dispersion

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Keverési arány:  $q = (m_{\text{rainwater}} + m_{\text{snow}} + m_{\text{graupel}})/m_{\text{dry air}}$ .

modell (VAFTAD) (Heffter and Stunder, 1993). Ezeket a modelleket jellemzően leginkább arra használják, hogy egyszerű felépítésükből adódóan a lehető leggyorsabban előre tudják jelezni a vulkánkitörésekhez kötődő hamu terjedését a légkörben. Ezért az ilyen típusú modellek több folyamatot, mint pl. a száraz és nedves ülepedést, elhanyagolnak. (Ezek a folyamatok nem túl lényegesek a troposzféra magasabb részein vagy a sztratoszférában, ahova a kilövellt vulkáni hamu feljut.) A részecskék vízszintesen a helyi szélkomponensek által advektálódnak (a PUFF-ben turbulens diffúzióval is, aminek nagyságát a felhasználó állíthatja be), míg függőleges irányban a levegő függőleges szélkomponense mellett a részecskék Stokes-törvényből számított határsebessége is szerepet játszik a részecskék mozgásának alakításában (a VAFTADban csúszási korrekcióval kiegészülve). A VAFTAD a U. S. Standard Atmosphere változóiból számítja a határsebességet, a részecskék sűrűsége pedig  $\rho_{\rm p} = 2500 \text{ kg/m}^3$  állandó. Az egyszerűség kedvéért a PUFF ugyancsak azon feltételezés alapján határozza meg a határsebességet, hogy az csakis a részecskemérettől függ, és a hőmérsékletnek a levegő sűrűségére és a kinematikai viszkozitásra való hatását elhanyagolja ( $\rho_p g/\mu = 1,08 \cdot 10^9$  m/s, ami  $\rho_p \approx 2000$  kg/m<sup>3</sup>-nek felel meg). A két modell addig követi a részecskéket, amíg a felszíntől való távolságuk 0 m vagy negatív nem lesz.

Míg az "álrészecske"-modellekben a felszínhez közel bonyolult fizikai parametrizációk írják le a turbulens diffúziót, a VAFTAD-ban és a PUFF-ben a száraz és a nedves ülepedés mellett ennek részletes figyelembevétele sincs beépítve a modellbe.

Érdemes megemlíteni, hogy vulkáni hamufelhők terjedésének előrejelzésével hivatalosan foglalkozó kilenc központ (Volcanic Ash Advisory Center (VAAC)) operatívan jelenleg a PUFF, a NAME III, a HYSPLIT és az euleri FALL3D, MOCAGE és JMA GATM és terjedési modelleket használja (VAAC Final Report 2012).

Doktori munkám fő célja, hogy a valódi részecskéket követő modellek körét kibővítse egy olyan modellel, amely az egyedi részecskék szemléletének megtartása mellett a turbulens diffúzió részletesebb leírását és a nedves ülepedés jelenségét is figyelembe veszi.

### 2.3. Kaotikus sodródás

A részecskék sodródásának dinamikája, a terjedés különböző mérőszámokkal való számszerűsítése sokat vizsgált terület. A részecskék a kaotikus viselkedés vonásait mutatják (Tél and Gruiz, 2006), azaz a kezdetben szomszédos részecskék pályái hamar eltávolodnak egymástól (kezdeti feltételekre való érzékenység), jellemző rájuk az időben szabálytalan mozgás, valamint a bonyolult, de egyben rendezett, fraktál szerkezetű geometriai mintázat. Ezeket a tulajdonságokat a 2.3.1. ábra szemlélteti egy egyszerű hidrodinamikai szimulációban, további példákat pedig kifejezetten légköri sodródás esetére a 4–6. fejezet ábrái mutatnak.



2.3.1. ábra. Egy kezdetben kicsiny kiterjedésű, ideális részecskékből álló szennyeződés (fekete körlap) nyúlása t = 0, 1, 2, 3 és 5 időegység elteltével egy kör alakú edényben lévő kettős örvény (üres körök) sodródási terében (Haszpra, 2008).

Ezek a tulajdonságok nem a rendszer véletlenszerű folyamatainak következményei; egyszerű, nemlineáris egyenletekkel leírható, kis szabadsági fokú rendszerekben is tapasztalható az előrejelezhetetlenség, a káosz megjelenése. Az első ilyen rendszer felfedezése Edward N. Lorenz (1917–2008) amerikai meteorológus nevéhez köthető, aki egy három, véletlen tagot nem tartalmazó (determinisztikus), nemlineáris differenciálegyenletből álló, termikus konvekció által motivált modell szimulációi során azt tapasztalta, hogy a kiindulási adatokban lévő kis pontatlanság már rövid idő után nagy eltéréseket eredményez a rendszer időfejlődésében (Lorenz, 1963). A Lorenz-modell később a kaotikus rendszerek mintapéldájává vált.

A kaotikus sodródás kifejezés Hassan Aref (1950–2011) egy 1982-es konferenciaközleményének címében fordult elő először, majd két évvel később megjelent az első kaotikus sodródással foglalkozó cikk is (Aref, 1984). Ő ismerte fel, hogy egyszerű, időben szabályosan változó kétdimenziós áramlások esetén is megfigyelhető a folyadékrészecskék szabálytalan mozgása, és a kezdetben közeli részecskék gyorsan messzire kerülnek egymástól. A kaotikus sodródás felfedezésének és megismerésének története Aref (2002) cikkében olvasható.

Különböző tanulmányokban a légköri nyomjelzők sodródását számos lagrange-i mennyiséggel jellemezték, mint például a kezdeti feltételekre való érzékenységet, az előrejelezhetetlenség mértékét kifejező  $\overline{\lambda}$  átlagos Ljapunov-exponenssel (Bowman, 1993; von Hardenberg et al., 2000; Mizuta and Yoden, 2001; Pierrehumbert and Yang, 1993), a kialakuló bonyolult alakzatot jellemző  $D_0$  fraktáldimenzióval (von Hardenberg et al., 2000; Mizuta and Yoden, 2001; Pierrehumbert and Yang, 1993; Yang and Pierrehumbert, 1994) és a terjedési folyamat gyorsaságát leíró diffúziós együtthatóval (Bowman, 1993; von Hardenberg et al., 2000; Huber et al., 2001).

A következőkben újabb, a dinamikai rendszerek elméletéből ismert, hasznosnak bizonyuló, de a légkörben még tudomásunk szerint nem vizsgált mennyiségek, a topologikus entrópia (Tél and Gruiz, 2006), valamint a szökési ráta (Lai and Tél, 2011) ismertetése olvasható.

#### 2.3.1. Topologikus entrópia

A dinamikai rendszerek elméletében a topologikus entrópia nagysága a mozgás bonyolultságának, szabálytalanságának mértékére utal. A káosz egyik lehetséges definíciója szerint egy rendszer kaotikus, ha a topologikus entrópia pozitív (Tél and Gruiz, 2006). A 2.3.1. ábra egy kezdetben kicsiny kiterjedésű szennyeződés alakjának és hosszának változását szemlélteti. Ezzel összhangban a 4–6. fejezet ábráin bemutatott esettanulmányokból is ki fog derülni, hogy egy-egy kezdetben kicsiny, kompakt szennyeződésfelhő alakja hamar eltorzul, és a felhő rövid idő alatt erősen megnyúlik. A topologikus entrópia – elvontabb számítási módjai mellett – éppen a sodródó vonaldarabok hosszának növekedésének mértékét adja meg, ami szimulációkban vagy laboratóriumi kísérletek keretében viszonylag könnyen mérhető. Egy kezdetben  $L_0$ hosszúságú vonaldarabnak, amely időben egyre jobban nyúlik az instabil dinamika irányába, legyen L(t) a hossza t idő után.

Kétdimenziós rendszerekre bizonyított (Newhouse and Pignataro, 1993), hogy elegendően hosszú idő után az L(t) hossz exponenciálisan növekszik, ahol a kitevő éppen a h topologikus entrópiának és a t időnek a szorzata:

$$L(t) \sim e^{ht}, \quad ha \ t \gg 1/h.$$
 (2.3.1)

A *h* topologikus entrópia hasonló jellegű mennyiség a kezdőfeltételekre való érzékenységet kifejező, a szomszédos részecskék távolodását mérő Ljapunov-exponenshez, azonban értékében különbözik a  $\overline{\lambda}$  átlagos Ljapunov-exponenstől. A különbség abból adódik, hogy míg a topologikus entrópia a sok kis szakaszból álló vonaldarab hosszának logaritmikus növekedési mértéke (a kis szakaszok átlagos hosszúságának logaritmusának növekedési rátája), addig a lokális Ljapunov-exponensekből származtatott, a vonaldarabra vonatkozó átlagos Ljapunov-exponens a közeli pályák logaritmikus eltérésének az átlaga. Mivel egy mennyiség átlagának logaritmusa nem egyezik meg a logaritmusok átlagával (kivéve, ha az átlagolandó mennyiségek azonosak), a következő egyenlőtlenség áll fenn a két mérőszám között:  $h \ge \overline{\lambda}$  (Tél and Gruiz, 2006).

A topologikus entrópia becslése a szimulációkban nagyszámú részecskének (ezekből összetevődő vonaldarabnak) a nyomon követését igényli a légkörben. A Ljapunov-exponens számításával szemben megvan az az előnye, hogy technikailag egyszerűbb meghatározni. A Ljapunovexponens számításakor két, egymás közvetlen közelében induló részecske egymástól való távolodása mérendő, ami jellemzően exponenciális:  $d_{1,2}(t) \sim e^{\lambda t}$ . Az összefüggés addig érvényes, amíg a  $d_{1,2}(t)$  távolság elegendően kicsi. Ha a részecskepár túl messzire sodródik egymástól, az egyik részecskét – az irányt nem módosítva – vissza kell helyezni a másik közelébe, és így folytatni a szimulációt. A topologikus entrópia becslése során ezzel ellentétben nincs szükség a részecskék áthelyezésére<sup>3</sup>. A topologikus entrópia az óceáni nagyléptékű sodródás jellemzése kapcsán is hasznos mérőszámnak bizonyult (Thiffeault, 2010).

#### 2.3.2. Szökési ráta

Bizonyos dinamikai rendszerekben az előző szakaszban is részletezett kaotikus viselkedés csupán véges ideig figyelhető meg. Ezekben a esetekben létezik egy olyan halmaz, amely a kaotikus mozgásért felelős. Ezt a típusú káoszt tranziens káosznak nevezik, a halmaz pedig az ún. kaotikus nyereghalmaz (Tél and Gruiz, 2006). A "nyereg" elnevezés abból ered, hogy a halmaz néhány speciális irányban taszítja (instabil sokaság), míg bizonyos irányokban vonzza (stabil sokaság) a trajektóriákat. A 2.3.2. ábra bal oldalán egy kaotikus nyereghalmaz jellegzetes, fraktál szerkezetű képe látható. Az olyan trajektóriák, amelyek éppen a nyereghalmazról indulnak, sosem távoznak el arról, és végtelen hosszú ideig kaotikus mozgást végeznek. Azonban mivel a nyereghalmaz végtelen sok pontjának összessége nullmértékű halmazt alkot, annak az esélye, hogy véletlen kezdeti feltételek "eltalálják", nulla, így a véletlen kezdeti feltétellel rendelkező trajektóriák előbb-utóbb elhagyják a nyereghalmaz tetszőleges környezetét. Ennek gyorsaságát jellemzi az ún. szökési ráta. E mennyiség meghatározása céljából célszerű egy adott tartományban  $n_0 \gg 1$  számú trajektóriát indítani, és nyomon követni, hogy ezek egy kiválasztott, a nyereghalmazt is magába foglaló térrészt milyen ütemben hagynak el. A kiszökő trajektóriák már nem térhetnek vissza a vizsgált térrészbe.

Mivel a trajektóriák idővel elhagyják a kiválasztott tartományt, a t idő után is a tartományban maradó trajektóriák n(t) száma t-vel monoton csökken. Elegendően hosszú idő után (t nagyobb valamilyen  $t_0$ -nál) a "túlélő" trajektóriák n(t) száma exponenciális időfüggést mutat:

$$n(t) = n'_0 \cdot e^{-\kappa t}, \quad \text{ha } t > t_0.$$
 (2.3.2)

Itt  $\kappa$  az ún. szökési ráta,  $n'_0$  pedig azt jelöli, mennyi trajektória indulna, ha az exponenciális csökkenés a kezdetektől ( $t_0 = 0$ ) fogva fennállna (Lai and Tél, 2011; Tél and Gruiz, 2006). A szökési rátával jól jellemezhető a szökési folyamat sebessége: minél nagyobb  $\kappa$ , annál gyorsabban távoznak a trajektóriák az adott tartományból.  $\kappa$  független a kezdeti feltételek eloszlásától és a kiszökési tartomány megválasztásától, és kizárólag a nyereghalmaz jellemzője. Azonban  $n'_0$  és a rendszer exponenciális fogyást megelőző ( $t < t_0$ -ra vonatkozó) viselkedése függhet ezektől is. A 2.3.2. ábra jobb oldala egy kétdimenziós leképezés esetén szemlélteti egy kiválasztott tartományban maradó trajektóriák számának csökkenését.

 $<sup>^3</sup>$  Ezen túlmenően rácspontokban adott sebességmezőben a számított Ljapunov-exponens nem feltétlenül tükrözi a valóságot, mivel a kiértékelése – például az értekezésben is felhasznált  $1,5^{\circ} \times 1,5^{\circ}$  meteorológiai adatok esetén – rácsnégyzeteken belül haladó részecskék pályáinak adataiból történhet a részecskepárok közötti kis távolság fennállásának feltétele miatt. A rácsméretnél kisebb skálájú folyamatokat azonban nem írja le az adatbázis. A topologikus entrópia meghatározása a rácsméretet messze meghaladó vonaldarab hosszának számításán alapul, ily módon a rácson nem felbontott folyamatok elhanyagolásának sokkal kisebb rá a hatása.



2.3.2. ábra. Bal oldal: A kaotikus nyereghalmaz jellegzetes képe egy kétdimenziós fázisképen (Tél and Gruiz, 2006). A nyereghalmaz fraktál szerkezetű és végtelen sok instabil pont alkotja. Jobb oldal: A túlélő trajektóriák n száma az  $x_{t+1} = 1 - 2x_t^2 + 0.3y_t$  és  $y_{t+1} = x_t$  Hénon-leképezésben.  $n_0 = 9 \cdot 10^6$  trajektória indult kezdetben egyenletesen elosztva az  $|x|, |y| \leq 1$  tartományban, és a kiszökés feltételét is ennek a tartománynak az elhagyása jelentette (Lai and Tél (2011) alapján). Az illesztésből  $t_0 \approx 4$ ,  $\kappa = 0.35$  és  $n'_0 = 13.3 \cdot 10^6$ .

A kaotikus viselkedés időtartama tranziensen kaotikus dinamikai rendszerekben kezdeti feltételtől függően tág határok között változhat, az egyedi élettartamokból pedig érdemes egy átlagos élettartamot is meghatározni. A kaotikus viselkedés  $\tau$  átlagos élettartama becsülhető a szökési ráta reciprokával:

$$\tau \approx \frac{1}{\kappa}.$$
(2.3.3)

Az átlagos élettartam a kezdeti nem exponenciális csökkenésen keresztül a szökési rátával ellentétben függ a trajektóriák kezdeti helyzetétől és a tartomány megválasztásától. Mivel  $\kappa$  egyedül a kaotikus nyereghalmaz tulajdonsága, így alkalmasabb mennyiség a dinamikai rendszer jellemzésére, mint  $\tau$ .

A szokásos dinamikai rendszerekben igen ritkán két kaotikus nyereghalmaz is jelen lehet egyidejűleg, ami két szökési ráta ( $\kappa_1$  és  $\kappa_2$ ) megjelenését vonja maga után. Ekkor az adott t ideig bennmaradó részecskék n(t) számát  $t > t_0$  esetén két exponenciális függvény összege adja (Lai and Tél, 2011):

$$n(t) \sim n_1 \mathrm{e}^{-\kappa_1 t} + n_2 \mathrm{e}^{-\kappa_2 t}.$$
 (2.3.4)

A részecskék többsége ebben az esetben a nagyobbik szökési rátából következő ütemben távozik, míg hosszú idő elteltével a maradék rész a kisebb szökési rátának megfelelő ütemben ürül ki a tartományból.

A légkörben terjedő szennyeződések esetében a tranziens káosz annak feleltethető meg,

hogy a részecskék hosszabb-rövidebb ideig kaotikusan haladnak a levegőben, majd előbb-utóbb elhagyják a vizsgált tartományt, és elérik a felszínt. A 6.2. szakaszban látni fogjuk, hogy a légkörben is elkülöníthető egy rövid- és egy hosszútávra vonatkozó szökési ráta.

## 2.4. A szennyeződésterjedés modellezésének bizonytalanságai

Akár vulkánkitörésből, akár ipari balesetből származó aeroszol részecskék vagy gázok útjának nyomon követése, előrejelezése a cél, a szimulációk mindenképpen bizonytalansággal lesznek terheltek. A szennyeződésfelhők előrejelzésének pontosságát számos tényező befolyásolja: az alkalmazott terjedési modellek bemenő adatainak megbízhatósága, a terjedési modell által figyelembe vett folyamatok, numerikus közelítések, valamint a légkör turbulens (nagy szabadsági fokú rendszerekre jellemző, a kaotikusnál bonyolultabb) viselkedéséből fakadó bizonytalanságok (ami elsősorban a kiindulási adatokra vonatkozó érzékenységben nyilvánul meg).

A terjedési modellek bemenő adatai két csoportra oszthatók. Ezek egyrészről a légkörbe kerülő szennyeződésekkel kapcsolatos tulajdonságok, mint például a kibocsátott anyag mennyisége, fizikai és kémiai jellemzői, kibocsátási magassága, valamint kezdeti térbeli kiterjedése és eloszlása. Másrészről az alkalmazott meteorológiai adatok megbízhatósága is jelentős hatással van a terjedés modellezésének eredményességére.

A hibaforrások egy másik része magával a terjedési modellel kapcsolatos, mivel a modellek többek között számos folyamat parametrizációját tartalmazzák (pl. turbulens diffúzió, száraz és nedves ülepedés, radioaktív bomlás), továbbá interpolációs eljárásokat és numerikus módszereket alkalmaznak a légszennyezők útvonalának meghatározására (Galmarini et al., 2004). Nem szabad megfeledkezni a légkör turbulens viselkedéséből származó bizonytalansági tényezőkről sem, hiszen a fentebb említett másik két hibaforrást nem lehet teljesen kiküszöbölni. Ezért a légkör kezdeti feltételekre vonatkozó érzékenységét is figyelembe kell venni a terjedés modellezésének bizonytalanságainak teljes feltérképezése során.

Az egyes hibaforrásokból származó bizonytalanságok járulékai nem állandóak, hanem függhetnek az aktuális időjárási helyzettől, illetve a szennyeződés légkörbe jutásának körülményeitől is. Például a szennyezők kezdeti jellemzői, így a részecskék térbeli és méret szerinti eloszlása heves vulkánkitörések esetén csak jóval nagyobb bizonytalansággal becsülhető, mint egy erőműből történő, felszínhez közeli szivárgás esetén.

A dolgozatban a felhasznált meteorológiai adatok, előrejelzések bizonytalanságával foglalkozunk részletesebben. A meteorológiai numerikus előrejelzések hibái javarészt a modellek kiindulási (kezdeti) feltételeinek pontatlanságából származnak, ami a hiányos vagy pontatlanul mért adatoknak, a ritka és nem egyenletes eloszlású megfigyelési hálózatnak, illetve a különböző adatasszimilációs eljárások hibáinak a következménye. Ennek következtében nem lehet teljes pontossággal előállítani a kezdeti feltételeket a meteorológiai előrejelző modell számára, a kezdeti hibák pedig az idő teltével tovább gyarapodnak a fentebb említett kezdeti feltételekre való légköri érzékenység miatt. A másik hibaforrás a numerikus előrejelző modellek pontatlanságaiból adódik: a modellek egyes fizikai folyamatokra parametrizációkat alkalmaznak, a hidrodinamikai egyenletrendszer megoldását pedig közelítő módszerekkel, numerikusan számítják.

Hagyományosan a meteorológiai előrejelzések kezdeti feltételeiben rejlő bizonytalanságok hatásának vizsgálata a legszélesebb körben kutatott szakterület, és az elmúlt években számos módszert dolgoztak ki a gyakorlati megvalósításra (pl. az ún. breeding módszert (Toth and Kalnay, 1997), a szinguláris vektorok módszerét (Buizza and Palmer, 1995), vagy az ún. Ensemble of Data Assimilations (EDA) eljárást (Isaksen et al., 2010)). Ezen bizonytalansági tényező számszerűsítése során az időjárás előrejelzését készítő modellt kissé perturbált, azonos valószínűségű kezdeti állapotokat előállítva indítják el, s így jön létre a több előrejelzési tagból álló együttes (ensemble, valószínűségi) előrejelzés (Kalnay, 2003; Leutbecher and Palmer, 2008; Molteni et al., 1996). Érdemes megjegyezni, hogy napjainkban már nem csupán a kezdeti feltételekben rejlő bizonytalanságokat számszerűsítik, hanem a modellekből fakadó bizonytalanságokat is. Ez utóbbiakat például a fizikai parametrizációs eljárások különböző változatainak alkalmazásával vagy egyszerűen a parametrizációkból származó tendenciák perturbálásával valósítják meg (Bouttier et al., 2012; Palmer et al., 2009). (Ezen kívül vannak más módszerek is, mint például a multi-modell ensemble, amikor több modell alkalmazásával kapunk képet a modellekből származó bizonytalanságok mértékére.)

Az ensemble előrejelzések tagjainak szórása, széttartása az előrejelzések megbízhatóságának mértékére utal: ha a perturbált kezdeti feltételekkel kapott futtatások kevéssé térnek el egymástól, a megbízhatóság nagy, míg ellenkező esetben az előrejelezhetőség kicsi. Az ensemble módszer további előnye, hogy az előrejelzések együttes vizsgálata alapján becslés adható bizonyos időjárási események bekövetkezésének valószínűségére.

Vizsgálatainkban az European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF) ensemble előrejelzéseit használtuk fel. Ezen előrejelzések 50+1 tagból állnak, melyek felbontása vízszintesen durvább (feleakkora), mint a legjobbnak vélt kezdeti feltételből induló, ún. nagyfelbontású (korábban determinisztikusnak nevezett) előrejelzésé, valamint kevesebb függőleges szintet is tartalmaznak. A plusz egy tag a perturbáció nélkül előállított kontroll tag, amely lehetőséget ad a felbontás hatásának mérlegelésére a nagyfelbontású előrejelzéssel való összehasonlítás révén. A felhasznált ECMWF ensemble előrejelzésekben a kezdeti feltételek bizonytalanságait alapvetően a szinguláris vektorok és az EDA módszer vegyítésével számszerűsítik, míg a modellben rejlő egyéb bizonytalansági tényezőket a fizikai parametrizációs tendenciák perturbálásával veszik figyelembe.

A terjedési modellekben a felhasznált meteorológiai adatokból származó bizonytalanságot

úgy vesszük figyelembe, hogy a terjedési modellt az összes olyan meteorológiai előrejelzéssel lefuttatjuk, amit a rendelkezésre álló meteorológiai ensemble tartalmaz. A szennyezőanyag egyes előrejelzésekben tapasztalt eloszlása és azok összehasonlítása képet ad a meteorológiai adatokból származó bizonytalanságok mértékéről.

Különböző gázok (ideális nyomjelzők, passzív részecskék) terjedésbeli, a meteorológiai előrejelzés hibáiból adódó bizonytalanságait korábban már többen tanulmányozták. Dabberdt and Miller (2000) kissé különböző meteorológiai mezőkben vizsgálta a H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> terjedését és felszíni koncentrációját a TRIAD gaussi modellel, míg más értekezések a meteorológiai modellek különféle fizikai parametrizációs sémáinak lagrange-i modellekkel (SCIPUFF, HYSPLIT) végzett számításokra gyakorolt hatását elemezték (Challa et al., 2008; Warner et al., 2002). Számos tanulmány alátámasztja, hogy az ensemble előrejelzésekkel futtatott szimulációkban jelentős eltérések léphetnek fel az ideális nyomjelzőkből álló előrejelzett szennyeződésfelhők elhelyezkedései között (Holt et al., 2009; Lee et al., 2009; Scheele and Siegmund, 2001; Straume, 2001; Straume et al., 1998).

Az 5. fejezetben azt vizsgáljuk, hogyan jelentkezik a meteorológiai információk bizonytalansága az aeroszol részecskék terjedésének szimulációjában.

## 3. fejezet

## A RePLaT modell

### 3.1. A RePLaT modellről dióhéjban

A kutatás során egy olyan modell kifejlesztése volt a cél, amely minél helytállóbban közelíti a fizikai folyamatokat, azaz valós méretű részecskéket követő modell, de a 2.2.2. szakaszban említett PUFF-fel és VAFTAD-dal szemben jobban alkalmazható már a felszínhez közeli tartományban is. A modell neve is a "valódi részecske" elnevezésből származik: Real Particle Lagrangian Trajectory (RePLaT) modell.

A részecskék vízszintesen a helyi szélkomponensekkel sodródnak, a függőleges mozgáshoz pedig a részecskék határsebessége is hozzájárul, amely – az "álrészecske"-modellekkel, illetve az előző szakaszban említett PUFF és VAFTAD modellekkel ellentétben – függ a részecskék egyedi méretétől, sűrűségétől és aktuális helyzetétől (a levegő sűrűségétől, viszkozitásától). A modell figyelembe veszi, hogy nagy részecskékre a kis Reynolds-számokra érvényes Stokestörvény már nem alkalmazható, ekkor a határsebességet a négyzetes közegellenállási törvény alapján számítja.

A kisléptékű turbulens légmozgások részecskékre gyakorolt hatását véletlen folyamatként építettük bele a modellbe. A planetáris határrétegben több "álrészecske"-modellel analóg módon a függőleges turbulens diffúziós együtthatót a Monin–Obukhov-féle hasonlósági elmélet alapján határozzuk meg, míg a vízszintes turbulens diffúziós együtthatókat állandónak tekintjük ebben a rétegben és a szabad légkörben is.

Csapadékmentes időben az ülepedés a modellben annak felel meg, hogy ha a részecske eléri a felszínt, ott kiülepedik (nem ülepedő nemesgáz esetén visszaverődik). A modell újszerűsége a nedves ülepedés beépítésében nyilvánul meg, amely eddig egyik valódi részecskéket követő modellben sem szerepelt. A nedves ülepedés egy részecskéből cseppé való véletlen átalakulási folyamatként van jelen a modellben, ami a csapadékintenzitástól függ, és összhangban áll az euleri modellekben szokásos nedves ülepedési parametrizációkkal. Ennek során egy részecske bizonyos valószínűséggel egy cseppbe kerül, azaz sűrűsége és mérete hirtelen megváltozik a csapadékintenzitásnak megfelelően. A cseppé alakult részecske trajektóriáját a továbbiakban már az új méretéből adódó határsebesség határozza meg. Az "álrészecske"-modellekkel ellentétben a részecske nem pillanatszerűen hagyja el a légkört, hanem a levegőben végighaladva hulló esőcseppként.

A RePLaT modell számítógépes megvalósítását Fortran nyelven készítettem el. A következőkben részletes leírás olvasható a modellben előforduló mozgásegyenletekről, azok érvényességi köréről, levezetéséről, valamint az alkalmazott parametrizációkról.

### 3.2. Mozgásegyenletek

A véges mérettel rendelkező részecskék mozgását a részecskékre hatást kifejtő erők befolyásolják. A részecskére a nehézségi erő ( $m_p g$ , ahol  $m_p$  a részecske tömege, g = (0, 0, -g) a nehézségi gyorsulás), a felhajtó erő ( $\mathbf{F}_{buoy}$ ) és a közegellenállási erő ( $\mathbf{F}_{drag}$ ) hat, a részecske mozgásegyenlete a Newton-egyenletből következik:

$$m_{\rm p} \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\rm p}}{\mathrm{d}t} = m_{\rm p}\mathbf{g} + \mathbf{F}_{\rm buoy} + \mathbf{F}_{\rm drag}, \qquad (3.2.1)$$

ahol  $\mathbf{v}_{p} = (u_{p}, v_{p}, w_{p})$  jelöli a részecske sebességét. A továbbiakban gömb alakú, r sugarú,  $\varrho_{p}$  sűrűségű részecskéket vizsgálunk. A részecske méretéből, a levegő  $\mathbf{v} = (u, v, w)$  sebességéhez viszonyított  $\mathbf{v}_{p} - \mathbf{v}$  sebességéből és a levegő  $\nu$  kinematikai viszkozitásából számolható a dimenziótlan, részecskére vonatkozó Reynolds-szám:

$$\operatorname{Re} = \frac{2r \left| \mathbf{v}_{\mathrm{p}} - \mathbf{v} \right|}{\nu},\tag{3.2.2}$$

amely azt mutatja meg, hogy a hidrodinamikai és a viszkózus gyorsulás hogyan viszonyulnak egymáshoz. Ha a Reynolds-szám kicsi ( $\text{Re} \ll 1$ ), a viszkozitás fontos szerepet játszik a mozgásban, és a közegellenállási erő a Stokes-törvénnyel írható le (Landau and Lifsic (1980)):

$$\mathbf{F}_{\text{drag}} = -6\pi\rho\nu r(\mathbf{v}_{\text{p}} - \mathbf{v}),\tag{3.2.3}$$

ahol  $\rho$  a levegő sűrűsége. Ha a Reynolds-szám nagy (Re  $\gg$  1), a közegellenállás a négyzetes sebességtörvénnyel fejezhető ki:

$$\mathbf{F}_{\text{drag}} = -\frac{1}{2} C_{\text{D}} r^2 \pi \varrho \left| \mathbf{v}_{\text{p}} - \mathbf{v} \right| (\mathbf{v}_{\text{p}} - \mathbf{v}), \qquad (3.2.4)$$

ahol  $C_{\rm D}$  az ún. alaktényező, amely gömbre  $C_{\rm D} = 0,4$ . A közegellenállási erő tetszőleges Reynolds-számra vonatkozó általános alakjával az I.1. függelék foglalkozik részletesebben. A

felhajtó erőt

$$\mathbf{F}_{\text{buoy}} = -\varrho \frac{4r^3 \pi}{3} \mathbf{g} \tag{3.2.5}$$

adja.

Ezen a ponton érdemes kitérni a mozgásegyenlet által leírt részecskék sűrűségére és méretére. Az aeroszol részecskék  $\rho_{\rm p}$  sűrűsége a levegő  $\rho \sim 1$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségénél jóval nagyobb,  $\rho_{\rm p} \sim 1000$  kg/m<sup>3</sup> nagyságrendű, ezért  $\rho \ll \rho_{\rm p}$ . Az általunk vizsgált jelenségekben a részecskék mérete különböző mérésekre támaszkodva (lásd például Johnson et al. (2012))  $r \leq 12$  µm. Legyen  $V_{\rm p,air}$  a részecske és a levegő közötti sebességkülönbség karakterisztikus értéke. Látni fogjuk (lásd I.2. függelék), hogy vízszintes irányban a részecskék nagyon hamar ( $\sim 10^{-3}$  s) felveszik a közeg sebességét, így horizontálisan  $V_{\rm p,air} = 0$ . Függőleges irányban pedig  $w_{\rm p} - w$  az úgynevezett határsebességhez tart, amelynek nagysága  $r \leq 12$  µm részecskékre  $V_{\rm p,air} \leq 10^{-2}$  m/s. A  $V_{\rm p,air} = 10^{-2}$  m/s maximális karakterisztikus sebességgel és a levegő  $\nu \approx 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s kinematikai viszkozitásával számolva Re  $\leq 2 \cdot 10^{-2}$ , így a közegellenállási erőre a (3.2.1) egyenletben a Stokes-képlet érvényes. A részecskék sugara tetszőlegesen kicsi is lehet, mivel azonban az r < 1 µm részecskék mozgása alig tér el az ideális légelemekétől, vizsgálatainkban az

$$1 \,\mu\mathrm{m} \le r \le 12 \,\mu\mathrm{m} \tag{3.2.6}$$

tartományra szorítkozunk. A RePLaT modellben a határsebességben nem szerepel a Cunningham-féle csúszási korrekciós tényező, mert  $r = 1-12 \,\mu\text{m}$  részecskékre csak  $10^{-2}-10^{-1}$ -szeres járulékot adna a sebességben (bővebben lásd I.3. függelék).

Felhasználva, hogy  $m_{\rm p} = \varrho_{\rm p} \frac{4r^3\pi}{3}$ , a (3.2.1) egyenlet a következő alakot ölti:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{g} \left( 1 - \frac{\varrho}{\varrho_{\mathrm{p}}} \right) - \frac{9}{2} \frac{\varrho\nu}{\varrho_{\mathrm{p}}r^{2}} (\mathbf{v}_{\mathrm{p}} - \mathbf{v}).$$
(3.2.7)

Mivel  $\rho \ll \rho_p$ , ezért a zárójelen belüli második, felhajtó erőből származó tag elhanyagolható:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{g} - \frac{9}{2} \frac{\varrho \nu}{\varrho_{\mathrm{p}} r^2} (\mathbf{v}_{\mathrm{p}} - \mathbf{v}).$$
(3.2.8)

A (3.2.8) egyenlet három (zonális, meridionális, függőleges) komponensét külön-külön kiírva:

$$\frac{\mathrm{d}u_{\rm p}}{\mathrm{d}t} = -\frac{9}{2} \frac{\rho \nu}{\rho_{\rm p} r^2} (u_{\rm p} - u), \qquad (3.2.9a)$$

$$\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{9}{2} \frac{\rho \nu}{\rho_{\mathrm{p}} r^2} (v_{\mathrm{p}} - v), \qquad (3.2.9b)$$

$$\frac{\mathrm{d}w_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = -g - \frac{9}{2} \frac{\varrho\nu}{\varrho_{\mathrm{p}} r^2} (w_{\mathrm{p}} - w).$$
(3.2.9c)

A légköri áramlások V vízszintes karakterisztikus sebességét és a folyamatokra jellemző L vízszintes karakterisztikus távolságát felhasználva kapjuk a (3.2.8) egyenlet dimenziótlan alakját (ekkor a karakterisztikus idő L/V):

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}'}{\mathrm{d}t'} = -\frac{9\varrho\nu L}{2\varrho_{\mathrm{p}}r^{2}V} \left(\mathbf{v}_{\mathrm{p}}' - \mathbf{v}' + \frac{2\varrho_{\mathrm{p}}r^{2}}{9\varrho\nu V}g\mathbf{n}\right), \text{ azaz}$$
(3.2.10)  
$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}'}{\mathrm{d}\mathbf{v}'} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t'} = -\frac{1}{\mathrm{St}} \left( \mathbf{v}_{\mathrm{p}}' - \mathbf{v}' - w_{\mathrm{term}}' \mathbf{n} \right), \text{ abol}$$
(3.2.11)

$$w'_{\text{term}} = -\frac{2\varrho_{\text{p}}r^2}{9\varrho\nu V}g.$$
(3.2.12)

A vesszős mennyiségek a (3.2.8) egyenlet dimenziótlan változóinak felelnek meg,  $w'_{\text{term}} < 0$  az úgynevezett dimenziótlan határsebesség, n a függőleges egységvektor. Az St a V és L karakterisztikus sebességtől, illetve távolságtól függő Stokes-szám, a tehetetlen részecskék dimenziótlan relaxációs ideje homogén áramlásban (lásd I.2. függelék):

$$St = \frac{2\varrho_{\rm p}r^2V}{9\varrho\nu L}.$$
(3.2.13)

A szimulációkbeli terjedési folyamatokra L = 10-1000 km. A részecskékre jellemző Stokesszámok a már előzőleg felsorolt r,  $\rho_p/\rho$  és  $\nu$  értékek választásával a 3.2.1. táblázatban találhatók.

3.2.1. táblázat. Az aeroszol részecskék terjedésének szimulációjakor fellépő jellemző Stokes-számok. r jelöli a részecskék méretét, L a karakterisztikus távolságot, V a karakterisztikus szélsebességet, St a Stokes-szám.

| r [µm] | <i>L</i> [km] | V [m/s] | St                    |
|--------|---------------|---------|-----------------------|
| 1      | 1000          | 1       | $2,22 \cdot 10^{-11}$ |
| 10     | 100           | 10      | $2,22 \cdot 10^{-7}$  |
| 10     | 10            | 100     | $2,22 \cdot 10^{-5}$  |

Látható, hogy a részecskék sodródása során előforduló tipikus Stokes-számok közül még a legnagyobb is St  $\ll$  1. Mivel St  $\rightarrow$  0 esetén a (3.2.11) egyenlet jobb oldalán csak akkor kapunk véges mennyiséget (a bal oldalon véges gyorsulást), ha  $(\mathbf{v}'_{\rm p} - \mathbf{v}' - w'_{\rm term}\mathbf{n}) \rightarrow 0$ , ezért a (3.2.9a)–(3.2.9c) dimenziós egyenletek tovább egyszerűsödnek:

$$u_{\rm p}(t) = u(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t),$$
(3.2.14a)

$$v_{\rm p}(t) = v(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t),$$
 (3.2.14b)

$$w_{\rm p}(t) = w(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t) + w_{\rm term},$$
 (3.2.14c)

ahol a

$$w_{\text{term}} = -\frac{2}{9} \frac{\rho_{\text{p}} r^2}{\rho \nu} g = w'_{\text{term}} V$$
(3.2.15)

mennyiséget a részecske dimenziós határsebességének nevezzük, és  $(x_p(t), y_p(t), z_p(t))$  jelöli a részecske helyét t időpillanatban. A részecske  $|w_{term}|$  sebességgel esik álló levegőben, ha a rá ható erők éppen kiegyensúlyozzák egymást. A határsebesség  $\rho$ -en és  $\nu$ -n keresztül hely- és időfüggő.

A részecske aktuális helyén a levegő  $\rho$  sűrűségét a bemenő adatként alkalmazott T hőmérsékletből számítjuk az ideális gázok állapotegyenletét felhasználva (itt  $R_{\rm d} = 287 \frac{J}{\text{kg K}}$  a száraz levegő gázállandója<sup>1</sup>):

$$\varrho = \frac{p}{R_{\rm d}T}.\tag{3.2.16}$$

A levegő  $\nu$  kinematikai viszkozitását a  $\mu = \nu \rho$  dinamikai viszkozitás segítségével határozzuk meg, amely a hőmérséklet függvénye. Ezt a Sutherland-törvény adja meg (Sutherland, 1893):

$$\mu = \beta_0 \frac{T^{3/2}}{T + T_s}, \text{ amiből a kinematikai viszkozitás}$$
(3.2.17a)

$$\nu = \frac{\mu}{\varrho} = \beta_0 \frac{T^{5/2}}{T + T_{\rm s}} \frac{R_{\rm d}}{p}.$$
(3.2.17b)

Az egyenletekben  $\beta_0 = 1,458 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m s}\sqrt{\text{K}}}$  a Sutherland-állandó, valamint  $T_{\text{s}} = 110,4$  K a Sutherland-hőmérséklet.

A szimulációkban az aeroszol részecskék csapadéktevékenység esetén esőcseppbe is belekerülhetnek. Az  $r_{\rm rain} = 0,5-2$  mm sugarú "részecskék" (cseppek) esetén a Reynolds-számra  $V_{\rm p,air} \approx 5-10$  m/s levegőhöz viszonyított relatív sebességgel Re  $\approx 500-4000 \gg 1$  adódik. Ebben az esetben  $\mathbf{F}_{\rm drag}$  a (3.2.4) négyzetes törvénnyel írható le, így a mozgásegyenlet (3.2.8)-nek megfelelő alakja:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{g} - \frac{3}{8} \frac{\varrho C_{\mathrm{p}}}{\varrho_{\mathrm{p}} r} |\mathbf{v}_{\mathrm{p}} - \mathbf{v}| (\mathbf{v}_{p} - \mathbf{v}).$$
(3.2.18)

A (3.2.18) egyenlet dimenziótlan alakja L és V karakterisztikus távolsággal, illetve sebes-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Nedves levegő esetén az állapotegyenletben  $R_d$  helyett a nedves levegő specifikus gázállandója ( $R_m$ ) szerepel:  $\rho = p/(R_mT)$ .  $R_m = R_d (1 + 1,608q)/(1 + q)$ , ahol q a keverési arány (Götz és Rákóczi, 1981, 92. o.). A légkörben q legnagyobb értékei 50–100 g/kg között változnak, így a legnagyobb eltérés  $R_m = 1,03-1,05R_d$ . Az átlagos q értékek azonban ennél sokkal kisebbek, így a nedvesség elhanyagolásával okozott hiba is sokkal kisebb, mint 5%.

séggel dimenziótlanítva:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}'}{\mathrm{d}t'} = -\frac{3\varrho C_{\mathrm{D}}L}{8\varrho_{\mathrm{p}}r} \left( \frac{8\varrho_{\mathrm{p}}rg}{3\varrho C_{\mathrm{D}}V^{2}}\mathbf{n} + |\mathbf{v}_{\mathrm{p}}' - \mathbf{v}'|(\mathbf{v}_{p}' - \mathbf{v}') \right),$$
(3.2.19)

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathrm{p}}'}{\mathrm{d}t'} = -\frac{3\varrho C_{\mathrm{D}}L}{8\varrho_{\mathrm{p}}r} \left( w_{\mathrm{term}}'^{2}\mathbf{n} + |\mathbf{v}_{\mathrm{p}}' - \mathbf{v}'|(\mathbf{v}_{p}' - \mathbf{v}') \right).$$
(3.2.20)

 $C_{\rm D} = 0,4, \, \varrho/\varrho_{\rm p} = 10^{-3}, \, r = 0,5-2 \, \text{mm}$  és  $L = 10-1000 \, \text{km}$  esetén  $3\varrho C_{\rm D} L/(8\varrho_{\rm p}r) \approx 750-300\,000$ , így a Re  $\ll 1$  esethez hasonlóan a jobb oldali szorzat második tagjának kicsinek kell lennie (bővebben: I.2. függelék, utolsó bekezdés). A vízszintes mozgásegyenletekre nézve ez azt jelenti, hogy

$$\sqrt{(u'_{\rm p} - u')^2 + (v'_{\rm p} - v')^2 + (w'_{\rm p} - w')^2}(u'_{\rm p} - u') = 0 \quad \text{és}$$
(3.2.21a)

$$\sqrt{(u'_{\rm p} - u')^2 + (v'_{\rm p} - v')^2 + (w'_{\rm p} - w')^2(v'_{\rm p} - v')} = 0.$$
(3.2.21b)

Mivel tudjuk, hogy a gyökjel alatt  $w'_{\rm p} - w' \neq 0$  (például a hulló esőcsepp nem a levegő fel- vagy leáramlási sebességével esik), ezért a (3.2.21a)–(3.2.21b) egyenletekből  $u'_{\rm p} = u'$  és  $v'_{\rm p} = v'$ . A függőleges mozgásegyenletre

$$w_{\text{term}}^{\prime 2} + \sqrt{(u_{\text{p}}^{\prime} - u^{\prime})^{2} + (v_{\text{p}}^{\prime} - v^{\prime})^{2} + (w_{\text{p}}^{\prime} - w^{\prime})^{2}}(w_{\text{p}}^{\prime} - w^{\prime}) = 0\text{-nak}$$
(3.2.22)

kell fennállnia. Mivel  $u'_{\rm p} - u' = 0$  és  $v'_{\rm p} - v' = 0$ , ezért  $(w'_{\rm p} - w')|w'_{\rm p} - w'| = -w'^{2}_{\rm term}$ , amiből  $w'_{\rm p} - w' = w'_{\rm term}$  (mivel előjelesen  $w'_{\rm p} < w'$ ). Így a (3.2.14a)–(3.2.14c)-nek megfelelő egyszerűsített dimenziós egyenletek a Re  $\gg$  1 esetben a következőképpen alakulnak:

$$u_{\rm p}(t) = u(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t),$$
 (3.2.23a)

$$v_{\rm p}(t) = v(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t),$$
 (3.2.23b)

$$w_{\rm p}(t) = w(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t) + w_{\rm term},$$
 (3.2.23c)

ahol

$$w_{\text{term}} = -\sqrt{\frac{8}{3} \frac{\varrho_{\text{p}} r}{\varrho C_{\text{D}}} g}$$
(3.2.24)

a (dimenziós) határsebesség négyzetes közegellenállás esetén.

A teljesség kedvéért érdemes megjegyezni, hogy a gázok a terjedésszámítás szempontjából olyan elhanyagolható méretű "részecskéknek" tekinthetők, melyek sűrűsége megegyezik a levegő sűrűségével. Így mozgásegyenletük a (3.2.1) egyenletből r = 0 és  $\rho_p = \rho$  helyettesítéssel határozható meg. A sodródó pontszerű, passzív részecskék határsebessége 0, minden időpillanatban követik az adott helyen a levegő mozgását:

$$\frac{\mathrm{d}x_{\rm p}(t)}{\mathrm{d}t} = u_{\rm p}(t) = u(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t), \qquad (3.2.25a)$$

$$\frac{\mathrm{d}y_{\mathrm{p}}(t)}{\mathrm{d}t} = v_{\mathrm{p}}(t) = v(x_{\mathrm{p}}(t), y_{\mathrm{p}}(t), z_{\mathrm{p}}(t), t), \qquad (3.2.25b)$$

$$\frac{\mathrm{d}z_{\rm p}(t)}{\mathrm{d}t} = w_{\rm p}(t) = w(x_{\rm p}(t), y_{\rm p}(t), z_{\rm p}(t), t).$$
(3.2.25c)

#### 3.2.1. Polár- és nyomási koordinátákkal felírt mozgásegyenletek

A légkörben a részecskék vízszintes irányú mozgását célszerűbb gömbi polárkoordinátákkal leírni. Tetszőleges  $\lambda$  hosszúsági és  $\varphi$  szélességi koordinátájú pontban definiált lokális derékszögű koordinátarendszerben az x tengely nyugatról keletre, az y tengely a meridián mentén délről északra mutat. Ekkor a ( $\lambda_p, \varphi_p$ ) földrajzi pontban elhelyezkedő részecske vízszintes sebességkomponensei

$$u_{\rm p}(t) = R_{\rm E} \cos\left(\varphi_{\rm p}(t)\right) \frac{\mathrm{d}\lambda_{\rm p}(t)}{\mathrm{d}t},\tag{3.2.26a}$$

$$v_{\rm p}(t) = R_{\rm E} \frac{\mathrm{d}\varphi_{\rm p}(t)}{\mathrm{d}t}$$
(3.2.26b)

alakban fejezhetők ki, ahol  $R_{\rm E}$  jelöli a Föld sugarát. Ezt felhasználva a (3.2.23a) és (3.2.23b) mozgásegyenletek a következőképpen írhatók át:

$$\frac{\mathrm{d}\lambda_{\mathrm{p}}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{u(\lambda_{\mathrm{p}}(t),\varphi_{\mathrm{p}}(t),z_{\mathrm{p}}(t),t)}{R_{\mathrm{E}}\cos\left(\varphi_{\mathrm{p}}(t)\right)},\tag{3.2.27a}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{p}}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{v(\lambda_{\mathrm{p}}(t), \varphi_{\mathrm{p}}(t), z_{\mathrm{p}}(t), t)}{R_{\mathrm{E}}}.$$
(3.2.27b)

Mivel a szélmező függőleges komponense ( $\omega$ ) nyomási koordinátarendszerben áll rendelkezésre (lásd 3.5. szakasz), ezért a (3.2.23c) egyenletet is nyomási koordinátákban szeretnénk felírni:

$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{p}}(t)}{\mathrm{d}t} = \omega_{\mathrm{p}}(t) = \omega(\lambda_{\mathrm{p}}(t), \varphi_{\mathrm{p}}(t), p_{\mathrm{p}}(t), t) + \omega_{\mathrm{term}}, \qquad (3.2.28)$$

ahol  $\omega_{\text{term}}$  a nyomási koordinátákban kifejezett határsebesség. A  $\frac{dp}{dt}$  teljes hidrodinamikai deriváltat szétbontva a (3.2.28) egyenlet a következőképpen alakul:

$$\frac{\partial p_{\rm p}}{\partial t} + u_{\rm p}\frac{\partial p_{\rm p}}{\partial x} + v_{\rm p}\frac{\partial p_{\rm p}}{\partial y} + w_{\rm p}\frac{\partial p_{\rm p}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial t} + u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y} + w\frac{\partial p}{\partial z} + \omega_{\rm term}.$$
(3.2.29)

Mivel  $p_{\rm p} = p$  tetszőleges helyen teljesül, valamint láttuk, hogy  $u_{\rm p} = u$  és  $v_{\rm p} = v$  ((3.2.14a) és

(3.2.14b), illetve (3.2.21a) és (3.2.21b)), így a (3.2.29) egyenlet mindkét oldalán az első három tag egyenlő. Így

$$\omega_{\text{term}} = (w_{\text{p}} - w)\frac{\partial p}{\partial z} = w_{\text{term}}\frac{\partial p}{\partial z}.$$
(3.2.30)

Megjegyzendő, hogy  $\omega_{\text{term}}$  az  $w_{\text{term}}$  határsebességen és  $\frac{\partial p}{\partial z}$ -n keresztül függhet a helytől és időtől. Nagyskálájú folyamatok esetén alkalmazható a hidrosztatikus közelítés, amellyel

$$\omega_{\text{term}} \approx -w_{\text{term}} \varrho g. \tag{3.2.31}$$

Azaz a függőleges mozgásegyenletben hidrosztatikus közelítést alkalmazva  $\omega_{term}$  az  $Re \ll 1$  és  $Re \gg 1$  esetben a következő alakot ölti:

$$\omega_{\text{term}} = \frac{2}{9} \frac{\rho_{\text{p}} r^2 g^2}{\nu} \qquad \text{és} \qquad \omega_{\text{term}} = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{\rho_{\text{p}} \rho r}{C_{\text{p}}} g^3}. \tag{3.2.32}$$

A következőkben a hidrosztatikus közelítést fogjuk alkalmazni. Azonban, ha a felhasználandó adatok függőleges koordinátája a felszín feletti *z* magasság, nincs szükség erre a közelítésre, és (3.2.23c) használható.

#### 3.2.2. A turbulens diffúzió

#### A turbulens diffúzió a sodródási egyenletekben

A turbulens diffúziót euleri szemléletben leíró differenciálegyenlet tetszőleges mennyiség *c* koncentrációjára (Seinfeld and Pandis, 1998):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right).$$
(3.2.33)

A (3.2.33) egyenletben  $K_x$  és  $K_y$  jelöli az x és y irányú horizontális,  $K_z$  pedig függőleges turbulens diffúziós együtthatót. Légköri szennyeződések terjedésének szimulációiban általában  $K_x = K_y = K_h$  állandó horizontális diffúzióval számolnak (lásd pl. Stohl et al. (2005)). A planetáris határrétegben  $K_z$  jelentősen függ a magasságtól, míg szabad légkörben kevésbé változik, így az utóbbiban  $K_z =$  állandó alkalmazható.

A fenti parciális differenciálegyenletnek a lagrange-i szemléletben megfelelő véletlen bolyongást leíró egyenlet levezetése megtalálható pl. Visser (1997) cikkében. Ennek alapján a három irányban csak a turbulens diffúzió hatását figyelembe vevő mozgásegyenletek a következőképpen alakulnak:

$$x_{\rm p}(t+\Delta t) = x_{\rm p}(t) + R \sqrt{\frac{2}{\sigma_R} K_x \Delta t}, \qquad (3.2.34a)$$

$$y_{\rm p}(t + \Delta t) = y_{\rm p}(t) + R \sqrt{\frac{2}{\sigma_R}} K_y \Delta t, \qquad (3.2.34b)$$

$$z_{\rm p}(t + \Delta t) = z_{\rm p}(t) + R \sqrt{\frac{2}{\sigma_{_R}} K_z \Delta t} + \frac{\partial K_z}{\partial z} \Delta t.$$
(3.2.34c)

Az egyenletekben R egy tetszőleges valószínűségi változót jelöl, amelynek várható értéke E(R) = 0 és szórásnégyzete  $D^2(R) = \sigma_R$ .

Az egyszerűség kedvéért a szimulációkban az R véletlen számot a [–0,5; 0,5] intervallumon fellépő egyenletes eloszlásból választottuk, melyre  $\sigma_R = \frac{1}{12}$ . Annak következtében, hogy  $K_z$  a zmagasság függvénye, a (3.2.34c) egyenlet a (3.2.34a) és (3.2.34b) egyenletekhez képest egy új, nem véletlen, advekciós taggal bővül (a harmadik taggal)<sup>2</sup>. Ez a részecskéket a kis diffuzivitású terület felől a nagyobb diffuzivitású hely irányába tereli. A turbulens advekció hatását a később bemutatásra kerülő 3.2.3. ábra szemléleti egy jellemző  $K_z$  profil mellett.

A (3.2.27a), (3.2.27b) és (3.2.28) közönséges differenciálegyenleteket rögzített  $\Delta t$  időlépcső mellett, explicit Euler-módszerrel oldjuk meg. Így az egyes részecskék helyzete a  $t + \Delta t$ időpillanatban a következő egyenletekkel fejezhető ki:

$$\lambda_{\rm p}(t + \Delta t) = \lambda_{\rm p}(t) + \frac{u(\lambda_{\rm p}(t), \varphi_{\rm p}(t), p_{\rm p}(t), t)}{R_{\rm E}\cos\left(\varphi_{\rm p}(t)\right)} \Delta t \qquad \qquad + R\sqrt{24K_{\lambda}\Delta t}, \tag{3.2.35a}$$

$$\varphi_{\rm p}(t + \Delta t) = \varphi_{\rm p}(t) + \frac{v(\lambda_{\rm p}(t), \varphi_{\rm p}(t), p_{\rm p}(t), t)}{R_{\rm E}} \Delta t \qquad + R\sqrt{24K_{\varphi}\Delta t}, \qquad (3.2.35b)$$

$$p_{\rm p}(t + \Delta t) = p_{\rm p}(t) + \underbrace{\left(\omega(\lambda_{\rm p}(t), \varphi_{\rm p}(t), p_{\rm p}(t), t) + \omega_{\rm term}\right)\Delta t}_{\text{légköri advekció}} + \underbrace{R\sqrt{24K_p\Delta t}}_{\text{turb. adv.}} + \underbrace{\frac{\partial K_p}{\partial p}\Delta t}_{\text{turb. adv.}}, \qquad (3.2.35c)$$

ahol

$$K_{\lambda} = \frac{K_x}{\left(R_{\rm E}\cos\varphi\right)^2} \quad \text{és} \quad K_{\varphi} = \frac{K_y}{R_{\rm E}^2},\tag{3.2.36}$$

(Seinfeld and Pandis, 1998), és a nyomási koordinátákban kifejezett  $K_p$  függőleges turbulens diffúziós együtthatót a Monin–Obukhov-elmélet alapján számolt  $K_z$  segítségével határozzuk meg.

<sup>2</sup> Annak megfelelően, hogy  $\frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = \frac{\partial K_z}{\partial z} \frac{\partial c}{\partial z} + K_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}.$ 

#### A függőleges turbulens diffúziós együttható számítása

A légkörben a függőleges turbulens diffúziós együtthatót adott z szinten a következő összefüggésből számíthatjuk (Holtstag and Boville (1993); Holtstag et al. (1990); Troen and Mahrt (1986)):

$$K_{z}(z) = \begin{cases} \frac{\mathcal{K}u_{*}z}{\phi\left(\frac{z}{L_{\rm MO}}\right)} \left(1 - \frac{z}{z_{\rm PBL}}\right)^{2}, & \text{ha } z \leq z_{\rm PBL}, \\ 0 \text{ m}^{2}/\text{s}, & \text{ha } z > z_{\rm PBL}. \end{cases}$$
(3.2.37)

Itt  $\mathcal{K}$  a Kármán-állandó,  $u_*$  a súrlódási sebesség,  $z_{_{\mathrm{PBL}}}$  a keveredési réteg vastagsága,  $\phi\left(\frac{z}{L_{_{\mathrm{MO}}}}\right)$  a  $z/L_{_{\mathrm{MO}}}$  dimenziótlan magasságtól függő univerzális (vagy hasonlósági) függvény, ahol

$$L_{\rm MO} = -\frac{Tu_*^2}{g\mathcal{K}T_*} \tag{3.2.38}$$

a Monin–Obukhov-féle hossz. Az úgynevezett  $T_*$  dinamikus hőmérsékletet és az  $u_*$  súrlódási sebességet a következő összefüggésekből határozhatjuk meg (Högström, 1988; Wotawa et al., 1996):

$$T_* = \frac{H}{\varrho c_p u_*},\tag{3.2.39}$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_{\rm s}}{\varrho}},\tag{3.2.40}$$

$$\tau_{\rm s} = \sqrt{\tau_{\rm EW}^2 + \tau_{\rm NS}^2}.$$
 (3.2.41)

Itt H jelöli a szenzibilis hőáramot,  $c_p$  a levegő állandó nyomáson vett fajhőjét,  $\tau_{\rm EW}$  a keletnyugat irányú,  $\tau_{\rm NS}$  az észak-déli irányú felszíni nyírási feszültséget,  $\tau_{\rm s}$  pedig az eredő feszültség nagyságát. Az említett mennyiségek közül  $u_*$ -ot és  $T_*$ -ot a T, H, valamint  $\tau_{\rm EW}$  és  $\tau_{\rm NS}$  bemenő adatokból számítja a modell a fentiek szerint.  $L_{\rm MO}$  értéke alapján következtethetünk a légrétegződés stabilitására, ennek ismeretében pedig megadható a  $K_z$  egyenletében szereplő univerzális függvény.

Az univerzális függvény különböző szerzők által javasolt alakjairól Dyer (1974), Högström (1988) és Högström (1996) művei nyújtanak összefoglalást. Ezek labilis rétegződés esetén egy-két kivételtől eltekintve általánosságban a  $\phi\left(\frac{z}{L_{MO}}\right) = \left(1 - a_1 \frac{z}{L_{MO}}\right)^{b_1}$  alakban írhatók fel, ahol 15  $\leq a_1 \leq 28$  és  $b_1 = -\frac{1}{4}$  vagy  $-\frac{1}{3}$ . Stabilis rétegződés esetén pedig  $\phi\left(\frac{z}{L_{MO}}\right) = 1 + a_s \frac{z}{L_{MO}}$  4,7  $\leq a_s \leq 9,9$  között változó együtthatóval<sup>3</sup>. A modell a szimulációkban a széles körben alkalmazott Dyer and Hicks (1970) és Dyer (1974) univerzális

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A K Kármán-állandó a különböző szerzők képleteiben 0,35 és 0,43 közötti értéket vesz fel.

függvényeit használja:

$$\phi\left(\frac{z}{L_{\rm MO}}\right) = \begin{cases} \left(1 - 16\frac{z}{L_{\rm MO}}\right)^{-\frac{1}{4}}, & \text{ha } \frac{z}{L_{\rm MO}} < 0 \text{ (labilis)}, \\ 1 + 5\frac{z}{L_{\rm MO}}, & \text{ha } 0 \le \frac{z}{L_{\rm MO}} \le 1 \text{ (stabilis)}, \\ 6, & \text{ha } 1 < \frac{z}{L_{\rm MO}} \text{ (stabilis)}. \end{cases}$$
(3.2.42)

A  $\phi\left(\frac{z}{L_{MO}}\right)$  függvénynek a RePLaT modellbe beépített és néhány más alakjáról a 3.2.1. ábra nyújt áttekintést.



3.2.1. ábra. A  $\phi(z/L_{\rm MO})$  függvény RePLaT modellben használt alakja (folytonos vonal) stabilis és labilis rétegződés esetén (Dyer, 1974; Dyer and Hicks, 1970). Az összehasonlítás kedvéért megadjuk a Businger et al. (1971) által javasolt és a HYSPLIT modellbe (Draxler and Hess, 2004) beépített alakot is.

Mivel a részecskék magasságkoordinátája a  $p_p$  nyomás, és nem a felszíntől mért  $z_p$  távolságuk, meg kell határozni, hogy  $z_p$  és  $z_{PBL}$  magasságok milyen  $p_p$  és  $p_{PBL}$  nyomási szinteknek felelnek meg. A keveredési réteg nyomása a hidrosztatikai egyenlet alapján

$$-\int_{p_{\rm s}}^{p_{\rm PBL}} \frac{1}{\varrho} \,\mathrm{d}p = g \int_{z_{\rm s}=0}^{z_{\rm PBL}} \,\mathrm{d}z, \text{ azaz}$$
(3.2.43a)

$$-\int_{p_{\rm s}}^{p_{\rm PBL}} \frac{T}{p} \,\mathrm{d}p = \frac{g}{R_{\rm d}} z_{\rm PBL}.$$
(3.2.43b)

Mivel a Thőmérséklet függ a pnyomástól,  $p_{\scriptscriptstyle\rm PBL}$ -t az egyes rétegekre jellemző adatok alapján a következőképpen becsülhetjük:

$$\sum_{k=N}^{k_{\text{PBL}}} \frac{\frac{1}{2}(T_k + T_{k-1})}{\frac{1}{2}(p_k + p_{k-1})} \cdot \underbrace{(p_k - p_{k-1})}_{-\Delta p}, \qquad (3.2.44)$$

vagyis a legalsó szinttől kezdve addig a magasságig adjuk össze a k-adik és (k-1)-edik szint között jellemző átlagos  $-\frac{T}{p}\Delta p$  értékeket, amíg az először meg nem haladja  $\frac{g}{R_{\rm d}}z_{\rm PBL}$  értékét. Legyen ez a  $k_{\rm PBL}$ -edik szint. Ekkor a  $(k_{\rm PBL} + 1)$ -edik és a  $k_{\rm PBL}$ -edik szintig tartó összegekből lineáris interpolációval becsülhetjük  $p_{\rm PBL}$ -t.



3.2.2. ábra. Bal oldal: A keveredési réteg tetejének nyomása 2011. március 14–31. között a  $\lambda = 19^{\circ}\text{E}, \varphi = 47,5^{\circ}\text{N}$  (Magyarország, felül), illetve a  $\lambda = 141,5^{\circ}\text{E}, \varphi = 37,5^{\circ}\text{N}$  földrajzi helyen (Japán, alul)  $\varrho(p) =$ áll. sűrűséget feltételezve, illetve figyelembe véve  $\varrho(p)$  magasságfüggését ( $p_{\rm s}$  a felszíni nyomás). Jobb oldal: A  $\varrho(p) =$  áll. feltétellel számított  $p_{\rm PBL}$  ( $\Delta p_{\rm PBL}$ -lel jelölt) eltérése a numerikus integrálással számított  $p_{\rm PBL}$  értékétől a két helyen.

A planetáris határrétegben azonban a levegő sűrűsége és a hőmérséklete még nem változik nagyon a magassággal, így a hidrosztatikai egyenletből  $\rho =$  állandó feltevéssel egyszerűbben is megkapható a keveredési réteg magassága:

$$p_{\rm PBL} = p_{\rm s} - \varrho g z_{\rm PBL}, \qquad (3.2.45)$$

ahol  $p_s$  jelöli a felszíni nyomást. A 3.2.2. ábrán látható, hogy az eltérés a két módszer között többnyire legfeljebb néhány százalék. Erre a félhónapnyi időszakra a teljes Földre meghatározva a kétféle  $p_{\rm PBL}$ -t, az átlagos eltérés 0,22%-nak adódott 0,62%-os szórással. Ezért a továbbiakban a  $\rho$  = állandó feltevést használjuk a  $p_{\rm PBL}$  számítására.

Mivel a hidrosztatikai közelítést alkalmazva  $z = (p_s - p)/(\varrho g)$  és  $z_{PBL} = (p_s - p_{PBL})/(\varrho g)$ , a (3.2.37) függőleges turbulens diffúziós együtthatót a z helyett a p koordinátával így fejezhetjük ki:

$$K_{z}(p) = \begin{cases} \frac{\mathcal{K}u_{*}(p_{\rm s}-p)}{\phi\left(\frac{p_{\rm s}-p}{\varrho g L_{\rm MO}}\right)\varrho g} \left(1 - \frac{p_{\rm s}-p}{p_{\rm s}-p_{\rm PBL}}\right)^{2}, & \text{ha } p \ge p_{\rm PBL}, \\ 0 \text{ m}^{2}/\text{s}, & \text{ha } p < p_{\rm PBL}. \end{cases}$$
(3.2.46)

Ezt  $(\rho g)^2$ -tel megszorozva kapható meg a nyomási koordinátarendszerben érvényes alak:

$$K_{p}(p) = \begin{cases} \frac{\mathcal{K}u_{*}(p_{\rm s} - p)}{\phi\left(\frac{p_{\rm s} - p}{\varrho g L_{\rm MO}}\right)} \left(1 - \frac{p_{\rm s} - p}{p_{\rm s} - p_{\rm PBL}}\right)^{2} \varrho g, & \text{ha } p \ge p_{\rm PBL}, \\ 0 \, {\rm Pa}^{2}/{\rm s}, & \text{ha } p < p_{\rm PBL}. \end{cases}$$

$$(3.2.47)$$

 $K_p(p)$  egy jellemző nyomásfüggése a 3.2.3. ábrán látható.



3.2.3. ábra. A (3.2.47) függőleges turbulens diffúziós együttható változása a magassággal és a turbulens advekció szerepe a részecskék emelkedésében (†) és süllyedésében ( $\downarrow$ )  $p_{\rm s}=1000$  hPa,  $p_{\rm PBL}=850$  hPa,  $u_*=0,2$  m/s,  $\phi=1$  és  $\varrho=1,13$  kg/m<sup>3</sup> esetén. A legnagyobb értékét  $K_p(p)$  a  $p=(p_{\rm PBL}+2p_{\rm s})/3$  nyomásnál veszi fel (szaggatott vonal).

### 3.3. Kikerülési folyamatok

#### 3.3.1. Száraz és gravitációs ülepedés

A részecskék csapadékmentes időben zajló ülepedését a modell úgy veszi figyelemben, hogy ha egy részecske egy időlépésben eléri a legalsó szintet, vagy az alá kerül a szimulációkban, kiülepedik a felszínre. A teljesség kedvéért meg kell jegyezni, hogy nem ülepedő nemesgáz esetén a nemesgázt képviselő részecske teljes visszaverődéssel visszaverődik a felszínről.

#### **3.3.2.** Nedves ülepedés

A szennyeződések légkörből való kikerülése szempontjából a nedves ülepedés általában hatékonyabb, mint a száraz ülepedés. Függ a szennyeződés oldhatóságától, koncentrációjától, a csapadékintenzitástól. A vízben oldható részecskék kondenzációs magként, más részecskék ütközések során juthatnak a felhőcseppekbe vagy hulló esőcseppekbe. Ezeket a bonyolult, de igen kisskálájú folyamatokat a terjedési modellek nem veszik figyelembe minden apró részletükre kiterjedően, helyettük egyszerűsített számítási módszereket alkalmaznak.

A nedves ülepedés folyamata során az egységnyi idő alatt kimosódó aeroszol részecskék száma arányos a  $k_w$  kimosódási együtthatóval (nedves ülepedési együttható) és a még nem kimosódott részecskék számával (Sportisse, 2007):

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -k_{\mathrm{w}}n,\tag{3.3.1}$$

ahol *n* az *r* sugarú részecskék számát jelöli, és  $k_w$  függhet az aeroszol részecskék méretétől és a csapadékintenzitástól (esőcseppmérettől). A (3.3.1) egyenletből következik, hogy  $\Delta t$  idő alatt csupán a nedves ülepedés hatását figyelembe véve a légkörben maradó részecskék aránya  $\frac{n(\Delta t)}{n_0} = \exp(-k_w\Delta t)$ , a kihulló részecskék aránya pedig  $1 - \exp(-k_w\Delta t)$ .

Ennek mintájára a RePLaT lagrange-i modellben a nedves ülepedésre olyan folyamatként tekintünk, amelynek eredményeképpen csapadéktevékenység esetén  $\Delta t$  idő alatt egy-egy aeroszol részecske  $p_{r \to r_{rain}} = 1 - \exp(-k_w \Delta t)$  valószínűséggel bekerül egy cseppbe, aminek követ-keztében a cseppé "alakult" részecske sugara azonnal az esőcseppek átlagos  $r_{rain}$  sugarává nő. A mozgásegyenletekben a határsebesség ebben az esetben  $r = r_{rain}$  és  $\rho_p = \rho_{rain} = 1000 \text{ kg/m}^3$  helyettesítéssel számolandó (az általunk vizsgált  $r = 1-12 \mu m$ -es aeroszol részecskék és az eső-cseppek méretének, illetve sűrűségének a súlyozott átlaga az így számított értékekről legfeljebb 0,5%-kal tér el).

Mivel a Reynolds-szám az esőcseppekre jellemzően Re  $\gg$  1, ezért  $w_{\text{term}}$  és  $\omega_{\text{term}}$  a négyzetes közegellenállási törvény alapján számolandó ((3.2.24), illetve (3.2.32)). A parametrizáci-
óhoz  $k_w$ , illetve a csepp  $r_{rain}$  sugarának ismerete szükséges, ezek számítása a következőkben olvasható.

A kimosódási együttható azt fejezi ki, hogy az esőcseppek hány részecskét gyűjtenek be egységnyi idő alatt. Ha az esőcseppek azonosan  $r_{rain} \gg r$  méretűek, és így  $|w_{term}(r_{rain})| \gg |w_{term}(r)|$ , akkor

$$k_{\rm w} = r_{\rm rain}^2 \pi \left| w_{\rm term}(r_{\rm rain}) \right| E(r_{\rm rain}, r) \,\bar{n}_{\rm rain},\tag{3.3.2}$$

ahol  $r_{rain}^2 \pi$  az ütközési felület nagysága,  $E(r_{rain}, r)$  az ütközési hatékonyság,  $\bar{n}_{rain}$  pedig az esőcseppek számsűrűsége [m<sup>-3</sup>] (Sportisse, 2007). Az  $E(r_{rain}, r)$  ütközési hatékonyságot az határozza meg, hogy az  $r_{rain}$  sugarú esőcseppek milyen arányban mossák ki az r sugarú részecskéket.

Azonos méretű esőcseppek esetén a csapadékintenzitás

$$P = \frac{4r_{\rm rain}^3 \pi}{3} |w_{\rm term}(r_{\rm rain})| \,\bar{n}_{\rm rain},\tag{3.3.3}$$

így a kimosódási együtthatót a csapadékintenzitással kifejezve kapjuk, hogy

$$k_{\rm w} = \frac{3}{4} \frac{E(r_{\rm rain}, r) P}{r_{\rm rain}}.$$
(3.3.4)

A P csapadékintenzitás és a hozzá tartozó jellemző esőcseppek méretének kapcsolatát általában  $r_{rain} = a P^b$  típusú összefüggéssel lehet leírni (Sportisse, 2007). A RePLaT modellben a dolgozatban bemutatott szimulációkban a gyakran használt Pruppacher–Klett-parametrizációt (Pruppacher and Klett, 1997) alkalmazzunk:

$$r_{\rm rain} = 0,488 \, P^{0,21},\tag{3.3.5}$$

ahol a P csapadékintenzitás mértékegysége mm/h, az  $r_{\rm rain}$  cseppsugáré mm.

Átlagosan  $E(r_{rain}, r) = 0,1$  ütközési hatékonyságot feltételezve, a cseppek jellemző méretét a Pruppacher–Klett-összefüggésből becsülve a kimosódási együttható

$$k_{\rm w} = 0.154 P^{0.79} \frac{1}{\rm h} = 4.269 \cdot 10^{-5} P^{0.79} \frac{1}{\rm s}, \tag{3.3.6}$$

ahol P mm/h-ban szerepel.

Röviden összefoglalva: a RePLaT lagrange-i modellben csapadéktevékenység esetén egy aeroszol részecske sugara  $r = r_{rain} = 0,488 P^{0,21}$  méretűvé növekszik

$$p_{r \to r_{\text{rain}}} = 1 - \exp(-k_{\text{w}}\Delta t) \tag{3.3.7}$$

valószínűséggel a (3.3.5) egyenlet alapján, ahol  $k_w$ -t a (3.3.6) egyenlet határozza meg. Gyenge esőben P = 1 mm/h csapadékintenzitással számolva  $k_w = 0,154$  h<sup>-1</sup> = 3,7 nap<sup>-1</sup>, ami mellett  $\Delta t = 5$  perc alatt egy részecske  $p_{r \to r_{rain}} = 0,0128$  valószínűséggel kerül esőcseppbe.

A nedves ülepedés hatását a terjedési modellek egy része külön választja felhőn belüli és felhő alatti kimosódásra (lásd 2.2. fejezet). A felhő jelenlétét általában az Rh relatív nedvesség adott küszöbértékéhez kötik. Az irodalom nem egységes, egyik küszöbérték mellett sem szól megdönthetetlen érv. A néhány modellben, így pl. a FLEXPART-ban is alkalmazott Rh = 80%os határ (Stohl et al., 2010) a csapadékos területek felénél egészen a földfelszínig leérő felhőt jelez, ami valószínűleg a felhő vastagságának túlbecslése. A nedves ülepedés ezen okokból az egyszerűség kedvéért a RePLaT modellben egyelőre csak p = 850 hPa alatt játszik szerepet a részecskék életében. A modell továbbfejlesztése során kifinomultabb felhőalap és -tető meghatározást is tervezünk.

#### 3.3.3. Radioaktív bomlás

Abból a célból, hogy egy-egy r sugarú részecskefajta minél több anyagnak legyen megfeleltethető a szimulációkban, a radioaktív bomlás figyelembevételére csak az utolsó lépésben kerül sor. Egy részecske aktivitása t idő elteltével a kezdetben hozzárendelt aktivitás  $\exp(-\ln 2/\tau_{1/2} \cdot t)$ -ed részére csökken, ahol  $\tau_{1/2}$  jelöli az adott részecske felezési idejét.

#### 3.4. Szabad légkörben alkalmazható egyszerűsítések

A legegyszerűbb esetben a kicsiny részecskék mozgását a (3.2.27a), (3.2.27b) és (3.2.28) egyenletek határozzák meg, azaz ilyen típusú szimulációk során a turbulens diffúzió és a nedves ülepedés nincs hatással a részecskék életére. A felszíntől távolabb sodródó részecs-kék esőcseppbe jutásának esélye csekély az alacsonyabb magasságokban haladókéhoz képest, valamint nagyságrendi becsléssel az is belátható, hogy nagyskálájú terjedés esetén a turbulens diffúzió szerepe is elhanyagolható. Az az  $L_{turb}$  átlagos távolság, amelyre egy pontszerű szennyeződésfelhő t = 10 nap alatt a jellemzően előforduló  $K_h \approx 10-10^3$  m²/s nagyságú turbulens diffúzió mellett szétterjed,  $L_{turb} \approx \sqrt{K_h t} \approx 3-30$  km-rel becsülhető. A részecskék nagy távolságú sodródására érvényes karakterisztikus távolság  $L \sim 1000$  km, amely sokkal nagyobb, mint  $L_{turb}$ , így a szabad légkörben zajló, kontinentális skálájú sodródási folyamatokban a nedves ülepedés mellett első közelítésben a turbulens diffúzió hatása is figyelmen kívül hagyható a szimulációkban (Haszpra and Tél, 2013b).

A 3.4.1. ábra különböző méretű részecskék  $|w_{\text{term}}|$  és  $\omega_{\text{term}}$  határsebességének magassággal való alakulását mutatja az International Civil Aviation Organization (ICAO) standard légkörében (I.6. függelék). Érdemes észrevenni, hogy  $r \leq 10 \,\mu\text{m-es}$  részecskékre a határsebesség



3.4.1. ábra. Különböző r sugarú,  $\rho_{\rm p} = 2000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű részecskék  $|w_{\rm term}|$  és  $\omega_{\rm term}$  határsebességének a viszkozitás és a sűrűség hőmérsékletfüggéséből adódó magasságfüggése az ICAO standard légkörében.  $\sigma(w)$  és  $\sigma(\omega)$  jelöli a függőleges szélkomponens globálisan átlagolt  $\overline{w}, \overline{\omega} \approx 0$  körüli szórását.

nagyságrendje  $10^{-4}-10^{-2}$  m/s, amely összemérhető a levegőben jellemző függőleges áramlási sebességekkel (a függőleges szélsebesség globálisan átlagolt  $\overline{w} \approx 0$  körüli szórását  $\sigma(w)$  jelöli), ezért a (3.2.28) egyenletben a részecskék mozgásának meghatározásában mindkét tag fontos szerepet tölt be, és egyik sem hanyagolható el a másikhoz képest. Másrészt megfigyelhető, hogy a határsebesség nem változik jelentősen a magassággal: kicsiny,  $r \leq 10 \,\mu\text{m}$  részecskékre a (3.2.15) egyenlet szerint  $|w_{\text{term}}| \sim (\rho\nu)^{-1} = \mu^{-1}$  a hőmérséklettel (3.2.17a)-ból  $T^{-1/2}$ -del csökken, míg nagyobb részecskékre  $|w_{\text{term}}|$  a levegő sűrűségétől (3.2.24) alapján  $\rho^{-1/2}$  szerint függ, vagyis mindkét esetben  $|w_{\text{term}}|$  a magassággal csak kis mértékben növekszik. Így a trajektóriák számítása az előbbi bekezdésben felsorolt elhanyagolások mellett tovább egyszerűsíthető azzal a feltevéssel, hogy  $w_{\text{term}}$  ( $\omega_{\text{term}}$ ) határsebességet állandónak tekintjük. Ebben az esetben a RePLaT modell a részecskék helyzetének minden egyes időlépcsőbeni meghatározásához csak az u, v és  $\omega$  szélsebességet használja fel (Haszpra and Tél, 2011). A fenti közelítések érvényességét, azaz a szabad légkör alsó határát a szimulációkban a közepes szélességeken átlagos 1,5 km-es határrétegvastagságnak megfelelő p = 850 hPa-nak tekintettük.

## 3.5. Adatok

A korábbi egyenletek alapján a RePLaT modell a szabad légkört és a planetáris határréteget is leíró terjedési szimulációkhoz a következő meteorológiai mezőket használja fel bemenő paraméterként:

- u és v horizontális szélsebesség, illetve  $\omega$  függőleges sebességkomponens,
- T hőmérséklet,
- H felszíni szenzibilis hőáram,
- +  $\tau_{_{\rm EW}}$  és  $\tau_{_{\rm NS}}$  kelet-nyugat és észak-dél irányú felszíni nyírási feszültség,
- $z_{\text{PBL}}$ , a planetáris határréteg vastagsága,
- P csapadékmennyiség,
- $p_s$  felszíni nyomás (csak hibrid koordinátarendszerbeli számításoknál; nyomási szintek adatait felhasználva a legalsó, 1000 hPa-os szint tekinthető felszínnek).

Az értekezésben bemutatott szimulációkhoz felhasznált adatok leírása az I.4. függelékben található, a szimulációkban alkalmazott  $\Delta t$  időlépés megválasztásáról az I.5. függelékben lehet olvasni.

## 3.6. Interpoláció

A sebesség-, hőmérséklet-, relatív nedvesség stb. mezők értékeit csak egy adott, szabályos hosszúsági-szélességi rácson ismerjük különböző nyomási, illetve hibrid koordinátarendszerbeli szinteken, adott (pl. 3 vagy 6 órás) időbeli felbontásban. Azonban a részecskék trajektóriájának számításához szükség van közbülső, a részecskék  $(\lambda_{p}(t), \varphi_{p}(t), p_{p}(t), t)$  helyén vett értékekre is. Stohl et al. (1995) különböző meteorológiai helyzetekben vizsgálta eltérő térbeli és időbeli interpolációs eljárások segítségével meghatározott trajektóriák pontosságát. A számításigény és a trajektóriák számításának pontosságának figyelembevételével a legmegfelelőbb választásnak a vízszintesen magasabb rendű és időben lineáris interpolációs eljárás bizonyult. Saját vizsgálataink is azt mutatták (Haszpra, 2010), hogy olyan kétdimenziós áramlási mezőben, ahol mindenütt ismert a pontos sebességérték, a térben biköbös spline interpoláció a valósághoz közelebb álló eredményt ad, mint a bilineáris interpoláció. Ezek alapján vízszintes irányban biköbös spline interpolációval, függőleges irányban és időben pedig lineáris interpolációval számítjuk a részecskék pillanatnyi helyén a meteorológiai változók értékeit. Ez alól az egyedüli kivétel a határréteg vastagsága ( $z_{PBL}$ ), amelyet a délutáni órákat leszámítva lineáris interpolációval határozunk meg, helyi idő szerint 12 és 18 óra között viszont a 12 órás értéket használjuk (lásd 3.6.1. ábra), különben ekkor a lineáris interpoláció alulbecsülné a napnyugtakor hirtelen összeomló határréteg magasságát (Stohl et al., 2005).



3.6.1. ábra. A planetáris határréteg magassága 2011. március 21–28. között a  $\lambda = 19^{\circ}$ E,  $\varphi = 47,5^{\circ}$ N (Magyarország) földrajzi helyen az adatokból lineáris interpolációval számolva (szürke), illetve helyi idő szerint 12 és 18 óra között a 12 órai maximumot véve (fekete), ami közelebb áll a valósághoz.

Érdemes megjegyezni, hogy egy nemrégiben megjelent tanulmány szerint (Bowman et al., 2013) vízszintes irányban is bilineáris interpolációt használva az alacsonyabb rendű interpolációs eljárás következtében létrejövő hiba még mindig csekélyebbnek bizonyul, mint amekkorát az adatok kis időbeli felbontása okoz. Így a számítások gyorsítása érdekében érdemes lehet a modellben a későbbiekben a vízszintesen biköbös spline interpolációt bilineárisra cserélni.

#### 3.7. Koncentráció számítása

Adott méretű légoszlopban kiszámíthatjuk a részecskék számsűrűségét, vagy egységnyi területen meghatározhatjuk a kiülepedett részecskék számát, amikből koncentráció jellegű mennyiségeket kapunk. Ezt a legkézenfekvőbb hosszúsági, illetve szélességi körök által létrehozott (például  $0,5^{\circ} \times 0,5^{\circ}$ -os) tartományokban vizsgálni. Azonban ez a megoldás nem megfelelő nagyskálájú folyamatokra, mert a hosszúsági körök összetartása miatt a sarkok felé csökken a tartományok területe, így az alacsonyabb és magasabb szélességeken elhelyezkedő gömbnégyszögekhez azonos részecskeszám esetén a valóságban az Északi- vagy Déli-sarkhoz közelebbi négyszögekben jóval nagyobb koncentráció tartozik.

Ennek kiküszöbölése céljából a féltekék egy másik felosztása definiálható, amelyben minden négyszög területe közel azonos. A szélességi körök szerinti felosztás az eredeti marad: azaz ebben az esetben is a négyszögek két oldalát az egymást  $\varepsilon$  szögenként követő szélességi körök határozzák meg (3.7.1. ábra). Azonban a másik két oldalának hosszúsági koordinátái egymástól nem  $\varepsilon$  szögre, hanem szélességi körönként különböző szögekre helyezkednek el olyan módon, hogy minden négyszög területe nagyjából egyforma legyen. (Az általunk használt felosztás hasonló, de nem azonos a globális numerikus modellezésben használt "fully reduced Gaussian grid"-del (Hortal and Simmons, 1991).)



3.7.1. ábra. A Föld lefedése az Egyenlítőnél  $\varepsilon = 1,5^{\circ}$ -nak megfelelő méretű dobozokkal.

Egy  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  ( $\lambda_1 < \lambda_2$ ,  $\varphi_1 < \varphi_2$ ) hosszúsági és szélességi körök által meghatározott egységnyi sugarú gömbhöz tartozó négyszögnek a felülete:

$$A = (\lambda_2 - \lambda_1)(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1). \tag{3.7.1}$$

Esetünkben adott szélességi körön lévő négyszög felületének számításakor  $\varphi_2 = \varphi_1 + \varepsilon$ , és legyen  $\lambda_2 = \lambda_1 + \varepsilon'(\varphi_1)$ . Legyen az Egyenlítőnél elhelyezkedő négyszögekre  $\varepsilon'(\varphi_1 = 0) = \varepsilon$ , azaz az Egyenlítő két oldalán a négyszögek minden oldalának szöge megegyezik. Ezeknek a területe így

$$A_0 = \varepsilon(\sin\varepsilon - \sin 0) = \varepsilon\sin\varepsilon. \tag{3.7.2}$$

Adott  $\varphi_1$  szélességi körön lévő négyszög szélességi kör menti  $\varepsilon'(\varphi_1)$  oldalhosszát először úgy választjuk meg, hogy ezzel a területtel pontosan megegyezzen:

$$A_0 = \varepsilon \sin \varepsilon = A_{\varphi_1} = \varepsilon'(\varphi_1)(\sin(\varphi_1 + \varepsilon) - \sin \varphi_1). \tag{3.7.3}$$

Ebből a  $\varphi_1$  szélességi körön lévő négyszög szélességi körökkel párhuzamos oldalai:

$$\varepsilon'(\varphi_1) = \varepsilon \frac{\sin \varepsilon}{\sin(\varphi_1 + \varepsilon) - \sin \varphi_1}.$$
(3.7.4)

(Ha  $\varepsilon \ll \varphi_1$ , akkor a (3.7.4) egyenletből  $\varepsilon'(\varphi_1) \approx \varepsilon/\cos\varphi_1$ , ami megkapható két kicsiny,  $\lambda$  és  $\lambda + \Delta\lambda$  szélességi, illetve  $\varphi$  és  $\varphi + \Delta\varphi$  hosszúsági körök által határolt gömbnégyszög területének ( $\cos \varphi \cdot \Delta \varphi \cdot \Delta \lambda$ ) egyenlőségéből is (Götz és Rákóczi, 1981).)

Mivel a Föld teljes lefedésének érdekében a szélességi körök sávjait egész számú négyszögnek kell kitöltenie, a ténylegesen alkalmazott  $\varepsilon''(\varphi_1)$  zonális oldalméret  $\varepsilon'(\varphi_1)$ -től kis mértékben eltér. Adott szélességi kör mentén így

$$N(\varphi_1) = \operatorname{round}\left(\frac{2\pi}{\varepsilon'(\varphi_1)}\right) \tag{3.7.5}$$

darab négyszög foglal helyet, ahol round a legközelebbi egész számra való kerekítést jelzi. Így a négyszögek zonális oldalhossza a  $\varphi_1$  szélességi körön:

$$\varepsilon''(\varphi_1) = \frac{2\pi}{N(\varphi_1)} = \frac{2\pi}{\operatorname{round}\left(2\pi \frac{\sin(\varphi_1 + \varepsilon) - \sin\varphi_1}{\varepsilon \sin\varepsilon}\right)}.$$
(3.7.6)

A négyszögek  $A_{\varphi_1}$  mérete tehát a  $\varphi_1$  szélességi körön nem egyezik meg pontosan az egyenlítői négyszögek nagyságával, az eltérés azonban nem nagy: például  $\varepsilon = 0.5^{\circ}$ -re  $\max(A_{\varphi_1}/A_0) = 1,047$ , ami  $\varphi_1 = 89,5^{\circ}$  esetén, és  $\min(A_{\varphi_1}/A_0) = 0.982$ , ami  $\varphi_1 = 88,5^{\circ}$  esetén valósul meg.

# 4. fejezet

# A RePLaT modell kiértékelése esettanulmányokon keresztül

Annak érdekében, hogy megbizonyosodhassunk a modell megbízhatóságáról, a RePLaT modell működését néhány esettanulmányon keresztül teszteltük a szimulációk eredményeinek megfigyelési adatokkal való összevetésével. A fejezetben bemutatott esettanulmányok az izlandi Eyjafjallajökull vulkán 2010-es kitöréséhez és a fukushimai atomerőmű 2011-es balesetéhez kapcsolódnak. (Egy harmadik esettanulmányra, a Merapi vulkán 2010-es kitörésére a szökési ráta tanulmányozása kapcsán majd a 6.2.3. szakaszban térünk ki.)

## 4.1. Az Eyjafjallajökull vulkán kitörései

Az izlandi Eyjafjallajökull vulkán ( $\lambda = 19,61^{\circ}$ E,  $\varphi = 63,62^{\circ}$ N) 190 évnyi szunnyadást követően 2010 tavaszán ismét erős aktivitást mutatott. Az első kitörés (március 20.) később egyre újabbakkal folytatódott, amelyek közül a leghevesebb kilövellést április 14-én produkálta a vulkán (Flentje et al., 2010). Habár a kitörések más vulkánkitörésekhez viszonyítva nem voltak kifejezetten erősnek mondhatók, a légkörben a többnyire Európa térsége felé sodródó, parányi aeroszol részecskékből álló vulkáni hamufelhők komoly fennakadásokat okoztak a légi közlekedésben, Izlandon pedig a nagyobb méretű, gyorsan visszahulló hamuszemcsék jelentettek nehézséget és egészségügyi veszélyt a lakosság számára. A kitörési hamuoszlopok függőleges kiterjedése radar- és műholdas mérések tanúsága szerint az április 14–18., valamint május 3–20. időszakban gyakran meghaladta az 5 km-t, és néhány alkalommal a 10 km-es magasságot is elérte (lásd pl. Arason et al. (2011); Langmann et al. (2012); Stohl et al. (2011)). A levegőben a több 100–1000 km-re szállítódó hamuszemcsék mérete a megfigyelések alapján a 0,1–10 µm nagyságrendi tartományba esett, sűrűsége pedig  $\rho_{\rm p} \approx 2000$  kg/m<sup>3</sup> volt (lásd pl. Belosi et al. (2011); Campanelli et al. (2012); Johnson et al. (2012); Revuelta et al. (2012); Schleicher et al. (2012); Schumann et al. (2011); Sicard et al. (2012); Toledano et al. (2012); Weber et al. (2012)). A dolgozatban szereplő szimulációkban a vulkáni hamuszemcsék sűrűségét ezek alapján  $\rho_{\rm p} = 2000 \text{ kg/m}^3$ -nek választottuk, a részecskék terjedését pedig  $r = 1-10 \text{ }\mu\text{m}$  sugarú részecskékre mutatjuk be, ahogy a (3.2.6) egyenlet kapcsán említettük.



4.1.1. ábra. Bal oldal: Az Eyjafjallajökull vulkán kitöréséből származó,  $n_0 = 2,7 \cdot 10^4$  darab  $r = 10 \ \mu\text{m}$  sugarú részecskéből álló, kezdetben  $1^{\circ} \times 1^{\circ} \times 140$  hPa kiterjedésű hamufelhő helyzete a levegőben az ábrán jelölt időpontokban. A hamufelhő  $p_0 = 300$  hPa középponti magassággal indult 2010. április 14-én 06 UTC-kor. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban. Jobb oldal: A részecskék helyzete a p = 850 hPa-os szint elérésekor 2010. április 14. 06 UTC és április 24. 00 UTC között.

A 3.4. alfejezetben említett közelítéseket alkalmazva először az Eyjafjallajökull többé-kevésbé folyamatos pöfögésének szimulációja helyett egy-egy pillanatszerűen kibocsátott hamufelhő útját követtük nyomon a szabad légkörben (Haszpra and Tél, 2011). A 4.1.1. ábra egy kezdetben  $1^{\circ} \times 1^{\circ} \times 140$  hPa kiterjedésű<sup>1</sup>, r = 10 µm sugarú részecskékből álló hamufelhő terjedését mutatja fölülnézetből a következő néhány napra vonatkozóan. Ezek a részecskék az idő múlásával a viszonylag nagy határsebességüknek köszönhetően folyamatosan veszítenek a kezdeti kb. 5–9 km-es magasságukból, és 2 napon belül a legmagasabban sodródó részecskék is elérik az 500–600 hPa-os szintet ( $z \approx 4$ –5,5 km). A hamufelhő egy eleinte Izlandtól délre található, majd később Skandinávia felé áthelyeződő magas nyomású képződmény északnyugati áramlásával Skandinávián át néhány nap alatt Oroszország térségébe jutott.

A 4.1.1. jobb oldali ábrája a részecskék helyzetét mutatja abban az időpillanatban, amikor elhagyják a szabad légkört, azaz átlépik a p = 850 hPa-os szintet, "kiülepednek" ezen a felszínen. Az egész Szibérián átívelő eloszlásuk meglehetősen inhomogén mintázatú, néhány elkülönülő, illetve összekapcsolódó ülepedési folttal. A várakozások szerint a planetáris határrétegen áthaladva a részecskék valódi, felszíni ülepedési mezeje is hasonlóan egyenlőtlen eloszlást fog mutatni, a turbulens diffúzió jelenléte miatt valamelyest kevésbé éles kontúrokkal

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>A p nyomás és a z magasság átlagos megfeleltetéséről az I.6. függelék ad tájékoztatást.

(lásd 4.2. fejezet). Ez a fraktálszerű mintázat, valamint a levegőben sodródó elnyúlt, gyakran tekervényes szennyeződésfelhők felbukkanása, ahogy a későbbiekben is látni fogjuk, a légköri szennyeződések kaotikus mozgásának következménye, és bármilyen, parányi részecskékből álló szennyeződés esetén megfigyelhető.



4.1.2. ábra. Az Eyjafjallajökull vulkán kitöréséből származó,  $n_0 = 2,7 \cdot 10^4$  darab részecskéből álló hamufelhők helyzete a levegőben az ábrán jelölt időpontokban (piros:  $r = 1 \mu m$ , kék:  $r = 5 \mu m$ , zöld:  $r = 7 \mu m$ , fekete:  $r = 10 \mu m$ ). A kezdeti feltételek azonosak a 4.1.1. ábrában felsoroltakkal.

A hamufelhő útvonala és szétterjedése nagymértékben függ attól, hogy mekkora méretű szemcsékből áll, hiszen a különböző sugarú, de azonos kiindulási helyzetű részecskék az eltérő határsebességüknek köszönhetően hamar más-más magasságokban találják magukat, ahol az éppen uralkodó különböző szélviszonyok hatására egyre jobban elkülönülnek eltérő méretű "párjuktól", mind magasságban, mind vízszintes irányban (4.1.2. ábra). Az igazán nagy  $(r \gtrsim 100 \,\mu\text{m})$  hamuszemcsék a kitörést követően szinte azonnal kiülepednek, és csupán 10– 100 km-es távolságokat tesznek meg a levegőben. Az ábrán megfigyelhető, ahogy az anticiklonális áramlásban a különböző méretű részecskék eleinte fokozatosan, r szerint sorba rendeződve "lemaradnak" apróbb társaikhoz képest az alacsonyabban jelenlévő gyengébb áramlási viszonyok között (az ábrán nincs feltüntetve a részecskék  $p_{\rm p}$  magassága), később pedig egészen különböző áramlási tartományokba kerülnek (4.1.3. ábra). A 4.1.3. ábrán az  $r = 1-7 \mu m$  sugarú részecskék esetén szépen kitűnik a kaotikus sodródásra jellemző, szálas, fraktál szerkezetű, kacskaringós alakzat, amelyről a 6. fejezetben még több szó fog esni. A legkiterjedtebb és legkevésbé koncentrált eloszlást a legkisebb részecskék (piros) mutatják, amelyek döntő többsége még nem hagyta el a szabad légkört, de az r = 5 és 7 µm-es részecskék között is akadnak, akik megkerülik a Földet, és a nyugatias szelekkel egészen Grönlandig eljutnak.

A következőkben – körülbelül egy hónappal későbbi időszakra vonatkozóan – immár nem egyetlen, pillanatszerű pöff, hanem folyamatos kibocsátás során a légkörbe jutó hamufelhők nyomon követését tűztük ki célul. A 4.1.4. ábrán az Eyjafjallajökull vulkán folytonos kitöré-



4.1.3. ábra. Fent: Az Eyjafjallajökull vulkán kitöréséből származó,  $n_0 = 2,7 \cdot 10^4$  darab részecskéből álló hamufelhők helyzete a levegőben az ábrán jelölt időpontban (piros:  $r = 1 \,\mu\text{m}$ , kék:  $r = 5 \,\mu\text{m}$ , zöld:  $r = 7 \,\mu\text{m}$ , fekete:  $r = 10 \,\mu\text{m}$ ). Lent: A különböző méretű részecskék magassága. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban. A kezdeti feltételek azonosak a 4.1.1. ábrában felsoroltakkal.

seiből származó hamufelhők terjedésének szimulációja látható a 2010. május 8–15. időszakra (Haszpra, 2013). A hosszú légköri tanulmányozhatóság érdekében itt kizárólag r = 1 µm-es részecskéket követtünk. A RePLaT modell a folyamatos kibocsátást úgy vette figyelembe, hogy 6 óránként  $n_0 = 10^3$  új, a vulkán felett induló részecske pályáját számította a légkörben. Az előző esetekkel ellentétben itt már a szabad légkörben is számolt a modell a turbulens diffúzióval ( $K_h = 50 \text{ m}^2/\text{s}$ ), valamint a részecskék lefelé elhagyva ezt a tartományt, a 850 hPa-os szintet átlépve bekerültek a határrétegbe, ahol egy állandó, nem magasságfüggő – a 3.2.3. ábra alapján jellemző –  $K_p = 1000 \text{ Pa}^2/\text{s}$  értékkel figyelembe vett függőleges diffúzió is befolyásolta a terjedésüket.

A május 10-i és május 15-i meteorológiai helyzetet szemléltető 4.1.5. ábra segítségével választ kaphatunk arra a kérdésre, hogyan lehetséges az, hogy a vulkántól mindössze 150 km-re nyugatra található keflavíki repülőtér ebben az időszakban fogadhatta a repülőgépeket, míg Európa számos részén többször is légtérzárat rendeltek el. Ezekben a napokban Izland térségében északi, északnyugati szél volt jellemző, így fordulhatott elő, hogy habár a keflavíki repülőtér meglehetősen közel fekszik a vulkánkitörés helyszínéhez, mégis nyitva tarthatott, mivel a hamufelhő az uralkodó szeleknek köszönhetően mindvégig elsodródott Izlandtól délre, délkeletre



4.1.4. ábra. Az Eyjafjallajökull vulkán kitöréséből származó egyenként  $n_0 = 10^3$  darab  $r = 1 \,\mu\text{m}$  sugarú részecskéből álló, kezdetben  $1^{\circ} \times 1^{\circ} \times 200$  hPa kiterjedésű hamufelhők helyzete a levegőben az ábrán jelölt időpontokban. Az első hamufelhő  $p_0 = 500$  hPa magasságban indult 2010. május 8-án 00 UTC-kor, ezt 6 óránként követte a többi ugyanezekkel a kezdeti feltételekkel. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban.

elnyúlva. A 4.1.4. ábra május 10-i képén jól megfigyelhető, hogy a hamu az Izlandtól délnyugatra található anticiklon (4.1.5. ábra bal oldali képén H-val jelölve) áramlási tartományába kerül, és az óramutató járásával egyezően visszatekeredik észak felé. A május 10-i szimuláció és az ugyanezen a napon készült műholdképen (4.1.6. ábra) rózsaszínben megjelenő hamufelhő elhelyezkedése között jó egyezés tapasztalható.

Ugyancsak az atlanti térségben fellépő északias szelek eredményeképpen juthatott el a vulkáni hamu egészen az Izlandtól 2000 km-nyire lévő Ibériai-félszigetig is, ezzel akadályozva az Atlanti-óceán fölötti légi közlekedést. A 4.1.4. ábra május 15-i képén a légkörben sodródó részecskék jól kirajzolják egy Izlandtól délkeletre fölépülő ciklon, illetve egy Portugáliától nyugatra elhelyezkedő anticiklon áramlási viszonyait (4.1.5. ábra jobb oldali képe), valamint az is figyelemre méltó, hogy a részecskék a Skandináv-félszigettől eltekintve szinte egész Európa fölött megtalálhatók (a koncentráció nem mindenütt lépte át a légtérzár elrendeléséhez szükséges határértéket). A 4.1.4. ábra színei arra hívják fel a figyelmet, hogy ugyanakkora méretű



részecskék azonos idő alatt egészen eltérő magasságokba kerülhetnek.

4.1.5. ábra. A 2010. május 10-i (bal) és május 15-i (jobb) időjárási helyzet. A fehér szintvonalak tengerszinti nyomásmezőt [hPa], a színes kontúr pedig az 500 hPa-os geopotenciális magasság mezejét [m] mutatja (adatok forrása: ERA-Interim).



4.1.6. ábra. Műholdkép 2010. május 10-én (rózsaszín: vulkáni hamu, sárga/drapp: alacsony szintű felhők, piros: vastag felhők) (forrás: EUMETSAT).

#### 4.2. A Fukushima Dai-ichi atomerőmű balesete

Míg 2010 tavaszán az Eyjafjallajökull kitöréssorozata érintette meglehetősen rosszul az európai repülőjáratokat, közel egy évvel később a Fukushima Dai-ichi atomerőműből kiáramló radioaktív szennyeződés hívta fel a figyelmet a szennyezőanyagok terjedésének előrejelzésének fontosságára.

2011. március 11-én a Honshu sziget partjaitól 130 km-re kipattanó, 9-es erősségű földrengés rázta meg Japánt, amelyet később hatalmas szökőár követett. A katasztrófa óriási károkat okozott a térségben, többek között a fukushimai atomerőműben is, amely szerkezetileg is megrongálódott. A földrengés és a szökőár súlyos üzemzavarok sorozatát indította el, amelyek eredményeképpen a Csendes-óceánba szivárgó és a levegőbe kerülő radioaktív szennyeződés nagy riadalmat keltett világszerte. Március 12-én 06:36-kor az 1-es, március 14-én 02:00-kor a 3-as, 21:00-kor és 21:14-kor a 2-es, illetve a 4-es reaktorblokkban bekövetkezett robbanások során nagy mennyiségű radioaktív anyag áramlott ki a légkörbe (Chino et al., 2011; Stohl et al., 2012). A radioaktív szennyeződés március 17-én már elérte Észak-Amerikát (Bowyer et al., 2011; Leon et al., 2011; MacMullin et al., 2012), és március 20-át követően Európa számos pontján is mérhetővé vált (Bikit et al., 2012; Bossew et al., 2012; Manolopoulou et al., 2011; Masson et al., 2011; Pittauerová et al., 2011).



4.2.1. ábra. A <sup>137</sup>Cs és a <sup>133</sup>Xe izotópok becsült a posteriori kibocsátása Fukushimában a 2011. március 10–31. időszakban (forrás: Stohl et al. (2012)).

Stohl et al. (2012) által becsült kibocsátási adatokat felhasználva a RePLaT modellel is elvégeztük két, a fukushimai baleset során levegőbe kerülő anyag, az aeroszol részecskékhez kötődő 137-es cézium izotóp (<sup>137</sup>Cs,  $r = 1 \mu m$ ,  $\rho_p = 1900 \text{ kg/m}^3$ ,  $\tau_{1/2} = 30 \text{ év}$ ), illetve a 133-as xenon nemesgáz (<sup>133</sup>Xe,  $r = 0 \mu m$ ,  $\tau_{1/2} = 5,25$  nap) légköri terjedésének szimulációját. A

szimulációkban a <sup>133</sup>Xe-ra a nemesgáz mivoltából fakadóan az ülepedés nem volt hatással. A szimulációkban Stohl et al. (2012) *a posteriori* adatainak felhasználásával 3 óránként az aktuális kibocsátással (4.2.1. ábra) arányos számú részecske került a levegőbe Fukushima ( $\lambda = 141^{\circ}$ E,  $\varphi = 37,5^{\circ}$ N) fölött. A részecskék kezdetben általában egy 1°× 1°× 30 hPa kiterjedésű, 150 m középponti magasságú légoszlopból indultak, de a robbanások alatt a kezdeti kiterjedést és magasságot 1°× 1°× 100 hPa-ra, illetve 500 m-re növeltük. A számítások során a RePLaT modell összesen  $n_0 = 10^6$  részecske mozgását követte. A következő szimulációk a 3.5. fejezetben felsorolt adatok felhasználásával, a turbulens diffúzió és a nedves ülepedés figyelembevételével történtek.

A 4.2.2. ábrán a Fukushimából kiáramló <sup>137</sup>Cs és <sup>133</sup>Xe magasság szerinti eloszlása, míg a 4.2.3. ábrán a teljes légoszlopbeli koncentrációja látható a balesetet követő 10 napban  $\varepsilon = 0,5^{\circ}$ méretű cellákkal számolva (lásd 3.7. szakasz). A radioaktív anyagok többnyire délkelet-keletészakkelet irányban hagyták el Japán térségét, és csupán kis részük sodródott a kontinens felé (lásd március 22-i kép). A márciusi 15-i képen már észrevehető, ahogy a részecskék a Kamcsatka-félszigetnél ciklonális irányban áramlanak, a 18-i kép pedig még szebben elénk tárja ezt, illetve az észak-amerikai partnál kifejlődött ciklont, amelyekbe belesodródva a részecskék a feláramlásokkal a felszínhez közeli légrétegekből nagyobb magasságokba (6–7 km) jutnak. A magasba került aeroszol részecskék számára így lehetővé vált, hogy a szabad légköri áramlásokkal világkörüli útra induljanak. A radioaktív szennyeződés néhány nap alatt – természetesen kisebb koncentrációban, felhígulva – megjelent Észak-Amerikában (lásd március 18-i képek), majd kis idő elteltével eljutott Európába is (lásd március 22-i képek). Március végére a radioaktív szennyezés az Északi-félteke jó részén, főként a közepes és magas szélességek övében megfigyelhető volt a levegőben (4.2.4. ábra, bal oldal).

A 4.2.4. ábra jobb oldali képén a felszínt elérő, <sup>137</sup>Cs-ot képviselő, kiülepedett részecskék koncentrációmezeje – a 4.1. alfejezetben már említett módon – igencsak inhomogén, fraktálszerű eloszlást mutat. A legjelentősebb kiülepedés Japán partjai előtt lép fel, de a féltekén máshol is találhatók olyan területek, ahol sok részecske távozott a légkörből. A RePLaT modellel kapott koncentrációmezők szerkezete hasonlónak bizonyult más tanulmányokban bemutatottakhoz (pl. Masson et al. (2011); Stohl et al. (2012)).

Abból a célból, hogy a szimulációk eredményét pontbeli mérésekkel is össze lehessen hasonlítani, különböző földrajzi helyeken meghatároztuk a <sup>137</sup>Cs és <sup>133</sup>Xe koncentráció időbeli menetét (4.2.5. ábra). Mivel a mintavevő műszerek a felszín közelében helyezkedtek el (pl. Chapel Hill-ben a University of North Carolina egyik épületének tetején, 150 m magasban), a koncentráció számítása nem a teljes,  $\varepsilon \times \varepsilon$  alapú légoszlopokban, hanem csak bizonyos magasság alatt (p > 500 hPa) előforduló részecskék alapján történt. A RePLaT modellel végzett szimulációk az egyes földrajzi pontokra származtatva a szennyeződés érkezésének időpontját megfelelően tudták becsülni. A koncentráció időbeli menete <sup>133</sup>Xe-ra jól egyezik mérésekkel,

4. FEJEZET. A REPLAT MODELL KIÉRTÉKELÉSE ESETTANULMÁNYOKON KERESZTÜL



4.2.2. ábra. A Fukushimából származó <sup>137</sup>Cs (felül) és a <sup>133</sup>Xe (alul) terjedése a légkörben az ábrán jelölt időpontokban. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban..



4.2.3. ábra. A Fukushimából származó <sup>137</sup>Cs (felül, [Bq/m<sup>2</sup>]) és a <sup>133</sup>Xe (alul, [kBq/m<sup>2</sup>]) teljes légoszlopbeli koncentrációja az ábrán jelölt időpontokban.



4.2.4. ábra. A Fukushimából származó <sup>137</sup>Cs teljes légoszlopbeli koncentrációja 2011. március 29-én 12 UTC-kor (bal, [Bq/m<sup>2</sup>]), illetve ülepedési mezeje a 2011. március 10. 18 UTC – március 29. 12 UTC időszakra (jobb, [kBq/m<sup>2</sup>]).



4.2.5. ábra. A <sup>137</sup>Cs és <sup>133</sup>Xe mért (forrás: MacMullin et al. (2012), Bowyer et al. (2011), Stohl et al. (2012)) és a RePLaT modellel végzett szimulációkbeli idősora Chapel Hill-ben ( $\lambda = 79,0^{\circ}$ E,  $\varphi = 35,9^{\circ}$ N), Richlandban ( $\lambda = 119,3^{\circ}$ W,  $\varphi = 46,3^{\circ}$ N.), illetve Stockholmban ( $\lambda = 18,1^{\circ}$ W,  $\varphi = 59,3^{\circ}$ N.)

azonban a <sup>137</sup>Cs esetén más tanulmányokhoz hasonlóan (lásd pl. a FLEXPART szimulációit (Stohl et al., 2012)) a modell időnként felülbecsüli a mért koncentrációértékeket (Chapel Hill esetén március 20. és 24. környékén egy-egy nagyságrenddel, Stockholm esetén március 23. és 27. között egy vagy két nagyságrenddel). Mivel ez a jelenség a nem ülepedő <sup>133</sup>Xe nemes-gáz esetén nem tapasztalható, ennek magyarázata a kihullás figyelembevételében keresendő. A felhasznált meteorológiai adatok durva, elsősorban időben nem túl sűrű (6 órás) felbontása, ezáltal a heves csapadéktevékenységgel járó események elsimulása, elmosódása magyarázata lehet annak, hogy a szimuláció a nedves ülepedés szerepét alulbecsülte. A RePLaT modellben alkalmazott nedves ülepedési parametrizáció sajátosságai (a felhőn belüli és a felhő alatti kimosódás elkülönítésének hiánya), valamint az, hogy a szimulációkat becsült kibocsátási adatokkal futtattuk, ugyancsak hozzájárulhattak ahhoz, hogy a koncentráció nem mindig esett egy nagyságrendbe a mért értékkel.

Az eddig áttekintett két esettanulmány azt mutatja, hogy a RePLaT modell kielégítő eredményeket ad megtörtént események során kibocsátott szennyezőanyagok terjedésének nyomon követésére, és egyben feltárja azt is, hogy milyen irányokban finomítandó a modell a jövőben.

# 5. fejezet

# A meteorológiai jellemzők bizonytalanságainak következményei

Bármilyen légköri szennyeződés útját próbáljuk egy terjedési modell segítségével nyomon követni a levegőben, a szimulációk óhatatlanul hibával lesznek terheltek. Ebben a fejezetben azt vizsgáljuk, hogy a 2.4. szakaszban említett hibaforrások közül a terjedési modell által felhasznált meteorológiai mezőkben rejlő bizonytalanságok milyen hatással lehetnek a terjedési számítások eredményeire. Tudomásunk szerint aeroszol részecskékre vonatkozóan nem zajlottak még hasonló vizsgálatok, így a fejezet alapját képező Haszpra et al. (2013) cikkben – a többi hibaforrástól eltekintve – passzív részecskék ( $r = 0 \,\mu m$ ) mellett  $r = 1-10 \,\mu m$  sugarú,  $\rho_{\rm p} = 2000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű szennyezők 2,5 napos terjedésére végeztünk futtatásokat egy ensemble előrejelzés kissé különböző meteorológiai mezőiben. A szimulációkban a részecskék az egyszerűség kedvéért csak a szabad légkörben (p < 850 hPa) terjednek, így a 3.4. szakaszban említett közelítést alkalmazva a turbulens diffúzió és a nedves ülepedés nem fejt ki rájuk hatást. A részecskék a 850 hPa-os szintet átlépve kikerülnek a vizsgált tartományból, és azon a szinten "kiülepednek". A szimulációk az ECMWF nagyfelbontású előrejelzésének és az 51 tagú (50 perturbált + 1 kontroll tag) ensemble előrejelzésének  $u, v, \omega$  nyomási koordinátarendszerbeli szélmezőiben zajlottak. Mivel az ensemble előrejelzés nem tartalmazza az  $\omega$  mezőket a 400, 300 és 250 hPa-os szinteken, ezért első közelítésben ezen értékeket  $\omega = 0$ -val helyettesítettük (az 500 és 200 hPa-os mezőkből a több egymás után kimaradt szintre való interpolálás nem vezetett volna valós eredményre). Megjegyezendő, hogy ez az  $\omega = 0$  közelítés valószínűleg kevéssé befolyásolja az eredményeket, mivel a nagyfelbontású előrejelzés részecskéi közül alig néhány érte el a légkör ezen tartományát.

## 5.1. Áttekintés

A meteorológiai előrejelzésből fakadó, a terjedésszámításra hatással lévő bizonytalanságok tanulmányozása céljából tekintsünk egy feltételezett, pillanatszerű, kezdetben 1°× 1° vízszintes kiterjedésű, kétdimenziós,  $n_0 = 9 \cdot 10^4$  részecskéből álló szennyeződésfelhőt Fukushima ( $\lambda = 141^{\circ}$ E,  $\varphi = 37,5^{\circ}$ N) felett a p = 500 hPa-os szinten 2011. március 12-én 00 UTC-kor. Az  $n_0$  részecske mozgását 2,5 napig követtük mindegyik ensemble tagban, valamint a nagyfelbontású előrejelzés szélmezőiben.

A felhasznált előrejelzések szerint ezekben a napokban Japán térségében egy magas nyomású képződmény, keletre pedig egy ciklon helyezkedett el. A Csendes-óceán Észak-Amerika felé eső felének időjárását két másik ciklon határozta meg. Ahogy a magas nyomású képződmény kelet felé haladt, úgy változott a szélirány Fukushimában nyugat-északnyugatiról délnyugatira. Japán szélességében a Csendes-óceán fölött erős nyugati áramlás volt megfigyelhető, amely a tanulmányozott 2,5 napos időszakban végig fennmaradt, amint azt az 5.1.1. ábra bal oldali oszlopa a nagyfelbontású előrejelzés esetén szemlélteti. Az ábra jobb oszlopában a függőleges  $\omega$ szélsebesség eloszlása látható, amelynek segítségével beazonosíthatók a fent említett ciklonok is. A lila színárnyalattal jelölt tartományok erős leáramlási zónákra utalnak.

Az 5.1.2. ábra a nagyfelbontású előrejelzés és az ensemble tagok felhasználásával kapott terjedési eredményeket szemlélteti. Az ábrán az r = 1, 4 és 10 µm-es részecskéket tartalmazó szennyeződésfelhők elhelyezkedése látható a Csendes-óceán fölött 2,5 nap után. A fekete a nagyfelbontású előrejelzésnek, a színek pedig a különböző ensemble tagoknak az alkalmazásával nyert szennyeződésfelhőket jelölik. Első ránézésre szembeötlő, hogy a szennyeződésfelhők mindegyik szimuláció szerint erősen megnyúltak kezdeti kompakt alakjukhoz képest. Ezt a jelenséget az ezekben a napokban a Japántól keletre található futóáramlás segítette elő (lásd 5.1.1. ábra): a felhők a futóáramlás erős, nyugatias szeleivel eleinte kelet felé sodródtak (5.1.1.a ábra), és a térségben fellépő nagy szélnyírásnak köszönhetően erőteljesen széthúzódtak, miközben valamelyest lefelé szállítódtak a Japántól keletre fellépő  $\omega > 0$  leáramlással (5.1.1.b ábra). Főként a kisebb részecskék (az ábrán  $r = 1 \mu m$ -esek) egy jelentős része a Csendes-óceán közepén található ciklonba jutva a feláramlásokkal (5.1.1.d, f ábra, világoskék) a magasba húzódott. A jóval nagyobb határsebességgel rendelkező  $r = 10 \,\mu\text{m-es}$  részecskék a vizsgált 2,5 napos időtartamon belül valamennyi ensemble tag esetén mind kiülepedtek a 850 hPa-os szintre, az ülepedési mezejük pedig jóval kisebb területet fed le (5.1.2.e ábra), mint az r = 1 és 4 µm-es szennyeződésfelhők az 5.1.2.b és 5.1.2.d ábrán.

A különböző ensemble tagokkal futtatott szimulációkban – különösen kis r-re – a felhők elhelyezkedése széles eloszlást mutat mind függőlegesen, mind vízszintesen, és együttesen egy több száz kilométer széles sávon terülnek el. A nagyfelbontású előrejelzés felhője (fekete) az általuk lefedett tartomány belsejében helyezkedik el. Ensemble előrejelzéseket felhasználva olyan



5.1.1. ábra. A szélsebesség vízszintes u, v [m/s] (a, c, e) és függőleges  $\omega$  [Pa/s] (b, d, f) komponensei az 500 hPa-os szinten 2011. március 12-én (a, b), 13-án (c, d) és 14-én (e, f) 00 UTC-kor az ECMWF nagyfelbontású előrejelzése szerint.



5.1.2. ábra. Az  $r = 1 \mu m$  (a, b) és  $r = 4 \mu m$  (c, d) sugarú részecskékből álló szennyeződésfelhők háromdimenziós (a, c) és felülnézeti (b, d) helyzete 2,5 nap után. (e) Az  $r = 10 \mu m$ es 850 hPa-os szintre "kiülepedett" részecskék helyzete. A különböző színek (kéktől pirosig) az ensemble tagok szennyeződésfelhőit, a fekete a nagyfelbontású előrejelzés felhőjét jelölik. A kis fekete négyzet a részecskék kezdeti eloszlásának felel meg. Az ensemble tagokban csak minden 20. részecske van ábrázolva ( $n_0 = 9 \cdot 10^4$ ).

változékonyságok is tapasztalhatók, mint ahogy ebben az esetben az egyik  $r = 4 \mu m$ -es részecskékből álló szennyeződésfelhő (sötétkék, az 5.1.2.d ábrán nyíllal jelölve) a többitől kissé elkülönül és rövidebb, mint a többség. A meteorológiai előrejelzéseket áttekintve azonban kiderül, hogy a megfelelő ensemble tag nem tér el jobban a többitől, mint azok egymástól. A nyíllal jelölt felhő tehát nem egy, a többihez képest jelentősen különböző meteorológiai előrejelzés eredménye (erre utal az is, hogy  $r = 1 \mu m$ -es részecskékre nem jelenik meg ilyen kivételes szennyeződésfelhő a megfelelő előrejelzésben). Az eltérés a sodródás kaotikus voltának következménye, aminek következtében a szélmezőkben lévő nem túl nagy különbségek is eredményezhetnek jelentősen eltérő terjedési képet.

#### 5.2. A részecskék térbeli eloszlása

A részecskék térbeli eloszlásának részletesebb vizsgálata céljából tekintsük át először a szennyeződésfelhők függőleges szerkezetét! Annak érdekében, hogy az egyes szennyeződésfelhők függőleges eloszlása jobban átlátható legyen, a szabad légkört 9 darab 50 hPa magasságú rétegre osztottuk, és a vízszintes helyzetüktől függetlenül ábrázoltuk a megfelelő rétegben lévő részecskék arányát. Az 5.2.1. ábrán az r = 1 és 4 µm-es részecskék eloszlása látható a vizsgált 2,5 napos időszak végén az ensemble tagokban (a, c), illetve a nagyfelbontású előrejelzésben (b, d). A 10. rétegben (szaggatott vonallal jelölve) található az összes olyan részecske, ami 2,5 napon belül elhagyta a p < 850 hPa tartományt (kiülepedett), azaz ez a réteg a többivel ellentétben nem egy pillanatnyi állapotot mutat be. A különböző ensemble tagok között igen jelentős szórás figyelhető meg, különösen a kis részecskéket tartalmazó szennyeződésfelhők esetén. Az  $r = 1 \mu$ m-re például (5.2.1.a ábra) a felsőbb rétegekbe (400–450 hPa és 450–500 hPa) mindössze 5, illetve 8 ensemble tag esetén jutottak részecskék. A szabad légkör középső és alsó tartományában az ensemble tagok túlnyomó többsége szerint tartózkodnak részecskék, azonban ezek mennyisége igencsak tág határok között változik 0,1% és 90% között. A legtöbb ensemble tag szerint az  $r = 4 \,\mu$ m-es részecskék nagyobbik része 2,5 nap alatt elérte a 850 hPa-os szintet, de jelentős részük található az alsóbb rétegekben is. Az előző fejezetben említett sötétkék szennyeződésfelhő szinte minden részecskéje a 700–750 hPa sávban lelhető fel, a többi felhőtől jelentősen eltérő viselkedését mutatva.

Az 5.2.1.b és d ábrán a nagyfelbontású előrejelzés felhasználásával kapott függőleges eloszlást lehet összevetni az ensemble átlaggal. Ahogy az 5.1.2. ábra alapján várható, az ensemble átlag laposabb, de elnyúltabb eloszlást mutat a nagyfelbontású szennyeződésfelhő eloszlásához viszonyítva, amelyben például az r = 1 µm-es részecskék közül egy sem ülepedett ki.

Az  $r = 0-10 \,\mu\text{m}$ -es részecskék ensemble átlag szerinti és nagyfelbontású előrejelzésbeli eltérését szemlélteti a 5.2.2. ábra az előzőleg definiált 10 rétegben. A felsőbb tartományokban a kisebb részecskékre, amelyek hosszabban képesek a levegőben sodródni, nagy pozitív kü-



5.2.1. ábra. Az  $r = 1 \mu \text{m-es}$  (a, b), valamint az  $r = 4 \mu \text{m-es}$  (c, d) részecskék függőleges eloszlása 50 hPa-os rétegekben 2,5 nap elteltével. Az (a) és (b) ábrán a színek a különböző ensemble tagokat, a (b) és (d) ábrán a fekete, illetve fehér a nagyfelbontású (a jelmagyarázatban determinisztikusként jelölt) és az ensemble átlag előrejelzést jelölik. A szaggatott vonal a vizsgált tartomány aljának (p = 850 hPa) felel meg. A  $n/n_0$  arány adott előrejelzés belüli részecskék arányát jelöli az egyes rétegekben ( $n_0 = 9 \cdot 10^4$ ).



5.2.2. ábra. Az egyes rétegekben található részecskék arányának ensemble átlagának és nagyfelbontású előrejelzésének különbsége  $r = 0-10 \,\mu$ m-es részecskékre.

lönbségek láthatók (kék oszlopok, 400–650 hPa), míg a középső rétegekben negatív eltérések figyelhetők meg. A szimulációs tartomány alsó határa alatt – ahova a nagyfelbontású előrejelzés szerint nem jutottak részecskék (5.2.1.b ábra) – ismét az ensemble átlag vesz fel nagyobb értéket. Nagyobb részecskékre, amelyeknek a többsége 2,5 nap alatt elhagyja a szabad légkört, az eltérés sokkal kisebb. Ezekre a felső tartományban a különbség 0, mivel sem az ensemble tagok, sem a nagyfelbontású előrejelzés alapján nem jutnak ide részecskék.

A függőleges változékonyság mellett érdemes figyelmet szentelni a szennyeződésfelhők különböző előrejelzésekből származó vízszintes elhelyezkedésének és eloszlásának is. Akár ipari balesetből, akár vulkánkitörésből származó aeroszol részecskék vagy gázok útját követjük nyomon, célszerű kockázatbecslési szempontból tisztában lenni azzal, hogy merre terjedhet a szennyeződés, pontosabban, hogy mely tartományokban vagy területeken haladhat meg a koncentráció bizonyos határértéket, és ennek mekkora a valószínűsége. A vizsgált esetben az 5.2.3. ábra feketével jeleníti meg, hogy a nagyfelbontású előrejelzés alapján az  $r = 1 \,\mu\text{m}$ részecskékre a teljes légoszlopbeli (a), illetve  $r = 10 \,\mu\text{m}$  részecskékre az ülepedési koncentráció (b) hol lép át egy bizonyos küszöbértéket. A "koncentráción" itt egy adott térfogatban vagy területen található részecskék számának az  $n_0$ -hoz viszonyított aránya értendő. Jelen esetben ez a küszöb  $c_k = 1/n_0$  (0.0011%) adott (0,25°× 0,25°-os) alapterületre vonatkoztatva. A színes kontúrvonalak jelzik, hogy a vizsgált térségben az ensemble tagok hány százaléka jelez előre  $c_k$ -nál nagyobb koncentrációt. Mivel a könnyű részecskék közül alig néhány ülepedik ki, és csupán egy-két nehéz részecske marad a levegőben 2,5 nap elteltével, ezért kis részecskékre nem készült ülepedési, nagy részecskékre pedig légköri koncentrációt szemléltető ábra. Érdemes észrevenni, hogy mind a légköri és mind az ülepedési koncentráció esetén az a tartomány, ahol legalább egy ensemble tag szerint a koncentráció átlépi a  $c_k$  küszöbértéket, 5–10-szer akkora területet ölel fel, mint a nagyfelbontású előrejelzés szennyeződésfelhőjének kiterjedése.

Az 5.2.4. ábra a nagyfelbontású előrejelzésbeli (fekete-fehér skála), illetve az ensemble tagok átlagának (színes kontúrok) előző bekezdésben említett levegőoszlopbeli (a) és ülepedési (b) koncentrációjának eloszlását jeleníti meg. Megfigyelhető, hogy a maximumok a nagyfelbontású és az ensemble előrejelzésben nem egyeznek sem helyzetükben, sem értékükben. Kiváltképp a kicsiny részecskékre (itt  $r = 1 \mu m$ ) az ensemble tagok fölötti átlagolás elmossa a kiugró értékeket, és jóval alacsonyabb maximumokat eredményez: az 5.2.4.a ábrán az ensemble tagok átlagának maximuma 0,0078, míg a nagyfelbontású előrejelzésben a legnagyobb érték 0,0287. Mivel a nagyobb részecskék nagyobb határsebességüknek köszönhetően rövidebb időt töltenek a légkörben, és ezalatt kevésbé tudnak egymástól eltávolodni, esetükben ez az eltérés valamelyest kisebb (0,0772, illetve 0,1363).



5.2.3. ábra. A színes kontúrvonalak ((a) 2, 5, 10, 15, 20%, (b) 10%, 20%,..., 60%) azt jelzik, hogy adott területen az ensemble tagok hány százaléka szerint haladja meg a koncentráció a  $c_{\rm k} = 1/n_0$  határértéket 2,5 nap után  $0.25^{\circ} \times 0.25^{\circ}$ -os (a) levegőoszlopokban r = 1 µm részecskékre, illetve (b) rácsnégyzetekben az ülepedési mezőben r = 10 µm-es részecskékre. A fekete szín ugyanezt jelöli a nagyfelbontású előrejelzés esetén.



5.2.4. ábra. A színes kontúrvonalak az ensemble tagok átlagos koncentrációját, a szürke skála a nagyfelbontású előrejelzés koncentrációját jelöli a teljes részecskeszám  $n_0$  arányában 2,5 nap után  $0,25^{\circ} \times 0,25^{\circ}$ -os (a) levegőoszlopokban  $r = 1 \,\mu\text{m}$  részecskékre, illetve (b) rácsnégyzetekben az ülepedési mezőben  $r = 10 \,\mu\text{m}$ -es részecskékre.

### 5.3. Statisztikai jellemzők

#### 5.3.1. A hasonmások közötti átlagos négyzetes távolság

Annak érdekében, hogy az előrejelzések együttesének (ensemble-nak) a terjedésszámításban játszott szerepe számszerűsíthető legyen, bevezetünk egy új mennyiséget. Meghatározzuk minden egyes részecskének a többi ensemble tagbeli hasonmásától<sup>1</sup> vett átlagos négyzetes távolságát vízszintesen és függőlegesen. Ezt megtesszük a 2,5 nap után a szimulációs tartományban maradt részecskék ( $p_{p,i} < p_s = 850$  hPa), illetve a kiülepedett részecskék ( $p_{p,i} \ge p_s$ ) összeségét tekintve. Egy-egy részecskére így a következő mennyiségek definiálhatók (ezentúl röviden *hasonmástávolságok*):

$$d_{\rm air,hor} = \sqrt{\frac{1}{N_{\rm d,air}} \sum_{\substack{i=1\\p_{\rm p,i} < p_{\rm s}}}^{N-1} \sum_{\substack{j=i+1\\p_{\rm p,i} < p_{\rm s}}}^{N} \left| \mathbf{r}_{\rm p,i} - \mathbf{r}_{\rm p,j} \right|_{\rm hor}^{2}},$$
(5.3.1a)

$$d_{\text{air,vert}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{d,air}}} \sum_{\substack{i=1\\p_{\text{p},i} < p_{\text{s}}}}^{N-1} \sum_{\substack{j=i+1\\p_{\text{p},j} < p_{\text{s}}}}^{N} |\mathbf{r}_{\text{p},i} - \mathbf{r}_{\text{p},j}|_{\text{vert}}^{2}},$$
(5.3.1b)

$$d_{\rm dep,hor} = \sqrt{\frac{1}{N_{\rm d,dep}} \sum_{\substack{i=1\\p_{\rm p,i} \ge p_{\rm s}}}^{N-1} \sum_{\substack{j=i+1\\p_{\rm p,j} \ge p_{\rm s}}}^{N} |\mathbf{r}_{\rm p,i} - \mathbf{r}_{\rm p,j}|_{\rm hor}^2},$$
(5.3.1c)

ahol az *i*-edik és *j*-edik hasonmás helyét  $\mathbf{r}_{p,i}$  és  $\mathbf{r}_{p,j}$ , míg a szabad légkörben, illetve az ülepedési mezőben fellelhető hasonmáspárok számát  $N_{d,air}$  és  $N_{d,dep}$  jelöli (azaz  $N_{d,air}$  és  $N_{d,dep} \leq (N-1)N/2$ , ahol N az ensemble tagok száma).

Vízszintes irányban a részecskék távolságának számítása gömbi főkörök mentén történik:

$$\begin{aligned} \left|\mathbf{r}_{\mathrm{p},i} - \mathbf{r}_{\mathrm{p},j}\right|_{\mathrm{hor}} &= \arccos(\sin\varphi_{\mathrm{p},i}\sin\varphi_{\mathrm{p},j} + \\ &+ \cos\varphi_{\mathrm{p},i}\cos\varphi_{\mathrm{p},j}\cos(\lambda_{\mathrm{p},i} - \lambda_{\mathrm{p},j})) \cdot \frac{180}{\pi} 111,1 \text{ [km]}, \end{aligned} \tag{5.3.2}$$

függőlegesen pedig nyomási koordinátákban kifejezve:

$$|\mathbf{r}_{p,i} - \mathbf{r}_{p,j}|_{vert} = |p_{p,i} - p_{p,j}|$$
 [Pa]. (5.3.3)

A  $d_{\text{air,hor}}$ ,  $d_{\text{air,vert}}$  és  $d_{\text{dep,hor}}$  mennyiségeknek az  $n_0 = 9 \cdot 10^4$  részecskére és hasonmásaikra vonatkozó eloszlását az 5.3.1. ábra szemlélteti. Az ábra elemzéséhez figyelembe kell venni, hogy minél nagyobb méretűek a részecskék, adott idő után annál kevesebb található belőlük a szabad

 $<sup>^{\</sup>rm 1}$ Hasonmások: az azonos kezdeti helyzetből induló részecskék azNensemble tagban.

légkörben, annál több ülepedik ki közülük ezen idő alatt a 850 hPa-os szintre. A 2,5 napig légkörben maradó hasonmáspárok maximuma és minimuma, valamint azon hasonmáscsoportok  $n/n_0$  aránya, amelyekben legalább 2 hasonmás nem ülepedett ki (vagyis az átlagos négyzetes távolság meghatározható) az 5.3.1. táblázatban van feltüntetve. Az 5.3.2. táblázat ugyanezeket az adatokat részletezi kiülepedett részecskékre. Érdemes észrevenni, hogy r = 8, 9 és 10 µm esetén egyik ensemble tag sem tartalmaz legalább 2 olyan részecskét, amelyik ne hagyta volna el a szabad légkört.



5.3.1. ábra. A hasonmások átlagos négyzetes távolságának statisztikája 2,5 nap után vízszintes irányban ( $d_{air,hor}$  és  $d_{dep,hor}$ ) (a), illetve függőlegesen ( $d_{air,vert}$ ) (b) a szabad légkörben maradt (kék) és kiülepedett (piros) részecskékre vonatkoztatva. A vízszintes szakaszok a maximumot és minimumot, a dobozok alsó és felső része az alsó és felső kvartilist, a középső vonal a mediánt jelöli.

Az 5.3.1. ábrán látható, hogy kis részecskékre a vízszintes irányú hasonmástávolságok mediánja a levegőben, illetve az ülepedési mezőben 1000, illetve 1500 km körüli értéket vesz fel, amely igencsak jelentősnek tűnik azzal összehasonlítva, hogy a részecskék átlagosan kb. 5000 km-re sodródtak a légkörben Fukushimától. Nagyobb *r*-ekre a hasonmástávolság néhány 100 km-re csökken (5.3.1.a ábra). Azaz az ensemble tagokban jelenlévő meteorológiai változékonyságnak köszönhetően egy részecske és hasonmásai vízszintesen a méretüktől függően különülnek el, a nagyobb részecskék kevésbé, azonban még ez a csekélyebb mértékű szétválás is egy kisebb ország méretével vetekszik.

A troposzféra függőleges kiterjedéséből adódóan a hasonmások függőlegesen nem tudnak ilyen mértékben eltávolodni egymástól. A  $d_{\text{air,vert}}$  mediánja  $r = 0-5 \,\mu\text{m}$  részecskékre 50 és 150 hPa körül mozog (kb. 0,5–2 km, de függ a részecskék felszíntől való távolságától), míg  $r = 6 \,\mu\text{m}$ -re néhány 100 m-re fogyatkozik. Érdemes felidézni, hogy  $r = 5-7 \,\mu\text{m}$  részecskékre csupán 2–21 hasonmásból becsülhető a közöttük kialakuló hasonmástávolság, ráadásul  $r = 6-7 \,\mu\text{m}$ -re az  $n_0 = 9 \cdot 10^4$  csoportnak mindössze 0,147-ed, illetve 0,027-ed része tartalmaz legalább

5.3.1. táblázat. A 2,5 nap után szabad légkörben maradó hasonmáspárok minimuma ( $n_{\text{clone,min}}$ ) és maximuma ( $n_{\text{clone,max}}$ ) különböző r sugarú részecskékre. Az egyes előrejelzésekben lévő  $n_0$  részecske közül n azoknak a számát jelöli, amelyek legkevesebb 2 olyan hasonmással rendelkeznek, melyek legalább 2,5 napon át a légkörben maradnak.

| r [µm]              | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n_{\rm clone,min}$ | 40    | 40    | 36    | 20    | 8     | 2     | 2     | 2     | 0     | 0     | 0     |
| $n_{\rm clone,max}$ | 50    | 50    | 49    | 46    | 26    | 21    | 21    | 21    | 0     | 0     | 0     |
| $n/n_0$             | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,668 | 0,147 | 0,027 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

5.3.2. táblázat. A 2,5 nap alatt a szabad légkört elhagyó hasonmáspárok minimuma  $(n_{\text{clone,min}})$  és maximuma  $(n_{\text{clone,max}})$  különböző r sugarú részecskékre. Az egyes előrejelzésekben lévő  $n_0$  részecske közül n azoknak a számát jelöli, amelyek legkevesebb 2 olyan hasonmással rendelkeznek, melyek 2,5 nap alatt külepedtek.

| r [µm]              | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $n_{\rm clone,min}$ | 0     | 0     | 0     | 4     | 24    | 43    | 46    | 47    | 49    | 50    | 50    |
| $n_{\rm clone,max}$ | 10    | 10    | 14    | 30    | 42    | 50    | 50    | 50    | 50    | 50    | 50    |
| $n/n_0$             | 0,775 | 0,860 | 0,998 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

2 olyan részecskét, amelyek legalább 2,5 napig a levegőben tartózkodnak (lásd 5.3.1. táblázat). Ennek eredményeképp a statisztikák is kevésbé megbízhatók, és ennek következtében lép fel az alsó és felső kvartilisek között szemmel láthatóan nagyobb különbség, mint kisebb *r*-ekre.

#### 5.3.2. A szennyeződésfelhők tömegközéppontja és a részecskék szórása

A hasonmástávolságok statisztikáján kívül érdemes megvizsgálni más mennyiségeket is, a nagyfelbontású előrejelzés és az ensemble előrejelzés egyes szennyeződésfelhőinek elhelyezkedését és kiterjedését. Minden felhőnek meghatároztuk a ( $\lambda_{CM}$ ,  $\varphi_{CM}$ ,  $p_{CM}$ ) tömegközéppontját, valamint a részecskék tömegközéppont körüli  $\sigma$  szórását is. A tömegközéppont számítása egy háromdimenziós derékszögű koordinátarendszerben történik, amelynek a középpontja a Föld közepe. Az így kiszámolt koordináták szélességi-hosszúsági koordinátarendszerben adott felszíni vetületét tekintjük a szennyeződésfelhők tömegközéppont és az egyes előrejelzési tagokban jelenlévő részecskék közötti gömbi távolságok, valamint nyomáskülönbségek adják. A két mennyiséget minden r esetén meghatároztuk a teljes valószínűségi előrejelzésre is, külön-külön a 2,5 nap alatt a szabad légkörben maradó és a kihullott részecskékre.

Az ensemble tagok felhőinek tömegközéppontjai igen nagy térségben oszlanak el, amelynek kiterjedése a szimulációk szerint a részecskeméret növekedésével zsugorodik. A tömeg-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Mivel a vizsgált meteorológiai helyzetben a szennyeződésfelhők meridionálisan egy meglehetősen keskeny sávot fednek le, a vetületi tömegközépponti koordináták csupán 1%-kal térnek el a részecskék hosszúsági és szélességi koordinátáinak átlagolásával kapott értékektől.

középpontok vízszintes elhelyezkedését légköri (kék) és már kiülepedett (piros), r = 1 µm-es részecskékre a 5.3.2.a ábra mutatja be. Mivel nem minden ensemble tagban akadnak kiülepedett részecskék (lásd 5.2.1.a ábra), kevesebb piros, mint kék kör látható (pl. a kontroll előrejelzés (CF) és a nagyfelbontású előrejelzés (DET) összes részecskéje a levegőben található). A részecskék felhőn belüli szórása (ami arányos a körök sugarával az 5.3.2.a ábrán) szerfelett tág határok között változik: r = 1 µm-re a levegőben  $\sigma = 35-960$  km, az ülepedési mezőben pedig  $\sigma = 10-950$  km.

Összehasonlítva a nagyfelbontású (DET) és a feleakkora felbontású kontroll előrejelzésből (CF) származó felhőket, lehetőség nyílik a meteorológiai előrejelzések felbontásának a terjedésszámításra gyakorolt hatását is szemügyre venni. A két r = 1 µm-es felhő tömegközéppontjának távolsága kb. 750 km. Ez a nagy eltérés arra utal, hogy a felhasznált adatok felbontásától való függés még jelentős. Az ensemble előrejelzés legtávolabbi tömegközéppontjainak távolsága, vagyis a perturbált előrejelzések felhasználásának hatása ennek közel 4,5-szerese (3375 km).

Az 5.3.2.b ábra az ensemble tagok tömegközéppontjának nyomási koordinátáinak átlagát és szórását, valamint a nagyfelbontású előrejelzés felhőinek tömegközéppontját és a részecskék szórását szemlélteti különböző r sugarak esetén. Ahogy az 5.2.1. ábra alapján várható, a nagyfelbontású előrejelzés kicsiny részecskékből álló felhők tömegközéppontját alacsonyabbra teszi, mint amit az ensemble előrejelzések átlaga ad. Az ensemble előrejelzések tömegközéppontjainak átlaga (kék) nem feltétlenül ugyanakkora, mint a teljes ensemble előrejelzés valamennyi részecskéjének helyzetéből meghatározott átlag (cián), mivel a különböző előrejelzések alapján más és más számú részecske tartózkodhat a szimulációs tartományban 2,5 nap elteltével. Kis r-ekre azonban, amikor sok részecske áll rendelkezésre a statisztikához, a kétféle átlag közel ugyanannyi. A szennyeződésfelhők tömegközéppontja az ensemble tagok esetén a legkisebb részecskéknél felvett kb. 700 hPa-ról r = 4-5 µm-re 830–840 hPa-ra esik vissza , míg a nagyfelbontású előrejelzésben 780 hPa-ról 840 hPa-ra csökken.

Az ensemble tagok tömegközéppont körüli szórásának jellemzőit taglalja az 5.3.3. ábra különböző méretű részecskékre. r = 0-4 µm-re 2,5 nap elteltével a szórás vízszintes irányban (5.3.3.a ábra) a levegőben néhány 100 km körül ingadozik, míg nagyobb részecskékre egy nagyságrenddel kisebbnek mutatkozik. Ennek oka lehet az, hogy kevés az olyan  $r = 5-7 \,\mu\text{m-es}$  részecske, amelyik még nem hullott ki a szabad légkörből. A szennyeződésfelhők függőleges kiterjedése (5.3.3.b ábra) 10 és 80 hPa között ( $\approx 0,1-1,2$  km) változik, illetve 10 hPa-nál kisebb. Az 5.3.3. és az 5.3.1. ábrák vonulata hasonló: a hasonmások átlagos négyzetes távolsága (a különböző előrejelzésekből) és az előrejelzések egyes felhőinek szórása egyaránt csökken az r-rel. A teljes ensemble előrejelzés összes részecskéjére  $(N \times n_0)$  a 2,5 napig a levegőben szállítódó részecskék szórása (kék körök) vízszintes irányban eléri vagy meg is haladja az 1000 km-t, míg függőlegesen 80-120 hPa között változik. Az ülepedési mezőben tapasztalható szórás (piros körök) r = 0-5 µm-es részecskék esetén a levegőbelinek nagyjából



5.3.2. ábra. (a) Az ensemble előrejelzésbeli szennyeződésfelhők tömegközéppontjainak vízszintes helyzete 2,5 nap után a szabad légkörben (kék) és az ülepedési mezőben (piros). A körök sugara a részecskék szórásával arányos  $(1/70 \cdot \sigma)$ . DET és CF a nagyfelbontású (fekete), illetve a kontroll előrejelzés felhőit jelölik, a cián és sárga körök a teljes ensemble előrejelzés levegőben maradó, illetve kiülepedett részecskéinek tömegközéppontja és szórása. (b) Az ensemble tagok tömegközéppontjának átlagos függőleges koordinátája (kék, középső vonal) és szórása (doboz alsó és felső határa), valamint ugyanez a teljes ensemble előrejelzésre (cián) és nagyfelbontású előrejelzésre (fekete).

a fele.

Az 5.2.2., az 5.3.1. és az 5.3.3. ábrák r = 0 és 1 µm-es részecskékhez tartozó értékek összehasonlítása alátámasztja azt az állítást (lásd 3.2. szakasz), hogy nem érdemes az 1 µm-nél kisebb részecskéket külön követni, mert azok mozgása gyakorlatilag megegyezik a légelemekével.

#### 5.3.3. Lagrange-i és euleri jellemzők

Érdemes kísérletet tenni arra, hogy vajon a meteorológiai előrejelzések euleri változékonysága és a szennyeződésfelhők egymástól való eltérése között milyen kapcsolat fedezhető fel. Az ensemble tagok euleri eltérésének felderítése céljából különböző rácspontokban meghatároztuk a szélerősség ( $\sqrt{u^2 + v^2}$ ) szórását. Azon rácselemeket választottuk ki, ahol legalább egy ensemble tag előrejelzett legalább egy részecskét bármilyen magasságban a megfigyelési időszak végén (azaz az 5.2.3. ábra külső szintvonalán belül lévő rácspontokat). A 850 hPa-os szint fölötti részecskék esetén a 850–400 hPa-os szint, míg kiülepedett részecskékre csak a 850 hPaos szint rácspontjainak adataival számoltunk. Jelölje  $\sigma_{\rm E}^2$  az  $(u^2+v^2) - \sqrt{u^2+v^2}^2$  euleri mennyiségnek a teljes ensemble előrejelzés feletti átlagát egy adott rácspontban, és legyen  $\overline{\sigma}_{\rm E}$  és  $D(\sigma_{\rm E})$ a kijelölt rácspontok euleri szórásának átlaga, illetve a szórások szórása.

A szimulációk szerint a levegőben tartózkodó  $r = 1 \ \mu$ m-es részecskék által betöltött tartományban  $D(\sigma_{\rm E})/\overline{\sigma}_{\rm E} = 0,38$ , míg a lagrange-i változékonyság ezt kismértékben meghaladja:  $D(\sigma)/\overline{\sigma} = 0,56$ , ahogy az az 5.3.3.a ábra alapján a  $\sigma$  adott r méretre vonatkozó átlagából és



5.3.3. ábra. Az ensemble előrejelzésbeli szennyeződésfelhők szórásainak statisztikája 2,5 nap után vízszintes (a) és függőleges (b) irányban a szabad légkörben (kék) és az ülepedési mezőben (piros). A dobozok alsó és felső része az alsó és felső kvartilist, a középső vonal a mediánt, a teli körök a teljes ensemble előrejelzése vonatkoztatott szórást jelölik.

szórásából meghatározható. Az ülepedési mezőben (azon részecskékre, amelyek 2,5 nap alatt hullottak ki) ezen mérőszámok r = 5 µm-re a következőképpen alakulnak:  $D(\sigma_{\rm E})/\overline{\sigma}_{\rm E} = 0,18$ és  $D(\sigma)/\overline{\sigma} = 0,50$ . Azért az r = 5 µm-t emeltünk ki, mivel ezek azok a részecskék, amelyeknek a túlnyomó része 2,5 nap alatt elérte a szimulációs tartomány alját. Megjegyzendő, hogy mozdulatlan levegőben ez az ülepedési idő a Stokes-törvényből következő (3.2.32) határsebesség alapján r = 7,5 µm-hez tartozna. Ez az eltérés a légköri fel- és leáramlások terjedést befolyásoló jelentőségét mutatja. Az előzőekből az a következtetés vonható le, hogy az euleri és lagrange-i ensemble statisztikák jellemzően azonos nagyságrendbe esnek, de bizonyos lagrange-i mennyiségek 2–3-szor akkorák lehetnek, mint euleri megfelelőjük. Az általános állítások kimondásához azonban érdemes lenne több különböző időjárási helyzetet is megvizsgálni ebből a szemszögből.

## 5.4. Összegzés

Akár légtérzár, akár kitelepítés elrendelése kerül terítékre, kockázatelemzési szempontból célszerű megbecsülni, hogy a légkörbe kikerült szennyeződés merre sodródhat, hol haladhat meg a koncentrációja bizonyos határértéket és ennek mekkora a valószínűsége. Az esettanulmányban a nagyfelbontású előrejelzés szennyeződésfelhőjéhez képest jóval nagyobb terület fölött jelennek meg a sokasági előrejelzés felhői. A különbség annál nagyobbnak adódik, minél apróbbak a részecskék. Láttuk tehát, ha pusztán csak a terjedési előrejelzések egyik bizonytalansági forrásának hatását vizsgáljuk is, a szennyeződésterjedési szimulációk között igen nagy különbségek alakulhatnak ki. Így amennyiben lehetőség van rá, célszerű minél több hibaforrásra tekintettel lenni, hogy minél teljesebb képet kapjunk az előrejelzés bizonytalanságáról, a modellezett esemény lehetséges kimeneteleiről.

# 6. fejezet

# A kaotikus terjedés jellemzése a légkörben

Az előző fejezetekben bemutatott esettanulmányok után ez a rész nemcsak egy-egy adott helyre vonatkozóan, hanem az egész Földre és hosszabb időszakokra kiterjedően foglalkozik a szennyeződések kaotikus terjedésének vizsgálatával, jellemzésével. A kaotikus viselkedést a 2.3.1. szakaszban leírt, a szennyeződésfelhők nyúlását jellemző topologikus entrópia, valamint a 2.3.2. szakaszban ismertetett, részecskék kiülepedésének ütemét leíró szökési ráta segítségével tanulmányoztuk részletesebben, de röviden kitérünk a sodródás során kialakuló alakzat összetettségét számszerűsítő fraktáldimenzióra és a kaotikus mozgás időtartamának elemzésére is.

## 6.1. A szennyeződésfelhők nyúlása

A légköri kaotikus sodródást jellemezhetjük a szennyeződésfelhők nyúlási ütemét leíró, a 2.3.1. szakaszban ismertetett topologikus entrópiával. Ezt a mennyiséget óceáni sodródásban már tanulmányozták (Thiffeault, 2010), de a légkörben még tudomásunk szerint nem zajlottak ezzel kapcsolatos vizsgálatok. A szélmezőben pusztán advektálódó, r = 0 µm-es ideális részecskék (gázok) esetén, egy szennyeződésfelhő nyúlásának vizsgálatát célzó esettanulmány után a topologikus entrópia földrajzi és évszakos eloszlásának bemutatása következik. Mivel a passzív részecskékkel kapott eredmények nagyon hasonlóak más, kicsiny méretű részecskékre (pl. r = 1 µm) vonatkozó topologikus entrópia értékekhez, az egyszerűség kedvéért az r = 0 µm-es részecskék esetét vizsgáltuk, de röviden szó esik az  $r \neq 0$  µm-es részecskékről is. Legvégül rövid kitekintés olvasható arról, hogyan alakul a topologikus entrópia turbulens diffúziót is magukba foglaló szimulációk esetén (Haszpra and Tél, 2011; Haszpra and Tél, 2013b).

#### 6.1.1. Tekervényes szálak, kacskaringós alakzatok

A 6.1.1. ábrán egy  $n = 2 \cdot 10^5$  részecskéből álló, adott nyomási szinten elhelyezkedő, kezdetben  $L_0 = 3^\circ \approx 333$  km hosszúságú, vonalszerű szennyeződésfelhő (lásd a 6.1.1.a ábra nagyítását) fejlődése követhető nyomon, amelynek a középpontja induláskor a  $\lambda_0 = 0^\circ$ ,  $\varphi_0 = 60^\circ$ N,  $p_0 = 500$  hPa pontban helyezkedik el. A szál a sodródás során egyre jobban megnyúlik, széthúzódik, és a különböző légköri képződményekbe kerülve újabb és újabb kacsokat növeszt, az áramlások hatására "összegyűrődik". Egy-két hét elteltével a megfigyelő a félteke tekintélyes részét behálózó, tekervényes, kacskaringós fonal képével találhatja szemben magát.



6.1.1. ábra. Egy  $n_0 = 2 \cdot 10^5$  darab ideális részecskéből álló, 2010. június 1-jén 00 UTC-kor induló, kezdetben meridionális vonaldarab terjedése a légkörben. Kezdőfeltételek:  $\lambda_0 = 0^\circ$ ,  $\varphi_0 = 60^\circ$ N,  $p_0 = 500$  hPa,  $L_0 = 3^\circ \approx 333$  km. A részecskék helyzete (a) 0, (b) 2, (c) 4, (d) 6, (e) 8 és (f) 10 nappal a "kibocsátás" után. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban.

Az első napokban a részecskék északkeletre, a Skandináv-félsziget felé sodródnak (6.1.1.b ábra), mialatt a szál hossza elkezd növekedni. A 4. napon, míg a szál középső része egy Finnország fölötti ciklonba kerül, a keleti vége ugyancsak egy másik, Szibéria térségében elterülő ciklon körül kezd felgöngyölődni. A következő néhány napban (6.1.1.d, e, f ábra) a ciklonok és anticiklonok áramlási mezőiben egyre jobban összegyűrődik és megnyúlik, girbegurba alakzattá fejlődik, bonyolult mintázatot alakítva ki a légkörben. A vonaldarab hossza a kezdeti kiterjedésének több ezerszeresére nő (6.1.2. ábra), miközben 10 nap alatt beborítja szinte egész Európát és Ázsia egy jelenős részét is. Ugyancsak érdemes felfigyelni arra (ahogy ez

már a 4.1. fejezetben is említésre került), hogy a részecskék magassága a megfigyelési időszak végére igen széles tartományban, 300 és 1000 hPa között változik.



6.1.2. ábra. A 6.1.1. ábrán bemutatott vonaldarab hosszának növekedése. L és  $L_{vert}$  a (6.1.3) egyenlet alapján számolt, illetve csak a részecskék függőleges koordinátáinak különbségeiből adódó hosszt jelölik.

A vonaldarab hosszának kiszámítása arra épül, hogy csupán advekcióval szállítódó részecskék esetén a kezdetben szomszédos részecskék mindig szomszédosak is maradnak. A közöttük lévő vízszintes távolság meghatározása az (5.3.2) egyenlethez hasonlóan gömbi főkörök mentén történik:

$$\begin{aligned} \left|\mathbf{r}_{\mathrm{p},i} - \mathbf{r}_{\mathrm{p},i+1}\right|_{\mathrm{hor}} &= \arccos(\sin\varphi_{\mathrm{p},i}\sin\varphi_{\mathrm{p},i+1} + \\ &+ \cos\varphi_{\mathrm{p},i}\cos\varphi_{\mathrm{p},i+1}\cos(\lambda_{\mathrm{p},i} - \lambda_{\mathrm{p},i+1})) \cdot \frac{180}{\pi} 111,1 \text{ [km]}, \end{aligned}$$
(6.1.1)

ahol  $\lambda_{p,i}$  és  $\varphi_{p,i}$  jelölik az *i*-edik részecske vízszintes koordinátáit. A függőleges távolságok számítása a nyomási koordináták méterbe való átváltása miatt a hidrosztatikus közelítésen alapszik:

$$\left|\mathbf{r}_{p,i} - \mathbf{r}_{p,i+1}\right|_{vert} = (\varrho g)^{-1} \left|p_{p,i} - p_{p,i+1}\right|.$$
(6.1.2)

A vonaldarab függőleges irányban való megnyúlása elhanyagolható a vízszintes kiterjedéséhez képest: a kettő aránya a szimulációkban  $10^{-2}-10^{-3}$ -nak bizonyul (6.1.2. ábra). Ezért a részecskepárok közötti távolság  $|\mathbf{r}_{\mathrm{p},i} - \mathbf{r}_{\mathrm{p},i+1}| \approx \sqrt{|\mathbf{r}_{\mathrm{p},i} - \mathbf{r}_{\mathrm{p},i+1}|^2_{\mathrm{hor}} + |\mathbf{r}_{\mathrm{p},i} - \mathbf{r}_{\mathrm{p},i+1}|^2_{\mathrm{vert}}}$  számításakor a második tag elhanyagolható. A szál L(t) hossza t időpillanatban a szomszédos részecskepárok vízszintes távolságainak összegével közelíthető:

$$L(t) = \sum_{\substack{i=1\\p_{p,i} < p_{s}}}^{n-1} |\mathbf{r}_{p,i}(t) - \mathbf{r}_{p,i+1}(t)|_{hor}.$$
(6.1.3)

A (6.1.3) egyenletben a  $p_{p,i} < p_s$  ( $p_s = 1000$  hPa) feltétel azt fejezi ki, hogy csak azon részecskék járulnak hozzá a szál hosszához, amelyek t ideig a légkörben tartózkodnak<sup>1</sup>.

A 6.1.2. ábrán tisztán kirajzolódik L sebes, nevezetesen időben exponenciális növekedése. A kitevő, a topologikus entrópia 10 napra vonatkozóan ebben az esetben h = 0,89 nap<sup>-1</sup>. A topologikus entrópia becslésének hibáját a 2–10. napokon belül különböző intervallumokra a legkisebb négyzetek módszerével illesztett egyenesek bizonytalansága adja, ez a szimuláció alapján ±0,02 nap<sup>-1</sup>. A teljesség kedvéért meghatároztuk  $L_{vert}$  függőleges hosszvetület időbeli változását is, ami jelen esetben az L-lel megegyezően h kitevővel növekszik időben. Az  $L_{vert}/L$  arány körülbelül 1,5·10<sup>-3</sup>, ami szintén arra enged következtetni, hogy a teljes L hosszt alapvetően a vízszintes komponens adja.

A topologikus entrópia viszonylag nagy,  $h = 0,89 \text{ nap}^{-1}$  értékének köszönhetően a 10. napon a vonaldarab hossza már több ezerszeresére,  $\exp(8,9) \approx 7330$ -szorosára gyarapodik, így meghaladja a 10<sup>6</sup> km-t is. A részecskék közötti átlagos kezdeti távolság  $L_0/n_0 = 3^{\circ}/(2 \cdot 10^5) = 1,5 \cdot 10^{-5 \circ} \approx 1,7$  m az időszak végére 7330·1,7 m=12,5 km-re nő, ami még mindig sokkal kisebb, mint a szál teljes hossza, így utólagosan igazolja a hossz számítására alkalmazott (6.1.3) egyenlet használatát.

#### 6.1.2. A topologikus entrópia földrajzi és évszakos eloszlása

A 6.1.3. ábrán látható, hogy különböző földrajzi kezdőfeltételekkel rendelkező, kezdetben azonos hosszúságú és irányítottságú vonaldarabok nyúlási mértéke igencsak tág határok között mozoghat. Az ábrázolt esetek közül a legrövidebb hossz az Egyenlítőnél induló vonaldarabhoz tartozik (h = 0,23 nap<sup>-1</sup>), míg a leghosszabb szál a kezdetben a  $\varphi_0 = 60^{\circ}$ N szélességi körön kibocsátott részecskékből fejlődik ki (h = 0,87 nap<sup>-1</sup>). Az erős változékonyság léte arra ösztönöz, hogy a topologikus entrópia földrajzi helytől való függését alaposabban is felderítsük. Ennek céljából a p = 500 hPa-os szinten, egyenletes ( $80^{\circ}$ S és  $80^{\circ}$ N között  $10^{\circ}$ -os,  $180^{\circ}$ W és  $180^{\circ}$ E között  $30^{\circ}$ -os) eloszlásban kibocsátott meridionális vonaldarabok terjedését követtük nyomon 10 napig a légkörben. A topologikus entrópia becslése 10 nap vonalhosszúság adatai alapján

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Annak a ténynek köszönhetően, hogy a legalsó szint ( $p_s = 1000$  hPa) nem a valóságos fizikai felszín  $\omega = 0$  határfeltétellel, még az r = 0 µm sugarú,  $\rho_p = \rho$  sűrűségű,  $\omega_{term} = 0$  határsebességű passzív részecskék is elérhetik a felszínt. A kihulló részecskék aránya a vizsgált 10 napos időtartamokon belül általában elég kicsi, többnyire kisebb, mint 0,1%. Ezeket a részecskéket nem követjük tovább a szimulációkban, és ennek megfelelően a szomszédsági viszonyok is megváltoznak: a kiesett részecske két szomszédja válik első szomszéddá a következő időlépcsőben.
történt. Az időbeli változékonyság feltárásához minden egyes földrajzi pontban 10 naponként követte egymást az újabb és újabb (azonos kezdeti hosszúságú) vonaldarabok indítása, majd ezután meghatároztuk az adott helyre vonatkozó, három hónapból átlagolt topologikus entrópiát a december–február, március–május, június–augusztus és szeptember–november időszakokra (6.1.4. ábra). Az átlagos topologikus entrópia jól megfigyelhető földrajzi és évszakos eloszlással rendelkezik. Ahogy az áramlási viszonyok alapján várható is, a közepes szélességeken (főként a féltekék téli évszakában) lépnek fel a legnagyobb értékek (h = 0,6-0,9 nap<sup>-1</sup>) a folyamatosan kialakuló, fejlődő és elhaló ciklonok erős keverési és nyírási hatásának következtében, míg a legalacsonyabb értékekkel (0,2–0,5 nap<sup>-1</sup>) a trópusokon találkozhatunk.



6.1.3. ábra. A h topologikus entrópia kezdeti szélességtől való függése 2010. április 1. 00 UTC indulással. Kezdőfeltételek: meridionálisan elhelyezkedő,  $n_0 = 2 \cdot 10^5$  részecske,  $\lambda_0 = 0^\circ$ ,  $\varphi_0$  (a jelmagyarázatban),  $p_0 = 500$  hPa,  $L_0 = 3^\circ$ .

Mivel a 6.1.4. ábra alapján a topologikus entrópia a földrajzi helyet tekintve jobbára a szélességtől függ, érdemes h zonális eloszlását külön is ábrázolni a könnyebb áttekinthetőség kedvéért (6.1.5. ábra). A zonálisan és három hónapra átlagolt topologikus entrópia a közepes és magas szélességeken ( $30^\circ - 80^\circ$ ) a féltekék téli évszakában valamelyest meghaladja a nyári időszak értékeit ( $\overline{h}_{tél} - \overline{h}_{nyár} \approx 0,06 \text{ nap}^{-1}$ ), ami összhangban áll azzal, hogy a telek többnyire változékonyabbak a nyaraknál annak köszönhetően, hogy a légkörzést meghajtó Egyenlítő és sarkok között fellépő sugárzáskülönbség télen nagyobb. A téli és a nyári átlagos topologikus entrópia különsége a déli féltekén jelentősebb ( $0,09 \text{ nap}^{-1}$ ), mint az északi féltekén ( $0,04 \text{ nap}^{-1}$ ), aminek az oka az óceánok és szárazföldek területének eltérő arányában keresendő. A március– május (6.1.5.b ábra) és a szeptember–november (6.1.5.d ábra) időszakban nem figyelhető meg lényeges eltérés a két félgömb között. A h becslésének átlagos hibája a globális szimulációkra



6.1.4. ábra. A három hónapra átlagolt (tíznapos) topologikus entrópia  $[nap^{-1}]$  földrajzi eloszlása  $p_0 = 500$  hPa szinten induló,  $L_0 = 3^{\circ}$  kezdeti hosszúságú meridionális vonaldarabokból meghatározva az (a) december–február, (b) március–május, (c) június–augusztus és (d) szeptember–november időszakban.

#### 2,5%-nak adódott.

Az előbbiekben bemutatott átlagokhoz képest azonban az egyes földrajzi helyeken számottevő eltérések is előfordulhatnak a topologikus entrópia értékeiben, amelyek egészen más jellegű terjedési eseményekhez kötődhetnek. A 6.1.6. ábra azt szemlélteti, ahogy két, a trópusokon kibocsátott vonaldarab hossza között a különböző áramlási mezőkben való terjedés hatásának eredményeképpen 10 nap elteltével igen komoly eltérés lép fel. Habár a topologikus entrópia átlagos értéke ebben a térségben 0,4 nap<sup>-1</sup> körüli, bizonyos helyeken ennél jóval gyorsabb vagy lassabb szálnyúlás is megfigyelhető. A 6.1.6.a ábra egy gyenge terjedési eseményt mutat be: az Ecuador közelében kibocsátott részecskék a passzát szelekkel utaznak, miközben kissé süllyednek is. A topologikus entrópia ebben az esetben meglehetősen kicsi: h = 0.25 nap<sup>-1</sup>. Ezzel ellentétben a 6.1.6.b ábrán a Pápua Új-Guinea fölött induló részecskék egy alacsony nyomású képződményben (ami január 3-án alakult ki, és 8-án disszipálódott) magasra emelkednek, és a vonaldarab jócskán megnyúlik és gyűrődik a légkör felsőbb rétegeiben (ekkor h = 0.58 nap<sup>-1</sup>). Azaz megállapítható, hogy a topologikus entrópia h = 0.3 nap<sup>-1</sup> körüli értéke a szennyeződésfelhők 10 napos skálán való enyhe szétterjedését, s ezáltal a sodródó szennyeződés által hordozott – az érintett terület nagysága szempontjából – nem túl nagy veszélyét jelzi előre, míg ennek az értéknek a kétszerese már a részecskék jelentősen nagyobb tartomány fölötti megjelenését jelzi.



6.1.5. ábra. A zonálisan és három hónapra átlagolt (tíznapos) topologikus entrópiának és szélességi kör menti szórásának szélesség szerinti eloszlása a 6.1.4. ábra alapján az (a) december–február, (b) március–május, (c) június–augusztus és (d) szeptember–november időszakban.



6.1.6. ábra. Az  $n_0 = 2 \cdot 10^5$  részecskéből álló, 2010. január 1-jén 00 UTC-kor kibocsátott meridionális vonaldarabok (fekete) eloszlása 10 nappal később (színes vonal). Kezdőfeltételek: (a)  $\lambda_0 = 90^\circ$ W,  $\varphi_0 = 0^\circ$ ,  $p_0 = 500$  hPa,  $L_0 = 3^\circ$ , (b)  $\lambda_0 = 150^\circ$ E,  $\varphi_0 = 10^\circ$ S,  $p_0 = 500$  hPa,  $L_0 = 3^\circ$ . A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban.

Az előbbi futtatásokat különböző  $p_0$  nyomási szinteken induló r = 1-5 µm-es, még elegenlégkörben maradó (lásd 6.2.1. szakasz) dően hosszan а aeroszol részecskékre  $(\rho_{\rm p} = 2000 \text{ kg/m}^3)$  is elvégeztük. Az egész Földre átlagolt topologikus entrópia az előzetes vizsgálatok alapján (Haszpra and Tél, 2011) nem igazán változik a részecskék r sugarával, és gyenge függést mutat a  $p_0$  kiindulási magasságtól: magasabbról induló vonaldarabok esetén általában valamelyest nagyobb (6.1.7. ábra). Aeroszol részecskék esetén azonban szem előtt kell tartani, hogy a nagyobb részecskék a kiindulási magasságukról a nagyobb határsebességükből adódóan gyorsabban süllyednek, így például adott  $p_0$ -hoz rendelt h valójában átlagosan alacsonyabb szintek topologikus entrópiájához kötődik. Ez a jelenség megfigyelhető a 6.1.7. ábra  $r = 5 \,\mu\text{m-es}$  részecskéire<sup>2</sup>. Az aeroszol részecskékből álló szennyeződések topologikus entrópiájának becslése például vulkánkitörésekből származó hamu terjedési dinamikájának jellemzése céljából is hasznos lehet.



6.1.7. ábra. Az egész Földre átlagolt *h* topologikus entrópiának és szórásának *r* részecskemérettől, valamint  $p_0$  kezdeti nyomási szinttől való függése 2010. január 1-jén 00 UTC-kor induló,  $L_0 = 3^{\circ}$  kezdeti hosszúságú meridionális vonaldarabokra.

Végezetül érdemes megemlíteni, hogy néhány hónapon belül egy szennyeződésfelhő részecskéi (amennyiben elég aprók, és ezalatt nem távoznak számottevő mennyiségben a légkörből) már többé-kevésbé jól elkeverednek a féltekék fölött (Haszpra et al., 2012), így egy felhő növekedésének mértéke, a hosszú időre vonatkoztatott topologikus entrópia sem függ a kiindulási helyzettől. Ez megfeleltethető annak, hogy a teljes légkör zárt rendszer, így a topologikus entrópia egyetlen értékével jellemezhető. Az a 10 napos időintervallum, ami alapján a vizs-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Természetesen az előző bekezdésekben tárgyalt r = 0 µm-re is megfigyelhető a  $p_0$  szint elhagyása (lásd pl. 6.1.1. ábra), viszont ekkor a részecskék a levegő áramlásaival nagyjából egyforma eséllyel emelkedhetnek vagy süllyedhetnek. Ezzel szemben egy nagyobb  $w_{\text{term}}$  a zömében átlagosan lefelé való terjedést segíti elő.

gálatok során meghatároztuk a topologikus entrópiát, a teljes elkeveredés időigényének csak töredéke. A vonaldarabok hosszának további növekedésének szemléltetése céljából az egyik esettanulmány (6.1.6.a ábra) vonaldarabjának sorsát további 20 napig követtük megnövelt (tízszeres) részecskeszámmal. Ahogy a 6.1.8. ábra betétképe mutatja, kis idő elteltével L meredekebb emelkedésbe kezd, és itt a topologikus entrópia (h = 0,54 nap<sup>-1</sup>) közelebb áll a közepes szélességeket jellemző értékekhez. Ez a topologikus entrópia egy egyetemes értékhez való konvergenciájának jeléül tekinthető. A 30 nap alatti szétterjedést szemléltető 6.1.8. ábrán megfigyelhető, hogy a részecskék jó úton járnak a déli és az északi félteke közepes szélességein való teljes elkeveredés felé. Az előzőekben elemzett 10 napos topologikus entrópia így egyfajta *véges idejű* topologikus entrópiának tekinthető, a kiválasztott időtartamot pedig a szennyeződések terjedésének jellemző időskálája indokolja.



6.1.8. ábra. Az  $n_0 = 2 \cdot 10^6$  részecskéből álló szennyeződésfelhő elhelyezkedése 30 nappal a kibocsátás után. A kezdőfeltételek azonosak a 6.1.6.a ábráéval. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban. A betétkép a vonaldarab hosszának növekedését szemlélteti. A *h* értéke a 10–15. napok után az előzőleg felvett 0,25 nap<sup>-1</sup>-ról 0,54 nap<sup>-1</sup>-re nő.

### 6.1.3. Kitekintés: a fraktáldimenzió

A topologikus entrópia mellett érdemes más, a részecskék kaotikus viselkedéséhez kapcsolódó mennyiség alakulását is megvizsgálni. A szennyeződésfelhők sodródása során kialakuló bonyolult alakzat összetettségét az ún.  $D_0$  fraktáldimenzióval lehet jellemezni (Tél and Gruiz, 2006).  $D_0$  a hagyományos geometriai alakzatokra megegyezik a szokásos hozzájuk társított dimenzióval (pl. pontra  $D_0 = 0$ , vonalra  $D_0 = 1$ , kétdimenziós alakzatra  $D_0 = 2$ ), léteznek azonban olyan alakzatok is, amelyek szerteágazók, és dimenziójuk csak egy törtszámmal írható le. Ezen fraktálszerű alakzatok megjelenése a kaotikus jelenségek körében nagyon gyakori. A fraktáldimenzió az alakzatot lefedő kicsiny méretű,  $\varepsilon$  méretű dobozok számának  $\varepsilon$ -tól való függéséből határozható meg:

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D_0},$$
 (6.1.4)

ahol  $N(\varepsilon)$  jelöli az  $\varepsilon$  méretű lefedő dobozok számát. Abból a célból, hogy a szennyeződésfelhők vízszintes vetületbeli, az idő folyamán tekervényes, girbegurba képződménnyé fejlődött alakzatának fraktáldimenzióját meghatározzuk, a szennyeződés részecskéit  $\varepsilon = 0,025^{\circ}-10^{\circ}$  méretű dobozokkal fedtük be a 3.7. fejezetben leírt módon, és  $D_0$ -t az  $(\ln N(\varepsilon), \ln(1/\varepsilon))$  pontokra illesztett egyenes meredekségéből becsültük. A pontosabb becslés érdekében az  $n_0$  részecskeszámot a tízszeresére növeltük a szimulációkban.



6.1.9. ábra. A 6.1.1. (fekete), a 6.1.6.a (sötét szürke) és a 6.1.6.b (szürke) ábrákon bemutatott szennyeződésfelhők  $D_0$  fraktáldimenziója az  $(\ln N(\varepsilon), \ln(1/\varepsilon))$  pontokra illesztett egyenes hibájával (pontozott görbék).

A 6.1.1., a 6.1.6.a és a 6.1.6.b ábrákon bemutatott szennyeződésfelhők  $D_0$  fraktáldimenziójának időbeli alakulása a 6.1.9. ábrán látható. Az első 5 napban még mindegyik vonaldarab nagyjából vonalszerű marad, erre utal  $D_0 \approx 1$  körüli ingadozása. Később, ahogyan a szennyeződések egyre erősebben széthúzódnak, összegyűrődnek, egyre bonyolultabb, szövevényesebb mintázatot hozva létre a légkörben, a fraktáldimenziójuk is növekedésnek indul. A leggyorsabb emelkedés a 6.1.1. ábra vonaldarabjánál tapasztalható, a leglassabbat pedig a 6.1.6.a ábra részecskéi mutatják, ahogyan ez a sodródási képek alapján várható is. 10 nap elteltével az utóbbi fraktáldimenziója még mindig  $D_0 \approx 1$ , a 6.1.6.b ábra szennyeződéséé  $D_0 \approx 1,2$ , míg a legsebesebben szétterjedő, tömérdek összehajtódással bíró 6.1.1. ábrához  $D_0 \approx 1,6$  tartozik. A dimenzió mindhárom esetben a következő 20 napban is tovább növekszik. A 6.1.1. ábrához tartozó fekete görbe telítődni látszik  $D_0 \approx 1,85$  körül, azonban az elméleti megfontolások alapján azt várjuk, hogy hosszú idő után határértékben  $D_0$  minden esetben 2-höz tart, ami a féltekék teljes befedésének feleltethető meg.

Mivel az összetettebb alakzatok nagyobb fraktáldimenzióval rendelkeznek,  $D_0$  alkalmas mennyiség a szennyeződés által fenyegetett földrajzi terület kiterjedésének jellemzésére. Jelen esetben az első 5 napban, míg a dimenziók 1 körül mozognak, a szennyeződés által fenyegetett terület L(t) szerint növekszik – de ez még mindig azt jelenti, hogy a veszélyeztetett tartomány exponenciálisan nő az időben, ahol a növekedés mértékét a topologikus entrópia adja meg. Később az érintett környékek gyarapodása időben lelassul, mert előbb-utóbb már a teljes féltekét vagy mindkét féltekét betöltik a részecskék, amint a 6.1.1. alfejezetben szó esett róla.

#### 6.1.4. A turbulens diffúzió szerepe

Nagy távolságon zajló szabad légköri terjedés esetén a turbulens diffúzió elhanyagolhatónak bizonyul, de ennek ellenére felmerül a kérdés, hogy a hatás figyelembevétele hogyan befolyásolhatja a szennyeződések nyúlásának mértékét. Ekkor az egyes részecskék pályáját a (3.2.35a)–(3.2.35c) turbulens diffúzióval kiegészített mozgásegyenletek határozzák meg. A csupán advekcióval terjedő részecskékkel ellentétben ennek eredményeképpen az egyenletekben felbukkanó új, véletlen tagnak köszönhetően – mivel az áramlási mező simasága ezzel megszűnik – egymás közvetlen közelében lévő részecskék egy-egy időlépésben messzire, más-más irányokba is "ugorhatnak" egymástól (lásd 6.1.10. ábra). Így a részecskék közötti szomszédsági viszony már néhány időlépés alatt felborul, és a vonaldarab – a részecskéket eredeti sorrendjük szerint összekötve - cikcakkossá válik. Ennek hosszát nem lenne érdemes az előző fejezetben említett módszer szerint meghatározni, hiszen a valóságban adott időpillanatban rápillantva a szennyeződésre természetesen nem ez észlelhető, hanem a pusztán advekciós eset egyszerű száljához képest a részecskesorrendtől független, összességében kissé kiszélesedett szennyeződéssáv. Ebből kifolyólag a szimulációkban is érdemesnek tűnik az egymást követő részecskék köztes távolságainak összege helyett a szennyeződés "durva felbontású" hosszát meghatározni, mégpedig a fraktáldimenzió számításánál alkalmazott eljárás alkalmazásával, megszámolva, hány adott méretű doboz szükséges az összes részecske lefedéséhez. A módszernek megvan az a hátránya, hogy az így becsült hossz valamelyest függ a dobozmérettől: túl nagy dobozok használatával a kis skálájú kitüremkedések eltűnnek, míg a túl kicsiny dobozok azt eredményezik, hogy a nagy skálán összefüggőnek látott szennyeződés esetleg "szétszakad", részecskéire bomlik. Mindkét esetben a mérés rövidebb hosszt becsül a valóságosnál. Azonban a durva felbontású hossz meredeksége, vagyis a topologikus entrópia, a tapasztalataink szerint nem függ a dobozmérettől  $\varepsilon = 0,025^{\circ}$  és  $0,5^{\circ}$  között.

A 6.1.11. ábra szürke árnyalatú, folytonos görbéi a 6.1.1. ábrán indított szennyeződés



6.1.10. ábra. Vázlatos ábra egy sima, kétdimenziós sebességmezőben pusztán advektálódó, illetve az advekció és a véletlen folyamatként beépített turbulens diffúzió hatására mozgó részecskék áthelyeződéséről a t = 0 időpillanatról a  $t = \Delta t$  időpillanatra.



6.1.11. ábra. A 6.1.1. ábrán bemutatott vonaldarab hosszának növekedése a dobozmódszerrel számolva ( $\varepsilon = 0,1^{\circ}$ ) állandó  $K_h$  és  $K_z$  turbulens diffúzió mellett (szürke színskála, folytonos görbék), valamint állandó  $K_h$  és a Monin–Obukhov-elmélet alapján számolt  $K_z(z)$ mellett (színes, szaggatott görbék). A vékony, fekete szaggatott egyenesek a diffúziómentes eset h = 0,87 nap<sup>-1</sup> meredekségét szemléltetik.

 $\varepsilon = 0,1^{\circ}$ -os dobozokkal számolt hosszának növekedését szemléltetik állandó  $K_x = K_y \equiv K_h = 1$  és 50 m<sup>2</sup>/s vízszintes, illetve  $K_z = 0$  m<sup>2</sup>/s függőleges diffúzió jelenlétében. Ahogyan várható is, minél nagyobb a diffúzió, annál kiterjedtebb a szennyeződés adott időpontban. A diffúziómentes esetben az ezzel a módszerrel kapott topologikus entrópia értéke  $h = 0,87\pm0,03$  nap<sup>-1</sup>, ami a hibahatárokat figyelembe véve jó egyezést mutat a 6.1.1. alfejezetbeli eredménnyel. A topologikus entrópia gyakorlatilag nem függ a turbulens diffúzió erősségétől. Érdemes észrevenni azonban, hogy növekvő diffúzióval egyre jobban lerövidül az a szakasz, ahol egy exponenciális függvény jól illeszkedik az adatokra. Ennek oka abban keresendő, hogy a részecskék a turbulens diffúzió miatt hamarabb "túl távol" kerülnek egymástól az előző bekezdésben említett "túl kicsiny dobozok"-hatást előidézve.

A függőleges diffúzió szerepének felderítése céljából a szimulációkat  $K_z$ -t is beépítve futtattuk le ( $K_z$ -t a 3.2.2. fejezetben említett Monin–Obukhov-elmélettel számolva a határrétegben). Az eredmények azt mutatják (lásd 6.1.11. ábra színes, szaggatott görbéit), hogy ennek hatása a topologikus entrópiára szabad légkörben induló szennyeződésekre elhanyagolható. A színes, szaggatott görbék akkor kezdenek el elhajlani a folytonos ( $K_z = 0 \text{ m}^2/\text{s}$ ) görbéktől, mikor a részecskék egy része a határrétegbe kerül (a 6. és 8. napok között a részecskék 1–20%-a tartózkodik itt).

Ezen előzetes vizsgálatok mellett a turbulens diffúzió vagy más, kis skálájú folyamatok (pl. erős feláramlással járó helyi események) topologikus entrópiára gyakorolt hatásának részletesebb feltérképezése további kutatást kíván. Ehhez célszerű lenne finomabb felbontású meteorológiai adatokat bemenő adatként használni, valamint érdemes lenne a kisebb skálájú folyamatokat térben sima parametrizációkkal modellezni. Ez utóbbi következményeként a részecskék közötti szomszédsági viszonyok fennmaradnának, így a 6.1.1. fejezet hosszszámítási eljárása továbbra is alkalmazható maradna, amivel a dobozmódszer hibái kiküszöbölhetők lennének a nem kizárólag rácspontokbeli átlagszéllel advektálódó szennyeződések esetén is.

### 6.1.5. Összegzés

A szimulációkban láthattuk, hogy a szennyeződésfelhők nyúlási ütemét leíró topologikus entrópia időtől és helytől függően tág határok között változhat. A közepes és magas szélességeken jellemző 0,65 nap<sup>-1</sup> átlagos érték 10 nap alatt a vonaldarabok 670-szeres, míg egy hónap alatt 3·10<sup>8</sup>-szoros megnyúlásának felel meg. A legnagyobb topologikus entrópia értékek a közepes és magas szélességeken, főként a féltekék téli évszakában lépnek fel (0,8–0,9 nap<sup>-1</sup>), míg a legkisebbekkel a trópusi térségben találkozhatunk (0,2–0,3 nap<sup>-1</sup>). Ez a különbség 10 napos időszakot tekintve a különböző földrajzi helyekről induló felhők hosszának 150–1100szoros eltérését eredményezi. A topologikus entrópia értékét az előzetes vizsgálataink szerint nem befolyásolja számottevően sem a sodródó részecskék mérete, sem a turbulens diffúzió figyelembevétele.

## 6.2. A részecskék kiülepedésének üteme

A szennyeződések légkörből való kiürülésének ütemét és a részecskék kaotikus mozgásának időtartamát a 2.3.2. szakaszban bemutatott szökési ráta segítségével lehet számszerűsíteni. A szennyeződések kiülepedési ütemének vizsgálata esetén a 2.3.2. szakaszban említett kiválasztott térrészt érdemes az egész légkörnek választani annak érdekében, hogy képet kapjunk a globálisan jellemző szökési folyamatról. Szökésnek ekkor a részecskék felszínre való kiülepedése tekinthető, amelyet a részecskék a szimulációkban a nehézségi erő vagy az esőcseppbe való kerülés hatásának köszönhetően érnek el<sup>3</sup>.

A következőkben a RePLaT terjedési modellel végzett szimulációkra támaszkodva a szökési ráta *r* részecskemérettől való függésének, illetve a turbulens diffúzió és a csapadék ülepedésben játszott szerepének bemutatása olvasható. A fejezet kitér a részecskék kaotikus viselkedésének időtartamának megfelelő légköri tartózkodási időre, majd egy esettanulmányon mutatja be a szökési ráta adott helyre jellemző értékeit. Végezetül a szökési ráta és a meteorológiában használatos ülepedési együttható kapcsolatáról lesz szó (Haszpra and Tél, 2011; Haszpra and Tél, 2013a).

### 6.2.1. A szökési ráta részecskemérettől és kezdeti magasságtól való függése

Abból a célból, hogy képet kapjunk a légkörből való kiülepedés folyamatáról,  $n_0 = 2,5 \cdot 10^5$  darab,  $\rho_p = 2000$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű, adott nyomási szinten a légkörben egyenletesen eloszló részecskét helyeztünk el a szimulációkban. A részecskék 2010. január 1-jén 00 UTCkor indultak, és a pályájukat a szökésig, azaz földet érésig, de legfeljebb egy évig követtük nyomon. A szökési ráta méret-, illetve kezdeti magasságtól való függésének megállapításához a szimulációk r = 0, 1, 2, ..., 12 µm-es részecskékkel és  $p_0 = 500, 700, 850$  és 900 hPa-os kiindulási magasságokkal futottak. Emlékeztetőül érdemes felidézni, hogy a részecskék sugara csapadéktevékenység következtében hirtelen megváltozhat a 3.3.2. alfejezetben leírt módon. A különböző folyamatok kiülepedésre gyakorolt hatásának tanulmányozása érdekében háromféle típusú szimulációt futtattunk, amelyek a következőket veszik figyelembe:

- 1. advekció, turbulens diffúzió és csapadék,
- 2. advekció, turbulens diffúzió,
- 3. kizárólag advekció.

A 6.2.1. ábra a t ideig légkörben maradó részecskék arányát szemlélteti az idő függvényében eltérő  $p_0$  magasságokból induló, különböző r sugarú részecskék esetén a háromféle típusú

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Illetve annak következtében is kiülepedhetnek (ahogy a 6.1.1. szakasz lábjegyzetében szóba került), hogy a felhasznált adatbázis felszínnek tekintett legalsó,  $p_s = 1000$  hPa-os szintje a valóságban nem a földfelszín, így a függőleges sebességre vonatkozó  $\omega = 0$  határfeltétel sem feltétlen teljesül rá.



6.2.1. ábra. A légkörben maradó részecskék  $n/n_0$  aránya a jelmagyarázatban felsorolt háromféle típusú szimulációban. Kezdeti feltétel és részecskesugár:  $n_0 = 2,5 \cdot 10^5$  részecske egyenletesen elosztva a  $p_0$  szinten. (a)  $p_0 = 500$  hPa,  $r = 2 \,\mu$ m, (b)  $p_0 = 500$  hPa,  $r = 9 \,\mu$ m, (c)  $p_0 = 700$  hPa,  $r = 4 \,\mu$ m, (d)  $p_0 = 900$  hPa,  $r = 10 \,\mu$ m. A (b) ábrán a szaggatott vonalak a  $\kappa_s$  rövidtávú és  $\kappa_\ell$  hosszútávú szökési rátákat jelölik.

6.2.1. táblázat. A 6.2.1. ábrára vonatkozó rövidtávú ( $\kappa_s$ ) és hosszútávú ( $\kappa_\ell$ ) szökési ráták a háromféle típusú szimulációban.

| típus                         | 1.              |               | 2.              |               | 3.              |               |
|-------------------------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------|---------------|
| $[\operatorname{nap}^{-1}]$   | $\kappa_{ m s}$ | $\kappa_\ell$ | $\kappa_{ m s}$ | $\kappa_\ell$ | $\kappa_{ m s}$ | $\kappa_\ell$ |
| 6.2.1.a ábra (500 hPa, 2 μm)  | 0,067           | 0,036         | 0,056           | 0,030         | 0,025           | 0,012         |
| 6.2.1.b ábra (500 hPa, 9 μm)  | 0,760           | 0,310         | 0,712           | 0,303         | 0,837           | 0,277         |
| 6.2.1.c ábra (700 hPa, 4 μm)  | 0,203           | 0,070         | 0,167           | 0,058         | 0,152           | 0,052         |
| 6.2.1.d ábra (900 hPa, 10 μm) | 2,556           | 0,715         | 2,224           | 0,628         | 7,738           | 0,713         |

szimulációban. A 6.2.1.a, b, c ábra szabad légköri ( $p_0 < 850$  hPa) kezdőfeltételeknek felel meg. Mivel ezek az aeroszol részecskék kezdetben a felszíntől távol helyezkednek el, a görbék elején egy-egy vízszintes szakasz, egy-egy plató látható, hiszen az első néhány napban még egyetlen részecske sem képes elérni a felszínt. Ez a jelenség ugyancsak tapasztalható a légkör alsóbb részén kibocsátott részecskék esetén, amennyiben a turbulens diffúzió és a csapadéktevékenység nincs befolyással az életükre (6.2.1.d ábra, zöld görbe). A platót követően egy rövid átmeneti szakasz után ( $t > t_0 \approx 1-15$  nap) egy néhány napig tartó, megközelítőleg exponenciális csökkenés rajzolódik ki mind a három típusú szimuláció esetén (lásd pl. a 2-5. naphoz tartozó első szaggatott vonalat a 6.2.1.b ábrán). Ám ez nem áll fenn örökké, bizonyos idő után a részecskéknek egy lassabb exponenciális fogyásra való átállása figyelhető meg (lásd pl. a másik szaggatott vonalat a 6.2.1.b ábrán t > 7 nap esetén). Ez azt jelenti, hogy egy rövid- és egy hosszútávú exponenciális csökkenés van jelen a légkörben, amelyek különböző kitevőkkel mennek végbe. A megfelelő szökési rátákat a továbbiakban  $\kappa_s$  és  $\kappa_\ell$  jelöli. A 6.2.1. ábra görbéire az  $(\ln(n/n_0), t)$ pontokra illesztett egyenesek meredekségéből meghatározott  $\kappa_s$  és  $\kappa_\ell$  értékeiről a 6.2.1. táblázat ad áttekintést. Érdemes megfigyelni, hogy a kiülepedés gyorsaságát leíró szökési ráta nagy aeroszol részecskékre (r = 9 vagy 10 µm) legalább tízszeresen meghaladja az apróbb részecskékre jellemző értéket. A hosszútávú  $\kappa_{\ell}$  szökési ráta feleakkora, mint a rövidtávú  $\kappa_{s}$ , vagy még annál is kisebb. Ez a különbség az exponenciális függvény kitevőjében jelenik meg, ezért az ülepedés folyamatában az időskálák szétválásáról beszélhetünk.

A  $p_0 = 850$  hPa-os szint alatt kibocsátott részecskék esetén a turbulens diffúzió és/vagy a csapadéktevékenység a kezdetektől fogva befolyással lehet a részecskék mozgására. Mivel az egész légkört tekintve szüntelenül találhatók olyan területek, ahol csapadéktevékenység zajlik és/vagy a részecskék határrétegben haladnak, ahol a függőleges irányú mozgásukra is hatással van a turbulens diffúzió, ezekben az esetekben nem jelenik meg plató a görbéken (6.2.1.d ábra, kék és piros görbék).

A 6.2.1.a és c ábra, illetve a 6.2.1. táblázat alapján megállapítható, hogy kis részecskék ülepedésére – bármilyen magasságban is indultak a légkörben – a turbulens diffúzió és a csapadéktevékenység jelentős hatást gyakorol, és fokozza a légkörből való kihullást (a jelenség felszínhez közeli kezdőfeltételre itt nincs bemutatva). A görbék közötti számottevő különbség  $r \gtrsim 5 \,\mu\text{m}$  és  $p_0 < 850$  hPa esetén eltűnik (6.2.1.b ábra). Olyan  $r \gtrsim 10 \,\mu\text{m}$ -es részecskékre, amelyek a 850 hPa-os szint alatt indulnak, a leggyorsabb kiürülés a 3-as típusú, turbulens diffúziótól és csapadéktól mentes szimulációban lép fel (6.2.1.d ábra). Ezen megfigyelések okairól a következőkben olvasható részletes magyarázat.

Az előbbiekben felsorolt tapasztalatok azt sugallják, hogy szemben a dinamikai rendszerek elméletéből jövő naiv várakozással, miszerint a globális kiürülés véletlen folyamat, amely egyetlen exponenciális függvénnyel írható le, a légkörben egy rövid- és egy hosszútávú összetevő is azonosítható, amelyek két különböző, hozzávetőlegesen exponenciális csökkenéssel jel-







6.2.3. ábra. A  $\kappa_s$  rövidtávú szökési ráta méretfüggése (a) az 1. (advekció, turbulens diffúzió, csapadék), (b) a 2. (advekció, turbulens diffúzió) és (c) a 3. (advekció) típusú szimuláció esetén. A szaggatott vonalak a  $p_0$  kezdeti nyomási szintekhez tartozó  $\kappa_s(r)$  pontokra illesztett exponenciális függvények. A szimulációkat  $n_0 = 2,5 \cdot 10^5$ részecskével végeztük.

lemezhetők.

A 6.2.2. ábra a  $\kappa_{\ell}$  hosszútávú szökési ráta r részecskesugártól való függéséről ad képet a négy  $p_0$  kezdeti kiindulási szint és a három, különböző folyamatokat magában foglaló szimuláció esetén. Noha a légkörből való ürülés lefolyása természetesen változik  $p_0$ -lal (pl. magasabban kibocsátott részecskesokaságok később kezdenek el kiülepedni, hosszabb a plató az  $n(t)/n_0$ görbéiken), az  $\ln(n(t)/n_0)$  görbék meredeksége nagy t-kre – vagyis a  $\kappa_{\ell}$  hosszútávú szökési ráták értéke – láthatóan *nem* függ a kiindulási magasságtól. Ez azzal magyarázható, hogy a hosszabb időt a légkörben sodródva töltő részecskék jól el tudnak keveredni, így a kiülepedésükkor már "nem emlékeznek" kezdeti helyzetükre. A  $\kappa_{\ell}$  szökési ráta  $p_0$ -tól való függetlensége arra utal, hogy létezik egy globális légköri kaotikus nyereghalmaz, amely olyan jellegű, mint a 2.3.2. ábrán látható példa, de az egész háromdimenziós légkörre kiterjed. A túlélő részecskék e halmaz tulajdonságait mutatják. Ekképpen  $\kappa_{\ell}(r)$  az r sugarú részecskék egy globális légköri jellemzője. A nyereghalmaz feltehetőleg időfüggő, így a  $\kappa_{\ell}(r)$  értékek a vizsgált időszak sajátosságait is tükrözhetik.

Érdemes felfigyelni arra, hogy  $\kappa_{\ell}$  meglehetősen erős, nemlineáris függést mutat az r mérettől:  $\kappa_{\ell}$  az r egy nagyságrendbeli változása alatt közel két nagyságrendet növekszik. A pontokra a legjobb illesztésnek egy exponenciális függvény bizonyult:

$$\kappa_{\ell}(r) \sim \mathrm{e}^{kr}.\tag{6.2.1}$$

A k kitevő azokban a szimulációkban, amelyek tartalmazták a turbulens diffúzió és/vagy az eső hatását (1. és 2. típusú szimulációk)  $k \approx 0,33-0,38 \ \mu\text{m}^{-1}$ -nek adódott, míg a 3. típusú szimulációkra  $k \approx 0,44-0,47 \ \mu\text{m}^{-1}$ -et kaptunk. A 6.2.2.c ábra 6.2.2.a-val és 6.2.2.b-vel való összehasonlításából kiderül, hogy a turbulens diffúzió és a csapadék erősen fokozza a kis mérettel rendelkező kihulló részecskék számát, a  $\kappa_{\ell}$  szökési ráta 2–3-szorosára nő.

Érdemes összevetni a (6.2.1) egyenletből következő r-függést egy egyszerű becsléssel. Ha a részecskék csupán saját (3.2.15) határsebességükkel hullanának lefelé, az az idő, mialatt adott  $\Delta z$  függőleges távolságot megtennének,  $\tau = \Delta z/|w_{term}|$  lenne. Mivel a határsebesség arányos  $r^2$ -tel, és  $\tau$  reciproka hozzávetőleg a szökési rátának feleltethető meg, ez a szökési ráta  $r^2$ -es skálázását eredményezné. Egy négyzetes függvény azonban sokkal kevésbé illeszkedik az adatokra, mint (6.2.1). Az exponenciális méretfüggés arra utal, hogy – összhangban a 3.4.1. ábrával – a függőleges légáramlások lényegesen hozzájárulnak a részecskék légkörbeli kaotikus mozgásának kialakulásához, jelentős szerepet játszanak az ülepedési folyamatokban is.

A  $\kappa_s$  rövidtávú szökési rátát ugyancsak meghatároztuk különböző méretű részecskékre (6.2.3. ábra). Az *r*-függés ismét hozzávetőleg exponenciálisnak adódik, viszont ellentétben a hosszútávú szökési rátával,  $\kappa_s$  a részecskék  $p_0$  kiindulási magasságával is változik. A rövidtávú viselkedésért felelős részecskék viszonylag hamar kiülepednek a légkörből, így nincs idejük elérni a globális kaotikus nyereghalmazt, helyette egy olyan nyereghalmaz befolyásolja a mozgásukat, ami jellemző a kezdeti magasságukra.

Nem túl meglepő módon az 1. típusú szimulációban, amelyben a *csapadék* is szerepet kap,  $\kappa_s$  nagyobb az alacsonyabb kezdeti feltételek esetén ( $p_0 = 900$  és 850 hPa), mint a szabad légköri kiindulási szintekre ( $p_0 = 700$  és 500 hPa), mivel a 850 hPa alatt található részecskék esetén a csapadék már a kezdetektől fogva fokozza a kiülepedést. Az ilyen típusú szimulációkban (6.2.3.a ábra) k alsó két szinten adódó értéke ( $k \approx 0,196$  és 0,262 µm<sup>-1</sup>) jóval elmarad felső két szinten kapottaktól ( $k \approx 0,336$  és 0,322 µm<sup>-1</sup>). Ezt a jelenséget az okozza, hogy a csapadék a szimulációkban bármekkora méretű aeroszol részecskékre ugyanazzal a hatással lép fel, vagyis ezeket a szökési rátákat számottevően befolyásolják az esőcseppekre vonatkozó szökési ráták<sup>4</sup>, így  $\kappa_s$ -ben nem tud erős *r*-függés kialakulni. Az 1. típusú szimulációban természetesen a szabad légköri kezdeti feltételekkel induló részecskék is kimosódhatnak a légkörből, de összességét tekintve a nedves ülepedés ebben az esetben sokkal kevésbé játszik hangsúlyos szerepet, mivel nem minden részecskén érezteti a hatását, pusztán azokon, amik elérték a 850 hPa-os szintet és csapadékos körülmények közé kerültek. Ezzel összhangban a csapadéktevékenység nélküli 2. és 3. típusú szimulációkban az alsó két  $p_0$  szinthez tartozó k kitevő nem, vagy nem sokkal kisebb a két szabad légköri kezdeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti feltételekzeti szintek terteti a hatását, pusztán azokon, amik elérték a 850 hPa-os szintet és csapadékos körülmények közé kerültek. Ezzel összhangban a csapadéktevékenység

A *turbulens diffúzió* szerepe az esőéhez hasonló, attól eltekintve, hogy nem feltétlenül gyorsítja, hanem gyengítheti is az ülepedési folyamat ütemét. Ez a (3.2.35c) egyenletben található  $\partial K_p/\partial p$  tagnak köszönhető. Ahogy a (3.2.34c) egyenlet után szóba került (lásd 3.2.3. ábra), a részecskék a turbulens diffúzióból adódóan a felszín közelében többletemelést érzékelnek (mivel  $\partial K_z/\partial z > 0$ ,  $\partial K_p/\partial p < 0$ ), míg a határréteg tetején ennek ellenkezője érvényesül (mivel  $\partial K_z/\partial z < 0$ ,  $\partial K_p/\partial p > 0$ ). E két hatás együttese azt eredményezi, hogy csapadékmentes, de diffúzióval számoló szimulációkban fellép ugyan valamiféle különbség k alsó és felső két  $p_0$ -hoz tartozó értékeiben, de ez a változékonyság sokkal kevésbé jelentős, mint a 6.2.3.a ábrán. Ehhez hozzájárulhat az a tény is, hogy a határréteg vastagsága napi ciklus szerint változik, azaz meglehetősen vékony a Föld éjszakai térfelén, így kevesebb részecske tud ide bekerülni. A 6.2.3.c ábra szemlélteti, ha sem csapadék, sem turbulens diffúzió nem játszik közre a részecskék légköri terjedésében, k nem mutat jelentős magasságfüggést: a k kitevők aránya ebben az esetben 0,935 és 1,145 között változik.

A csapadéktevékenység és a turbulens diffúzió a  $\kappa_{\ell}$ -nél látotthoz hasonlóan – de annál jócskán nagyobb mértékben – a rövid idejű viselkedés során is gyarapítja a kis sugarú kihulló ré-

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> A naiv becslés alapján a (3.2.24) határsebességgel hulló esőcseppek  $\Delta z$  távolságot  $\tau = \Delta z/|w_{\text{term}}|$  idő alatt tesznek meg. Ez  $\Delta z = z_0 = 1,5$  km-es magasság esetén  $r_{\text{rain}} = 0,1-5$  mm-es esőcseppekre  $|w_{\text{term}}| = 1-10$  m/s határsebességgel  $\tau = 1-10$  s-hoz vezet. Elvégeztünk olyan szimulációkat is, amelyben a részecskék  $p_{r \to r_{\text{rain}}} = 1$  valószínűséggel esőcseppé alakulnak. Az eredmények az esőcseppekre vonatkozó szökési ráta (3.2.24) határsebességből számolt, naiv becslés alapján várható  $\sim \sqrt{r}$  skálázását erősítették meg (ez fennáll  $r \gtrsim 0,1$  mm aeroszol részecskékre is). Ez arra világít rá, hogy a függőleges sebességkomponensnek a részecskék mozgását befolyásoló előzőleg említett hatása csak kicsiny, néhányszor 10 µm-esnél apróbb részecskékre számottevő.

szecskék számát:  $\kappa_s$  az 1. és 2. típusú szimulációkban 7–13-szor akkora, mint a 3.-ban (6.2.3.c ábra a 6.2.3.a és b ábrával összehasonlítva). Viszont érdekes, hogy az adott r-hez tartozó szökési ráták aránya nagyobb részecskékre az alsó szintekre 0,1–0,25-re csökken, azt sejtetve, hogy  $r \gtrsim 5 \,\mu\text{m}$  esetén a turbulens diffúzió mérsékli a légkörből távozó részecskék számát. Ez ismét a  $\partial K_p/\partial p$  taggal magyarázható: a nagyobb részecskék nagyobb határsebességgel rendelkeznek  $(r = 5-10 \,\mu\text{m-re} \,\omega_{\text{term}} \approx 7 \cdot 10^{-2} - 1.5 \cdot 10^{-1} \text{ Pa/s})$ , így ezek a részecskék nagyobb eséllyel közelítik meg a felszínt, mint a kisebbek. A  $\partial K_p/\partial p$  tag nagysága és előjele (~(-0,5)-(-1) Pa/s) következtében pedig ebből a rétegből újra magasabbra emelkedhetnek, ami az ülepedési folyamatuk lelassulását vonja magával (ahhoz képest, amikor csak sodródnak, és a saját, viszonylag nagy határsebességüknek köszönhetően gyorsan el tudják hagyni a légkört). Minthogy kisebb aeroszol részecskéknek kisebb, a levegő függőleges áramlási sebességével nagyjából egy nagyságrendben eső a határsebessége, a felszínt is lassabban közelítik meg turbulens diffúzió hiányában, mint a nagyobb részecskék. Ezen apróbb részecskék esetében a  $\partial K_p/\partial p$  tag a határréteg felső részében játszik fontos szerepet a részecskék terjedésében: a határréteg tetejétől a felszín felé való jutásukat segíti elő. A (3.2.35c) egyenletben lévő véletlen tag ugyancsak növeli a részecskék kihullási esélyeit, azaz a kis részecskék ülepedési folyamata turbulens diffúzió jelenlétében felgyorsul a diffúziómentes esethez képest.



6.2.4. ábra. Összesített részecskesokaság ülepedése. Bal: A légkörben maradó r sugarú részecskék  $n/n_0$  aránya az 1. típusú szimulációban. Kezdeti feltétel:  $n_0 = 4.2, 5.10^5$  részecske egyenletesen elosztva a  $p_0 = 500, 700, 850$  és 900 hPa-os szinteken. Jobb: A  $\hat{\kappa}_s$  és  $\hat{\kappa}_\ell$  szökési ráták r-függése és a pontokra illesztett exponenciális függvények, valamint  $\hat{k}$  kitevőik.

Érdemes utánajárni, hogy kezdetben függőleges kiterjedéssel is bíró részecskesokaságok ülepedését mi jellemzi. Egy ilyen halmaz a már bemutatott szimulációkat felhasználva a legkönnyebben úgy állítható elő, hogy a négy  $p_0$  kezdeti szinten induló részecskék összességét tekintjük. Például az 1. típusú, legteljesebb szimulációban vizsgálódva, a túlélő részecskék számát a négy szintre vonatkozó futtatásokban minden időlépésben összesítve egy új  $n(t)/n_0$  görbe

| <i>r</i> [µm] | $\hat{\kappa}_{\rm s}$ [nap <sup>-1</sup> ] | $\overline{\kappa}_{s}$ [nap <sup>-1</sup> ] | $\sigma$ [nap <sup>-1</sup> ] |
|---------------|---|--|-------------------------------|
| 0             | 0,052                                       | 0,224  | 0,220                         |
| 1             | 0,060                                       | 0,234  | 0,225                         |
| 2             | 0,073                                       | 0,255  | 0,223                         |
| 3             | 0,106                                       | 0,306  | 0,257                         |
| 4             | 0,142                                       | 0,378  | 0,264                         |
| 5             | 0,214                                       | 0,511  | 0,312                         |
| 6             | 0,288                                       | 0,629  | 0,395                         |
| 7             | 0,399                                       | 1,008  | 0,538                         |
| 8             | 0,565                                       | 1,282  | 0,664                         |
| 9             | 0,737                                       | 1,572  | 0,696                         |
| 10            | 0,911                                       | 2,130  | 0,875                         |
| 11            | 1,175                                       | 2,657  | 0,985                         |
| 12            | 1,422                                       | 3,581  | 1,440                         |

6.2.2. táblázat. Az összesített részecskesokaságra vonatkozó  $\hat{\kappa}_s$  rövidtávú szökési ráta, illetve a négy  $p_0$  alapján számolt  $\overline{\kappa}_s$  átlagos rövidtávú szökési ráta és szórása.

rajzolódik ki (6.2.4. ábra, bal oldal). A görbékről jól láthatóan eltűnik a szabad légköri egyetlen  $p_0$ -ról induló szimulációkra jellemző plató, mivel az alsóbb szinteken már a kezdetektől zajlik a részecskék szökése. Az összesített részecskesokaság esetén ugyancsak felfedezhető az időskálák elkülönülése, a légkör kiürülésének ütemét ennek megfelelően  $\hat{\kappa}_s$  és  $\hat{\kappa}_\ell$  írja le. Az utóbbi jól egyezik az eddig vizsgált  $\kappa_{\ell}$  hosszútávú szökési rátával, mivel a szökési dinamika a légkörben már jól elkeveredett részecskékre nem függ a kezdeti állapotuktól. Azonban ezzel ellentétben a  $\hat{\kappa}_{s}$  rövidtávú szökési ráta nagymértékben eltér az előzőekben kapott  $\kappa_{s}$  értékek mindegyikétől. A különböző r sugarakhoz tartozó értékek a 6.2.2. táblázatban vannak felsorolva. Annak magyarázata, hogy az összesített részecskesokaságokra vonatkozó  $\hat{\kappa}_{s}$  értékek következetesen alulmúlják a 6.2.3. ábra négy  $p_0$  értékéhez tartozó  $\kappa_s$  szökési rátákból kapott  $\overline{\kappa}_s$  átlagértékeket, a plató megszűnésében rejlik: a részecskék légköri fogyása hamarabb elkezdődik, mint szabad légköri kezdőszintekre, és az  $n(t)/n_0$  görbe szinte azonnal exponenciális csökkenésre vált ( $t_0 \approx 0$ ), szükségszerűen kisebb meredekséggel. A 6.2.2. táblázatból látszik, hogy emiatt  $\hat{\kappa}_s$ messze nem egyezik meg a négy  $p_0$  szintről induló részecskékre vonatkozó  $\overline{\kappa}_s$  átlagával (ugyanis az átlag nem ugyanarra az időszakra vonatkozik, mint  $\hat{\kappa}_{s}$ ). Az összesített részecskesokaság szökési görbéiből így az egyedi p0 szintekre vonatkozókhoz képest kevesebb információ nyerhető ki, de hasznos lehet a kaotikus viselkedés átlagos élettartamának becsléséhez.  $\hat{\kappa}_{s}$  méretfüggése az előzőekhez hasonlóan exponenciálisnak bizonyul (6.2.4. ábra, jobb oldal):

$$\hat{\kappa}_{\rm s}(r) \sim {\rm e}^{\bar{k}r},\tag{6.2.2}$$

ahol  $\hat{k} \approx 0,297 \ \mu m^{-1}$ .

Ha a részecskék szökését nem a teljes légkörből és nem csupán egy irányba (a felszín felé) vizsgáljuk, hanem egyes,  $p_1$  és  $p_2$  alsó és felső határral rendelkező rétegekből történő eltávozásukat tanulmányozzuk (pl.  $p_1=100$  hPa,  $p_2=850$  hPa vagy $p_1=850$  hPa,  $p_2=1000$  hPa), azon részecskék aránya, amelyek t időn át bent tartózkodnak a kijelölt tartományban, szintén exponenciálisan csökken az időben. A 6.2.5. ábra két választott réteg esetén szemlélteti a rétegben bent tartózkodó részecskék arányának csökkenését különböző típusú szimulációk esetén. Mivel a 6.2.5.a ábra tulajdonképpen a szabad légkör elhagyását mutatja be, ahol a csapadék és a függőleges irányú turbulens diffúzió keverő hatását elhanyagolhatjuk, itt csak a 3. típusú (kizárólag advekció hatását figyelembe vevő) szimuláció szerepel. A 6.2.5.b ábra a légkör egy keskenyebb rétegéből való szökés dinamikáját mutatja, ahol szökés a réteg felső határán keresztül is lehetséges. Itt általában nem különíthető el két időskála, amit annak tulajdonítunk, hogy a rétegből kiszökött részecskék definíció szerint többé már nem kerülnek oda vissza, és ezért az átlagos élettartam viszonylag rövid, és a részecskéknek nincs lehetőségük arra, hogy meglátogassák a légkörre kiterjedő globális nyereghalmazt (amelyhez tartozó szökési ráta 2 µm-es részecskékre a 6.2.2. ábra szerint  $\kappa_{\ell} \approx 10^{-2}$  lenne). A 6.2.5.b ábrán megjelenik egy 4. típusú szimuláció is, amely a futásokban a turbulens diffúzió hatását mellőzve, de az esőét figyelembe véve számítja a részecskék mozgását. A szökési ráták r-függése az előzőekhez hasonlóan exponenciális függvényt követ. Például a  $p_1 = 100$  hPa és  $p_2 = 850$  hPa szintek által határolt légköri réteg esetén a 3. típusú szimulációkban a hosszútávú szökési ráták méretfüggésére az egész légkörből való kihullásra érvényes k-khoz közeli (lásd 6.2.2. ábra)  $k \approx 0.37 \,\mu\text{m}^{-1}$ -nek adódik (Haszpra and Tél, 2011).



6.2.5. ábra. A  $p_1$  és  $p_2$  szintek által meghatározott rétegekben maradó részecskék  $n/n_0$  aránya a jelmagyarázatban felsorolt típusú szimulációkban. Kezdeti feltétel és részecskesugár:  $n_0 = 2,5 \cdot 10^5$  részecske egyenletesen elosztva a  $p_0$  szinten. (a)  $p_0 = 300$  hPa,  $p_1 = 100$  hPa,  $p_2 = 850$  hPa, r = 10 µm, (b)  $p_0 = 900$  hPa,  $p_1 = 850$  hPa,  $p_2 = 1000$  hPa, r = 2 µm.

#### 6.2.2. Tartózkodási idő

A szökési rátákon kívül a szimulációkban meghatároztuk az egyes részecskék légkörbeli tartózkodási idejét, és ezen adatokból a különböző r-ekre és  $p_0$ -akra vonatkozó tartózkodási idők statisztikáit is, többek között a részecskék átlagos tartózkodási idejét. Ez utóbbi mennyiség a dinamikai rendszerek nyelvén az adott részecskemérethez tartozó káosz átlagos élettartamának felel meg. Az egyes  $p_0$  kezdeti magasságokra, illetve az összesített részecskesokaságra vonatkozó tartózkodási idők statisztikáit a 6.2.6. ábra részletezi. A négy szint teljes részecskesokaságának  $\hat{\tau}$  átlagos tartózkodási ideje az egyedi  $p_0$ -akra vonatkozó  $\tau$ -k átlagos tartózkodási idejének átlagából kapható meg. A  $\hat{\tau}$  átlagos tartózkodási idő 16 nap ( $r = 1 \mu$ m) és 22 óra ( $r = 12 \mu$ m) között változik, és jó közelítéssel a  $\hat{\kappa}_s$  rövidtávú szökési ráta reciprokával becsülhető:

$$\hat{\tau}(r) \approx \frac{1}{\hat{\kappa}_{\rm s}(r)} \sim e^{-\hat{k}r}.$$
(6.2.3)

A  $\hat{\tau}(r)$ , illetve  $\hat{\kappa}_s$  pontokra illesztett exponenciális függvények  $\hat{k}$  kitevői közel vannak egymáshoz ( $\hat{k} \approx 0,263$  és 0,297 µm<sup>-1</sup>).

A tartózkodási idők  $p_0$ -tól való függése kicsit összetettebb képet mutat, ahogy a 6.2.6. ábrán látható. A különböző kezdeti magasságokra, kis részecskékre az átlagos  $\tau$  néhány nap és 40 nap között változik, míg nagy részecskékre a 0,2–2 nap időközbe esik. Mivel alacsonyan induló részecskék közül, akármekkorák is, mindig előfordulnak olyanok, amelyek a turbulens diffúzió vagy a csapadék hatására hamar kiesnek a légkörből,  $\tau$  legkisebb értéke a kezdeti magassági szint süllyedésével csökken. Adott r esetén a négy  $p_0$ -hoz tartozó legnagyobb értékek között általában nem figyelhetők meg nagyságrendi eltérések, mivel a hosszan légkörben sodródó részecskéknél már nem számít, honnan indultak. A pontozott és szaggatott vonalak a  $\tau(r)$ -ek mediánjára, illetve átlagára illesztett e<sup>-kr</sup> exponenciális függvényt szemléltetik, ahol a megfelelő k kitevők 0,207–0,283 µm<sup>-1</sup>, illetve 0,116–0,228 µm<sup>-1</sup> között változnak. A tapasztalataink szerint olyan szimulációban, amely nem eredményez platót, jó közelítéssel 1/ $\kappa_s$ -sel becsülhető a részecskék átlagos tartózkodási ideje, míg abban az esetben, mikor viszonylag sok részecske túléli a rövidtávú kiülepedés időszakát (pl. kicsiny, szabad légkörben induló részecskék), az átlagos tartózkodási idő hozzávetőleg  $1/\kappa_{\ell}$ .

Olyan szennyeződésterjedési folyamatokban, amelyekben a fizikai és kémiai átalakulások nem játszanak nagy szerepet, a szimulációkbeli átlagos tartózkodási időt össze lehet vetni mért élettartamokkal. A fukushimai balesetet követően a mérések arra engedtek következtetni, hogy a levegőbe kerülő <sup>137</sup>Cs izotóp leginkább 0,1–2 µm átmérőjű szulfát aeroszol részecskékhez kötődött (Kaneyasu et al., 2012). Kristiansen et al. (2012) különböző állomások koncentráció-adatainak elemzésével a <sup>137</sup>Cs légköri tartózkodási idejét, amit a légkörben már jól elkeveredett aeroszol részecskékre jellemzőnek ítélt, 9–14 napnak becsülte. Schmale et al. (2011) észak-amerikai, biomassza égésből származó néhányszor 10–100 nm-es aeroszol részecskék átlagos



6.2.6. ábra. Fent: A különböző  $p_0$  kezdeti magasságokra vonatkozó  $\tau$  tartózkodási idő statisztikái az 1. típusú (advekciót, turbulens diffúziót és csapadéktevékenységet is magába foglaló) szimuláció esetén. Lent: Az összesített részecskesokaságra vonatkozó  $\hat{\tau}$  tartózkodási idő statisztikái. A vízszintes szakaszok a maximumot és minimumot, a dobozok alsó és felső része az alsó és felső kvartilist, a középső vonal a mediánt, a csillag az átlagot jelöli. A szaggatott és pontozott vonalak a mediánra és az átlagra illesztett exponenciális függvények.

élettartamát 7–11 nap közé tette, míg Paris et al. (2009) 3,5–200 nm-es, szibériai erdőtüzekből légkörbe jutó aeroszol részecskék tartózkodási idejét 5,1–5,5 napnak találta. Ezek az értékek közel esnek a 6.2.6. ábrán bemutatott  $r \le 2$  µm-es részecskék  $p_0 = 850$  és 900 hPa-hoz<sup>5</sup> tartozó átlagos  $\tau$  értékéhez. Williams et al. (2002) különböző légköri magasságokban vett mintákból a kicsiny, néhányszor  $10^{-2}$ –2 µm-es aeroszol részecskék élettartamát magasságtól és mérettől függően 0,5–30 napnak becsülte, ami ismét összhangban áll az eredményeinkkel.

#### 6.2.3. Esettanulmány: a Merapi vulkán 2010. őszi kitörése

Habár a hazai híradásokban a kis érintettségből kifolyólag nem nagyon került a középpontba, a Jáva szigetén található, 1548 óta gyakorta kitörő Merapi vulkán (a "Tűz Hegye",  $\lambda = 110,44^{\circ}$ E,  $\varphi = 7,54^{\circ}$ S) 2010. október 25-én ismét működésbe lépett. A heves földrengéseket az utóbbi száz év legerősebb robbanásos kitörései követték (lásd pl. Surono et al. (2012)), a vulkáni hamufelhő elérte a 9 km-es magasságot is. Az egészen november végéig eltartó kitöréssorozat alatt több százan megsérültek vagy meghaltak, több százezer embert kellett kitelepíteni, és a kilövellő hamu miatt a Merapi történetében először fordult elő, hogy le kellett zárni a 30 km-re fekvő Yogyakarta repülőterét is 15 napra (Surono et al., 2012).

Az ülepedési dinamika nem globális léptékű, helyi tanulmányozása céljából szimulációt készítettünk a Merapi vulkán hamufelhőinek terjedésére a RePLaT modellel. A sorozatos kitörésből származó hamufelhők helyett a jobb áttekinthetőség kedvéért egyetlen,  $1^{\circ} \times 1^{\circ} \times 400$  hPa méretű, 2010. november 1-jén 00 UTC-kor  $p_0 = 500$  hPa középponttal kibocsátott,  $n_0 = 2,16 \cdot 10^5$  darab r = 10 µm-es,  $\rho_p = 2000$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű részecskéből álló felhő szétterjedését és ülepedését követtük nyomon 10 napon keresztül. A 6.2.7. ábrán látható a hamufelhő terjedése ebben az időszakban. Az első néhány napban a részecskék észak felé sodródnak, majd nyugati és déli irányban terjeszkednek tovább. A részecskék kis hányada a vulkán közelében már ezen időszak alatt kimosódik a légkörből – elérvén a 850 hPa-os nyomási szintet – az Indonézia térségében sűrűn előforduló esős időjárás következtében. A hamufelhő november 6–8. között egy ciklon csapadéksávjába jut, és a részecskék java része esőcseppekbe kerülve ekkor távozik a légkörből. Ezt a rövid időszakot tekintve a 6.2.7.d és 6.2.7.f ábrák jól tanúsítják, hogy a csapadékeloszlás mintázata és a kiülepedett részecskék (barnával jelölve) helyzetének rajzolata között erős kapcsolat fedezhető fel. Nyolc nap alatt a részecskék túlnyomó többsége elhagyja a légkört, a 6.2.7.d és a 6.2.7.d és a 6.2.7.e ábrán az ülepedési mező csak elenyésző mértékben különbözik.

A *t* időn át túlélő részecskék  $n/n_0$  arányáról a 6.2.8. ábra ad felvilágosítást az 1. (a csapadék hatását figyelembe vevő, kék görbe) és a 2. típusú (csapadékmentes, piros görbe) szimulációk esetében. A várakozásoknak megfelelően az eső jelentős szerepet játszik az ülepedésben: az 1. típusú szimulációban a részecskék jóval gyorsabb ütemben ürülnek a levegőből, mint a 2.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>A fukushimai balesetben kiáramló anyagok többnyire 1000 m alatti magasságban bocsátódtak ki, az erdőtüzekből felszálló részecskék is a felszín közelében kerülnek a levegőbe.



6.2.7. ábra. A Merapi vulkán kitöréséből származó  $1^{\circ} \times 1^{\circ} \times 400$  hPa méretű, 2010. november 1-jén 00 UTC-kor  $\lambda_0 = 110,44^{\circ}$ E,  $\varphi_0 = 7,54^{\circ}$ S,  $p_0 = 500$  hPa középponttal kibocsátott,  $n_0 = 2,16 \cdot 10^5$  darab r = 10 µm-es,  $\varrho_p = 2000$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű részecskéből álló hamufelhő helyzete a levegőben (a) 1, (b) 3, (c) 5, (d) 7 és (e) 9 nappal a kibocsátást követően. A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban. (f) Az előző 12 óra alatt lehullott teljes csapadékmennyiség 2010. november 8-án 00 UTC-kor. A színskála a 12 órás csapadékmennyiséget jelöli mm-ben. Figyeljük meg a (d) és (e) ábrák közötti hasonlóságot.



6.2.8. ábra. A légkörben maradó részecskék  $n/n_0$  aránya a Merapi vulkán 6.2.7. ábrán bemutatott kitörése esetén az 1. (csapadék hatását is figyelembe vevő, kék) és a 2. típusú (csapadékmentes, piros) szimulációkban. A szaggatott vonalak exponenciális illesztéseket jelölnek  $\kappa_s = 2,295 \text{ nap}^{-1}$  és  $\kappa' = 2,066 \text{ nap}^{-1}$  (kék görbe), illetve  $\kappa_s = 1,393 \text{ nap}^{-1}$  és  $\kappa' = 1,739 \text{ nap}^{-1}$  (piros görbe) szökési rátákkal.

típusúban.

A 6–8,25. nap közötti időszakban az  $n(t)/n_0$  görbe megközelítőleg exponenciális, a szökési ráták  $\kappa_s = 2,295 \text{ nap}^{-1}$ -nek és  $\kappa_s = 1,393 \text{ nap}^{-1}$ -nek adódnak esővel, illetve az eső befolyása nélkül. Ezek az értékek láthatóan valamelyest eltérnek az 500 és 700 hPa-os szintre vonatkozó globális rövidtávú szökési rátáktól,  $\kappa_s = 1,026-1,891 \text{ nap}^{-1}$ -től. Egy rövid átmeneti időszak után a 11. nap elteltével a még légkörben lévő részecskék aránya egy újabb exponenciális fogyásba fordul  $\kappa' = 2,066 \text{ nap}^{-1}$  (csapadékos) és  $\kappa' = 1,739 \text{ nap}^{-1}$  (csapadékmentes) szökési rátákkal. A  $\kappa'$  szökési ráták legfeljebb formális megfelelői lehetnek a 6.2.1. szakaszban vizsgált  $\kappa_\ell$  hosszútávú szökési rátáknak, mivel ennyi idő alatt a kezdetben kicsiny térfogatra korlátozódó részecskék itt nem tudják elérni a légkörben globálisan jól elkevert állapotot (10 nap után a hamufelhő vízszintes kiterjedése csupán kb. 4000 km×100 km), így az  $n(t)/n_0$  görbe menetét erősen befolyásolják a helyi meteorológiai történések. Azonban az eltérő  $\kappa_s$ -ek és  $\kappa'$ -k létezései ismét jól jelzik az időskálák elkülönülését.

A sodródó részecskék függőleges eloszlása érdekes időbeli változáson megy keresztül. Az 1. típusú szimulációra a függőleges eloszlás a 6.2.9. ábrán látható: a részecskék kezdetben egyenletes eloszlása Gauss-eloszlásba rendeződik át, amely egyre szélesedik és laposodik, ahogy lefelé tolódik. Hasonló viselkedést figyeltek meg aeroszol részecskékből álló egyszerű felhőmodellben is (Drótos and Tél, 2011). Igen figyelemreméltó, hogy miután a Gauss-eloszlás közepe elérte a felszínt, és a részecskék túlnyomó többsége kiülepedett, a levegőben maradó kevés szá-



6.2.9. ábra. A 6.2.7. ábrán az 1. típusú szimulációban terjedő részecskék függőleges eloszlása a légkörben 50 hPa vastagságú rétegekben (a) 0, (b) 1, (c) 3, (d) 5 és (e) 7 nappal a kibocsátás után. A szaggatott vonal a felszínt ( $p_s = 1000$  hPa) jelöli. Az (e) ábrán az  $n/n_0$ skála középen szakad az arányok jobb áttekinthetősége kedvéért.

mú részecske függőleges koordinátái továbbra is tág határok között változnak (6.2.9.d, e ábra). A 6.2.8. ábra  $n(t)/n_0$  második exponenciális csökkenéséért ezen kivételes túlélő részecskék felelnek. Valószínűsíthetően a légkörben maradó részecskék ezen széles magassági eloszlása a fizikai háttere a 6.2.1. szakaszban leírt időskálák elkülönülésének (noha a globális esetben az átlagos ülepedési folyamat sokkal lassabban zajlott a Merapi vulkánénál).

A 6.2.10. ábra a 6.2.7. ábrához hasonlóan, de kisebb,  $r = 5 \mu$ m-es részecskék esetén szemlélteti a vulkáni hamuszemcsék légköri terjedését. A várakozásoknak megfelelően ezeknek a részecskéknek a mozgása eltér az előzőektől, más-más függőleges szintekre kerülve az  $r = 10 \mu$ mes részecskékhez képest eltérő szelekkel sodródnak, így a légkör más tartományaiba is eljuthatnak (vö. 4.1. fejezet). A hamufelhő a 3. napon még megfigyelhető kompakt alakját (6.2.10.a ábra) a 7. napra (6.2.10.b ábra) egészen elveszíti, megnyúlik, jóval nagyobb tartományon terül el. Annak ellenére, hogy a szimulációkban mindössze egyetlen, pillanatszerűen kibocsátott hamufelhő terjedését követtük nyomon, e kisebb méretű aeroszol részecskék vízszintes eloszlása a 6.2.10.b ábrán jó egyezést mutat a november 4–8. időszakra vonatkozó SO<sub>2</sub> gáz mért koncentrációjának eloszlását mutató képpel (6.2.11. ábra).

A kibocsátást követő 20. napon (6.2.10.c ábra) a szimulált hamufelhő már a déli félteke jelentős részét lefedi, a közepes szélességek övében jól elkeveredik a légkörben. Ezért nem meglepő, hogy az  $r = 5 \,\mu\text{m}$  sugarú részecskék esetére – az  $r = 10 \,\mu\text{m}$ -esekkel szemben – a második exponenciális időbeli csökkenés kitevője ( $\kappa' = 0,103 \,\mu\text{m}^{-1}$ ), amit emiatt ezúttal már tekinthetünk hosszútávú szökési rátának is, közel azonos a globális hosszútávú szökési rátákkal ( $\kappa_{\ell} = 0,100 \,\text{és} \, 0,104 \,\mu\text{m}^{-1} \, p_0 = 500$ , illetve 700 hPa-ra<sup>6</sup>). Az ülepedési mintázat a 6.2.10.c áb-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Emlékeztetőül: a globális  $\kappa_{\ell}$  nem mutat jelentős függést  $p_0$ -tól.



6.2.10. ábra. A Merapi vulkán kitöréséből származó  $r = 5 \mu$ m-es részecskékből álló hamufelhő helyzete a levegőben (a) 3, (b) 7 és (c) 20 nappal a kibocsátást követően (a többi paraméter megegyezik a 6.2.7. ábránál felsoroltakkal). A színskála a részecskék magasságát jelöli hPa-ban.



6.2.11. ábra. A november 4–8. időszakra vonatkozó, a Merapi vulkán kitöréséből származó SO<sub>2</sub> koncentrációjának eloszlása az Ozone Monitoring Instrument (OMI) mérése alapján (NASA).

rán a 4. fejezetben bemutatottakhoz hasonlóan fraktálszerű, a kiülepedett részecskék kirajzolják légköri kaotikus nyereghalmaz instabil sokaságának a felszínnel vett metszetét. Ez a nyereghalmaz időfüggő lehet, a mintázat a 7. és 20. napok közötti metszetek halmazát jeleníti meg.

#### 6.2.4. Az ülepedési együttható és a szökési ráta kapcsolata

Az előző szakaszokban bemutatott elemzések körvonalazták, hogy az ülepedési együtthatók, illetve a szökési ráta hasonló mérőszámok, arra utalnak, hogy a légkörben lévő anyag mekkora része ülepedik ki a felszínre. A RePLaT modellben az időegység alatt levegőből távozó részecskék száma közvetlenül mérhető, ami fizikailag jobban megalapozottnak tekinthető, mint az, hogy tömegcsökkentő arányt társítanak pontszerű "álrészecskékhez" (mint pl. a 2.2.1. fejezetben felsorolt modellek). A légköri ülepedést tekintve a szimulációkban a részecskeszám  $n \sim \exp(-\kappa t)$  szerint csökken (ahol  $\kappa = \kappa_s$  vagy  $\kappa_\ell$ ), amiből az következik, hogy

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -\kappa n. \tag{6.2.4}$$

Az összefüggés hasonlít a száraz és nedves ülepedés által előidézett koncentrációcsökkenést euleri képben leíró egyenlethez (vö. (3.3.1)) (Seinfeld and Pandis, 1998):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -(k_{\rm d} + k_{\rm w})c, \tag{6.2.5}$$

ahol *c* egy adott légköri anyag koncentrációját jelöli,  $k_d$  és  $k_w$  pedig a száraz, illetve nedves ülepedési együtthatók. Első pillantásra felmerülhet, hogy a (6.2.4) és a (6.2.5) egyenletek megfeleltethetők egymásnak  $k_d+k_w = \kappa$  alkalmazásával. Azonban nem ez a helyzet, mivel a (6.2.5) egyenlet nem a teljes légkörbeli koncentrációra (légkörben lévő összes részecskére), hanem annak csak egy bizonyos magasság alatt lévő részére vonatkozik, ahol a nedves és száraz ülepedés hatással lehet a szennyezőkre.

A két megközelítés közötti konzisztencia tesztelésére ezért a csak p = 900 hPa alatt fellelhető részecskékre is megvizsgáltuk a (6.2.4) arányosságot, a szimulációkban a  $\kappa$ -nak többékevésbé megfeleltethető  $\Delta n/(n_{900 \text{ hPa}}\Delta t)$  mennyiséget meghatározva<sup>7</sup> különböző r méretű részecskékre. Itt  $\Delta n$  a  $\Delta t$  idő alatt kiülepedett részecskék számát jelzi ( $\Delta n/\Delta t \approx -dn/dt$ ),  $n_{900 \text{ hPa}}$  pedig a 900 hPa-os szint alatt található részecskék száma. A részecskéket ezen a  $p_0 = 900$  hPa-os szinten indítottuk útnak globálisan egyenletes eloszlásban. A várakozás szerint a  $\Delta n/(n_{900 \text{ hPa}}\Delta t)$  mennyiség  $k_d + k_w$  nagyságrendjébe esik, és gyenge időbeli változást mutathat a csapadékos területek időbeli változékonyságának köszönhetően. Az eredményeket a 6.2.12. ábra szemlélteti.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>A különbség az, hogy ebben az esetben a véges különbségeket időlépcsőnként határozzuk meg, míg az  $n \sim \exp(-\kappa t)$  illesztés nagy időintervallumra történik.



6.2.12. ábra. A  $\Delta n/(n_{900 \text{ hPa}}\Delta t)$  mennyiség időbeli változása a csapadék és a turbulens diffúzió hatását is figyelembe vevő szimulációkban (1. típus). Kezdeti feltételek:  $n_0 = 2,5 \cdot 10^5$ darab, r sugarú részecske kezdetben egyenletesen elosztva a  $p_0 = 900$  hPa-os szinten.  $\Delta n$ a  $\Delta t$  idő alatt kiülepedett részecskék számát jelzi,  $n_{900 \text{ hPa}}$  pedig a 900 hPa-os szint alatt található, de még nem kiülepedett részecskék száma.

A felrajzolt r = 1 és 12 µm-es részecskékre vonatkozó görbe megfelel a várakozásnak: a  $\Delta n/(n_{900 \text{ hPa}}\Delta t)$  arány nem állandó, időbeli függést mutat. Az átlag nagy részecskékre  $3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 2,59 \text{ nap}^{-1}$ , míg kis részecskékre ennek kb. harmada,  $10^{-5} \text{ s}^{-1} = 0,86 \text{ nap}^{-1}$ . Az átlagértékek nagyságrendi egyezést mutatnak a mérésekből meghatározott ülepedési együttha-tókkal (lásd pl. Seinfeld and Pandis (1998), Sportisse (2007)).

### 6.2.5. Összegzés

A szimulációk szerint a részecskék kiülepedésének ütemét egy rövid- és egy hosszútávú szökési ráta írja le. Az előbbi annál nagyobb, minél alacsonyabbról indulnak kezdetben a részecskék, míg az utóbbi – mivel olyan részecskéket jellemez, amelyek már elkeveredtek a légkörben – nem mutat jelentős függést a kiindulási szinttől.

Összességében elmondható, hogy habár az ülepedés parametrizálása nem mentes problémáktól, és természetesen a fejezetben bemutatott szökési ráta értékek is függhetnek a különböző parametrizációk alkalmazásától, a RePLaT modellben alkalmazott viszonylag egyszerű módszer is nagyságrendileg a mért ülepedési értékeknek megfelelő eredményeket ad, és emellett még finom részleteket is feltár. A folyamatok mélyrehatóbb leírásával, például a felhőn belüli és felhő alatti kimosódás részletesebb parametrizációjával további javulás várható.

# 7. fejezet

# Összefoglalás

A környezetvédelem iránti növekvő érdeklődés, az egészségügyi és gazdasági kockázatok részletes előrejelzésére vonatkozó elvárások hatására az utóbbi évtizedekben megnőtt az igény a légköri szennyeződések terjedésének minél pontosabb nyomon követésére. A kutatás során azt a célt tűztük ki, hogy egy olyan, valódi aeroszol részecskéket követő lagrange-i terjedési modellt dolgozzunk ki, amely könnyen átlátható, de emellett hűen leírja a sodródó részecskék mozgását befolyásoló legfontosabb folyamatokat. A kifejlesztett Real Particle Lagrangian Trajectory (RePLaT) modell más, ismert, valós méretű és sűrűségű részecskék terjedését leíró modellekhez képest nemcsak a részecskék átlagszél általi sodródásával és a nehézségi erőből adódó süllyedésével számol, hanem magában foglalja a turbulens diffúzió hatását és a csapadék általi ülepedést is (mint a számítási vagy "álrészecskéket" követő terjedési modellek). A modell újdonsága az egyedi részecskékre vonatkoztatott nedves ülepedés beépítése, amely csapadékintenzitástól függő véletlen folyamatként szerepel a modellben. Ennek során a részecske bizonyos valószínűséggel egy cseppbe kerül, cseppé alakul, azaz sűrűsége és mérete megváltozik, a trajektóriáját a továbbiakban pedig már az új tulajdonságaiból számított határsebesség határozza meg. A részecske – az "álrészecske"-modellekkel szemben – nem pillanatszerűen hagyja el a légkört, hanem a levegőben végighaladva hulló esőcseppként.

A RePLaT modellt az Eyjafjallajökull vulkán kitöréseiből származó hamu, valamint a fukushimai atomerőmű megrongálódásakor levegőbe került radioaktív anyagok légköri terjedésének és kiülepedésének szimulációjával teszteltük egyrészt szabad légkörbeli körülmények között, másrészt a planetáris határréteg fontosabb folyamatainak figyelembevételével is. Az Eyjafjallajökull esetén a sodródási képeken a vulkáni hamu eloszlása jó egyezést mutatott műholdas mérésekkel. A fukushimai szimulációkban a koncentrációmezők szerkezete hasonlónak bizonyult más terjedési modellekkel végzett futtatások eredményeihez. A futtatásokban a szennyeződés megjelenésének időpontja különböző mérési pontokra egybeesett a megfigyelésekkel, és a <sup>133</sup>Xe nemesgáz mért koncentrációjának időbeli menetét is megfelelően visszaadták a szimulációk. A <sup>137</sup>Cs esetén a RePLaT bizonyos időszakokban, főként európai mérőállomásokra, felülbecsülte a koncentrációértékeket. Ezt magyarázhatja a felhasznált meteorológiai adatok nem elegendően finom felbontása, a modellbe épített nedves ülepedés sajátosságai (pl. a felhőn belüli kimosódás hiánya), illetve az, hogy a szimulációkat becsült kibocsátási adatokkal futtattuk.

Egy esettanulmányon megvizsgáltuk, hogy a felhasznált meteorológiai mezőkben rejlő bizonytalanságok milyen hatással lehetnek a terjedési számítások eredményeire. Ennek feltárása céljából a szabad légkörben alkalmazott egyszerűsítésekkel egy ensemble meteorológiai előrejelzés minden egyes tagjával különböző méretű aeroszol részecskék terjedésére vonatkozó szimulációkat futtattunk le. Az ensemble előrejelzés szennyeződésfelhői között számottevő függőleges és vízszintes különbségek voltak megfigyelhetők, és a felhők 5–10-szer akkora terület fölött terültek el, mint a nagyfelbontású előrejelzés szennyeződésfelhője. Az eltérés annál nagyobbnak adódott, minél kisebbek a részecskék. Az eltéréseket különböző mérőszámokkal számszerűsítettük. Meghatároztuk a szennyeződésfelhők tömegközéppontjának eltérését, a részecskék tömegközéppont körüli szórását, emellett bevezettünk egy új mérőszámot, a különböző ensemble terjedési előrejelzésekben lévő részecske-hasonmások átlagos négyzetes távolságát. A részecskék szórása alapján meghatározott, ensemble tagok közötti lagrange-i változékonyság 2–3-szor meghaladta a felhasznált meteorológiai előrejelzések változékonyságát, amit a szélsebességből számítottunk.

Érdemes hangsúlyozni, hogy jelen tanulmányban csupán a szélmezőbeli különbségek terjedésszámításra gyakorolt hatását elemeztük. A turbulens diffúzióval, csapadéktevékenységgel kiegészített szimulációk a több bizonytalansági tényezőből fakadóan várhatóan még nagyobb változékonyságot eredményeznek a légköri koncentrációban és az ülepedési mezőben.

A részecskék mozgását a kaotikus viselkedés szempontjából is tanulmányoztuk néhány, a dinamikai rendszerek elméletéből ismert, de a légkörben még nem vizsgált mérőszám segítségével. A szimulációkban egy esettanulmányon keresztül szemléltettük, hogy egy kezdetben kicsiny, egydimenziós szennyeződésfelhő a sodródás során egyre jobban megnyúlik, "összegyűrődik", rövid idő után egy félteke tekintélyes részét lefedő tekervényes, kacskaringós alakzattá alakul. A szálnak a hossza időben exponenciálisan növekszik, a növekedés mértékét pedig a topologikus entrópia adja meg.

A szimulációkban meghatároztuk a 10 napos topologikus entrópia földrajzi és évszakos eloszlását. A legnagyobb topologikus entrópia értékek a közepes és magas szélességeken, főként a féltekék téli évszakában lépnek fel (0,8–0,9 nap<sup>-1</sup>), míg a legkisebbekkel a trópusi térségben találkozhatunk (0,2–0,3 nap<sup>-1</sup>). Az átlagos topologikus entrópia csak kis mértékben függ a részecskék kiindulási magasságától. Az előzetes vizsgálatok alapján úgy tűnik, hogy a turbulens diffúzió figyelembevétele nem befolyásolja jelentősen a topologikus entrópia értékét. Kimutattuk, hogy ez a fajta topologikus entrópia (kis részecskék esetére) a légkör állapotának egy újfajta mérőszámának tekinthető, amely a szennyeződésterjedés intenzitását és szerkezetét jellemzi.

#### 7. FEJEZET. ÖSSZEFOGLALÁS

A topologikus entrópia mellett néhány esettanulmányban meghatároztuk a szennyeződésfelhők sodródása során kialakuló alakzat összetettségét jellemző fraktáldimenziót. Ez a földrajzi kiindulási helytől függően időben eltérő sebességgel növekszik, és az egydimenziós vonaldarabokat jellemző 1-ről a sodródás folyamán bonyolult, kacskaringós alakúra gyűrődő, szinte egy egész féltekét beterítő szennyeződésfelhő esetén a 2-höz közelít.

Bemutattuk, hogy a tranziens káosz elméletéből ismert szökési ráta alkalmas mennyiség az aeroszol részecskék légköri kiülepedésének jellemzésére. A tapasztalatok szerint a légkörben terjedő, adott szinten kezdetben globálisan egyenletes eloszlásban elhelyezett részecskék száma időben exponenciálisan csökken. Két időszak különíthető el, melyeket eltérő ütemű exponenciális fogyás jellemez. Az ezekhez tartozó két különböző kitevő a rövid- és a hosszútávú szökési ráta: a rövidtávú szökési ráta a részecskék java részének, míg a hosszútávú szökési ráta azon kivételes részecskéknek a kihullását számszerűsíti, amelyek hosszú ideig "túlélnek" a légkörben. A hosszútávú szökési ráta értéke – a légkörben sokáig maradó részecskék elkeveredése miatt – nem mutat jelentős függést a kiindulási magasságtól, míg a rövidtávú szökési ráta annál nagyobb, minél alacsonyabbról indulnak a részecskék.

Vizsgáltuk az advekció, a turbulens diffúzió és a csapadéktevékenység részecskék kiülepedésére gyakorolt hatását, valamint mindkét szökési rátának a részecskék kezdeti magasságától, illetve a részecskemérettől való függését. A szökési ráták részecskemérettől való függésére a legjobb illesztésnek mindkét szökési ráta esetén mind a háromféle szimulációban az exponenciális illesztés bizonyult. Az alkalmazott nedves ülepedési és turbulens diffúziós parametrizáció hatása független a részecskemérettől, de a csapadéktevékenység szerepét erősebbnek találtuk. A szökési ráták méretfüggésénél a legkisebb mértékű függés a csapadék hatását figyelembe vevő, míg a legnagyobb a csapadék és a turbulens diffúzió hatását is elhanyagoló szimulációban fordult elő. A csapadéktevékenység bármilyen részecskesugár esetén fokozza a kiülepedést, míg a turbulens diffúzió kis részecskékre ( $r < 5 \mu$ m) növeli, nagyobbakra ( $r \approx 5$ –10 µm) csökkenti a kiülepedő részecskék számát.

A szökési ráták mellett meghatároztuk a részecskék átlagos kaotikus viselkedésének időtartamát jellemző átlagos légköri tartózkodási időt is különböző kiindulási magasságok és részecskeméretek esetén. Az átlagos tartózkodási idő magasabb kezdeti helyzetű részecskékre nagyobb, valamint a szökési rátához hasonlóan exponenciálisan függ a részecskék sugarától. Kicsiny, szabad légkörben induló részecskékre a hosszútávú szökési ráta reciprokával, míg egyéb esetben a rövidtávú szökési ráta reciprokával becsülhető.

Az indonéziai Merapi vulkán kitörésének példáján egy esettanulmányon keresztül is tanulmányoztuk a részecskék kiülepedésének ütemét, összefüggését az aktuális időjárási helyzettel. Végezetül a dolgozat kitér a szökési ráta és a meteorológiában gyakran használatos ülepedési együttható kapcsolatára. Mindkét mennyiség a felszínre kiülepedő anyag arányát fejezi ki, de különböző szemléletben. Érdemes megjegyezni, hogy a szökési ráta értékek természetesen függhetnek a nedves ülepedés és turbulens diffúzió parametrizációjától. Ennek részletes elemzése további vizsgálat tárgyát képezheti.

Az egyszerű felépítés érdekében a RePLaT-ba jelenleg több tényező nincs beépítve, amelyek főként a nedves ülepedés részletesebb leírásával kapcsolatosak. A későbbiekben például a felhőn belüli és a felhő alatti kimosódás elkülönítése, az eső és a hó általi kiülepedés megkülönböztetése, a részecskék és a cseppek méretétől függő ütközési hatékonyság alkalmazása a modell fontos továbbfejlesztendő területei lehetnek. A jövőben érdemes lehet a terjedési modellt meteorológiai modellel összekapcsolni, kihasználva az utóbbi részletesebb fizikai parametrizációs rendszerét a RePLaT modell további javítása érdekében.

Összességében elmondható, hogy a létrehozott RePLaT modellel végzett szimulációk kielégítő eredményeket szolgáltattak megtörtént események során kibocsátott szennyezőanyagok terjedésének nyomon követésére. Emellett a modell alkalmasnak bizonyult a légköri kaotikus viselkedés tanulmányozására is.

# Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt köszönöm témavezetőmnek, *Tél Tamás*nak, hogy a szoros időbeosztása ellenére az elmúlt három és fél évben (is) mindig tudott rám időt szakítani, lelkesített és bátorított, és hasznos és érdekes ötletekkel, felmerülő kérdésekkel járult hozzá a kutatásban való előrelépéshez. Sokat tanulhattam tőle arról is, hogy egy fizikus szem néha más szemléletben látja a világot, mint egy meteorológus. Hálás vagyok, hogy a jóvoltából jó néhány konferencián, nyári iskolán és tanulmányúton részt vehettem, ahol az ismereteimet és ismeretségemet gyarapíthattam, és megpróbálhattam megbirkózni az angol nyelven való előadástartás kezdeti nehézségeivel. Köszönöm, hogy az irományokat, legyen az cikk vagy a jelen dolgozat, mindig tüzetesen átnézte, és a kisebb-nagyobb javítanivalók mellett az apróbb hibákra is felhívta a figyelmemet; ezekből is sokat tanultam.

Köszönöm másik témavezetőmnek, *Horányi András*nak, hogy habár a doktori munka egy részében külföldön tartózkodott, az elküldött cikkeket, beszámolókat mindig aprólékosan elolvasta, és hasznos észrevételekkel és megjegyzésekkel segítette a munkák jobbá, pontosabbá és teljesebbé tételét. A dolgozat alakulását is nagy igényességgel követte nyomon.

Köszönöm konzulensemnek, *Tasnádi Péter*nek az építő tanácsait, javaslatait, és nem utolsósorban biztató szavait.

Nagy köszönet illeti *Ihász István*t, aki nélkülözhetetlen segítséget nyújtott a modell által felhasznált meteorológiai adatokhoz való hozzáférésében, és akárhányszor ilyen jellegű kérésekkel zargattam, minden alkalommal rögvest intézkedett. Köszönöm *Lagzi István László*nak, hogy felhívta figyelmünket egy ígéretes témára. Köszönöm *Szunyogh István*nak, hogy felvetéseivel tovább segítette egyik cikkünk alakulását, és családjának vendégszeretetével még derűsebbé tette a College Station-i tanulmányút napsütéses heteit.

A szakmai szempontok mellett rengeteget számít az emberi oldal, a környező kellemes légkör is (így a dolgozat végén ezúttal a szó átvitt értelmében). Ezúton szeretném megköszönni néhány munkatársnak, különösen *Györgyi Gézá*nak, *Jánosi Imré*nek és *Rácz Zoltán*nak a barátságos hangulatot, *Kolozsvári Marcsi*nak, hogy a mindenféle utazások és szerződések bonyolult ügyeit nagy hozzáértéssel és kitartással végezte. Köszönöm *Faragó István*nak és *Simon Péter*nek, hogy már negyedéves koromtól kezdve lehetőséget biztosítottak arra, hogy gyakorlatvezetőként kipróbáljam magam az oktatásban, és örülök, hogy olyan hallgatókat taníthattam, akik még színesebbé tették az amúgy sem szürke hétköznapokat.

Hálás vagyok *Homonnai Viki*nek, *Várai Anitá*nak és *Horváth Tomi*nak azért, hogy az utóbbi években mindig fordulhattam hozzájuk bármilyen ügy kapcsán. Sok derűs és vidám órát köszönhetek nekik. Köszönöm nekik és *Drótos Gábor*nak, hogy átolvasták a dolgozat egy-egy részét.

Végezetül természetesen köszönöm a családomnak és barátaimnak, hogy a doktori képzés alatt is végig mellettem álltak, elviseltek és támogattak.

# Irodalomjegyzék

- Arason, P., Petersen, G. and Bjornsson, H. (2011): Observations of the altitude of the volcanic plume during the eruption of Eyjafjallajökull, April–May 2010. *Earth System Science Data Discussions*, 4 (1), 1–25.
- Aref, H. (1984): Stirring by chaotic advection. Journal of Fluid Mechanics, 143 (1), 1–21.
- Aref, H. (2002): The development of chaotic advection. *Physics of Fluids*, **14**, 1315–1325.
- Bartnicki, J. and Saltbones, J. (2008): Atmospheric dispersion of radioactive debris released in case of nuclear explosion using Norwegian SNAP model. *Hrvatski Meteorološki Časopis*, 43 (1), 111–115.
- Belosi, F., Santachiara, G. and Prodi, F. (2011): Eyjafjallajökull volcanic eruption: Ice nuclei and particle characterization. *Atmospheric and Climate Sciences*, **1**, 34–40.
- Bikit, I., Mrda, D., Todorovic, N., Nikolov, J., Krmar, M., Veskovic, M., Slivka, J., Hansman, J., Forkapic, S. and Jovancevic, N. (2012): Airborne radioiodine in northern Serbia from Fukushima. *Journal of Environmental Radioactivity*, **114**, 89–93.
- Bossew, P., Kirchner, G., De Cort, M., De Vries, G., Nishev, A. and De Felice, L. (2012): Radioactivity from Fukushima Dai-ichi in air over Europe; part 1: spatio-temporal analysis. *Journal of Environmental Radioactivity*, **114**, 22–34.
- Bouttier, F., Vié, B., Nuissier, O. and Raynaud, L. (2012): Impact of stochastic physics in a convection-permitting ensemble. *Monthly Weather Review*, **140** (11), 3706–3721.
- Bowman, K. P. (1993): Large-scale isentropic mixing properties of the Antarctic Polar Vortex from analyzed winds. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres (1984–2012)*, **98**, 23013–23027.
- Bowman, K. P., Lin, J. C., Stohl, A., Draxler, R., Konopka, P., Andrews, A. and Brunner, D. (2013): Input data requirements for Lagrangian trajectory models. *Bulletin of the American Meteorological Society*, pp. 1051–1058.
- Bowyer, T. W., Biegalski, S. R., Cooper, M., Eslinger, P. W., Haas, D., Hayes, J. C., Miley, H. S., Strom, D. J. and Woods, V. (2011): Elevated radioxenon detected remotely following the Fukushima nuclear accident. *Journal of Environmental Radioactivity*, **102** (7), 681–687.
- Buizza, R. and Palmer, T. (1995): The singular-vector structure of the atmospheric global circulation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **52** (9), 1434–1456.

- Businger, J., Wyngaard, J., Izumi, Y. and Bradley, E. F. (1971): Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **28** (2), 181–189.
- Campanelli, M., Estelles, V., Smyth, T., Tomasi, C., Martìnez-Lozano, M., Claxton, B., Muller, P., Pappalardo, G., Pietruczuk, A., Shanklin, J. et al. (2012): Monitoring of Eyjafjallajökull volcanic aerosol by the new European Skynet Radiometers (ESR) network. *Atmospheric Environment*, 48, 33–45.
- Challa, V., Indrcanti, J., Baham, J., Patrick, C., Rabarison, M., Young, J., Hughes, R., Swanier, S., Hardy, M. and Yerramilli, A. (2008): Sensitivity of atmospheric dispersion simulations by HYSPLIT to the meteorological predictions from a meso-scale model. *Environmental Fluid Mechanics*, 8, 367–387.
- Chino, M., Nakayama, H., Nagai, H., Terada, H., Katata, G. and Yamazawa, H. (2011): Preliminary estimation of release amounts of <sup>131</sup>I and <sup>137</sup>Cs accidentally discharged from the Fukushima Daiichi nuclear power plant into the atmosphere. *Journal of Nuclear Science and Technology*, **48** (7), 1129–1134.
- Cunningham, E. (1910): On the velocity of steady fall of spherical particles through fluid medium. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, **83** (563), 357–365.
- Dabberdt, W. F. and Miller, E. (2000): Uncertainty, ensembles and air quality dispersion modeling: applications and challenges. *Atmospheric Environment*, **34**, 4667–4673.
- D'Amours, A. (1998): Modeling the ETEX plume dispersion with the Canadian emergency response model. *Atmospheric Environment*, **32** (24), 4335–4341.
- D'Amours, R. and Malo, A. (2004): A zeroth order Lagrangian Particle Dispersion Model *MLDP0*. Meteorological Service of Canada, Canadian Meteorological Centre, Environmental Emergency Response Section. Internal report.
- Dee, D. P., Uppala, S. M., Simmons, A. J., Berrisford, P., Poli, P., Kobayashi, S., Andrae, U., Balmaseda, M. A., Balsamo, G., Bauer, P., Bechtold, P., Beljaars, A. C. M., van de Berg, L., Bidlot, J., Bormann, N., Delsol, C., Dragani, R., Fuentes, M., Geer, A. J., Haimberger, L., Healy, S. B., Hersbach, H., Hólm, E. V., Isaksen, L., Kållberg, P., Köhler, M., Matricardi, M., McNally, A. P., Monge-Sanz, B. M., Morcrette, J.-J., Park, B.-K., Peubey, C., de Rosnay, P., Tavolato, C., Thépaut, J.-N. and Vitart, F. (2011): The ERA-Interim Reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 137 (656), 553–597.
- Draxler, R. R. and Hess, G. D. (1998): An overview of the HYSPLIT\_4 modeling system for trajectories, dispersion and deposition. *Australian Meteorological Magazine*, **47**, 295–308.
- Draxler, R. R. and Hess, G. D. (2004): *Description of the HYSPLIT\_4 modeling system*. Air Resources Laboratory, Silver Spring, Maryland. NOAA Technical Memorandum ERL ARL-224.
- Drótos, G. and Tél, T. (2011): Chaotic saddles in a gravitational field: The case of inertial particles in finite domains. *Physical Review E*, **83** (5), 056203.
- Dyer, A. J. (1974): A review of flux-profile relationships. *Boundary-Layer Meteorology*, 7, 363–372.

- Dyer, A. J. and Hicks, B. B. (1970): Flux-gradient relationships in the constant flux layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **96**, 715–721.
- ERA-Interim (utolsó elérés: 2014. január 26.): http://data-portal.ecmwf.int/ data/d/interim\_daily/levtype=pl/.
- EUMETSAT (utolsó elérés: 2014. január 26.): http://oiswww.eumetsat.org/ WEBOPS/medialib/medialib/images/2010\_05\_10\_1200\_m8\_rgb\_ 24hmicro.jpg.
- Flentje, H., Claude, H., Elste, T., Gilge, S., Köhler, U., Plass-Dülmer, C., Steinbrecht, W., Thomas, W., Werner, A. and Fricke, W. (2010): The Eyjafjallajökull eruption in April 2010 – detection of volcanic plume using in-situ measurements, ozone sondes and lidar-ceilometer profiles. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **10** (20), 10085–10092.
- Folch, A., Costa, A. and Macedonio, G. (2009): FALL3D: A computational model for transport and deposition of volcanic ash. *Computers and Geosciences*, **35**, 1334–1342.
- Galmarini, S., Bianconi, R., Klug, W., Mikkelsen, T., Addis, R., Andronopoulos, S., Astrup, P., Baklanov, A., Bartniki, J., Bartzis, J., Bellasio, R., Bompay, F., Buckley, R., Bouzom, M., Champion, H., D'Amours, R., Davakis, E., Eleveld, H., Geertsema, G., Glaab, H., Kollax, M., Ilvonen, M., Manning, A., Pechinger, U., Persson, C., Polreich, E., Potemski, S., Prodanova, M., Saltbones, J., Slaper, H., Sofiev, M., Syrakov, D., Sørensen, J., der Auwera, L., Valkama, I. and Zelazny, R. (2004): Ensemble dispersion forecasting Part I: concept, approach and indicators. *Atmospheric Environment*, 38 (28), 4607–4617.
- Geresdi I. (2004): *Felhőfizika*. Dialóg Campus Kiadó, Budapest–Pécs. ISBN 963-9542-09-1, 272 pp.
- Götz, G. és Rákóczi, F. (1981): *A dinamikus meteorológai alapjai*. Tankönyvkiadó, Budapest. ISBN 936-17-5580-0, 483 pp.
- von Hardenberg, J., Fraedrich, K., Lunkeit, F. and Provenzale, A. (2000): Transient chaotic mixing during baroclinic life cycle. *Chaos*, **10**, 122–134.
- Haszpra T. (2008): Kettős örvények a légkörben: pontörvény-modell és kaotikus sodródás. Eötvös Loránd Tudományegyetem, Meteorológiai Tanszék, TDK dolgozat.
- Haszpra T. (2010): Légtömegek kaotikus mozgásának vizsgálata passzív nyomelem sodródásának követésével. Eötvös Loránd Tudományegyetem, Meteorológiai Tanszék, diplomamunka.
- Haszpra T. (2013): Világjáró részecskék a légkörben Az Eyjafjallajökull vulkán kitörésének és a fukushimai balesetnek a tanulságai. *Természet Világa*, **144** (Káosz, környezet, komplexitás különszám), 67–72.
- Haszpra, T., Kiss, P., Tél, T. and Jánosi, I. M. (2012): Advection of passive tracers in the atmosphere: Batchelor scaling. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **22**, 1250241.
- Haszpra, T., Lagzi, I. and Tél, T. (2013): Dispersion of aerosol particles in the free atmosphere using ensemble forecasts. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **20** (5), 759–770. doi:10.5194/ npg-20-759-2013.

- Haszpra, T. and Tél, T. (2011): Volcanic ash in the free atmosphere: A dynamical systems approach. *Journal of Physics: Conference Series*, **333**, 012008.
- Haszpra, T. and Tél, T. (2013a): Escape rate: a Lagrangian measure of particle deposition from the atmosphere. *Nonlinear Processes in Geophysics*, **20** (5), 867–881. doi: 10.5194/npg-20-867-2013.
- Haszpra, T. and Tél, T. (2013b): Topological entropy: a Lagrangian measure of the state of the free atmosphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **70** (12), 4030–4040. doi:10.1175/JAS-D-13-069.1.
- Heffter, J. and Stunder, B. (1993): Volcanic Ash Forecast Transport And Dispersion (VAFTAD) model. *Weather and Forecasting*, **8** (4), 533–541.
- Högström, U. (1988): Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer: a re-evaluation. *Boundary-Layer Meteorology*, **42**, 55–78.
- Högström, U. (1996): Review of some basic characteristics of the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorology*, **78** (3-4), 215–246.
- Holt, T., Pullen, J. and Bishop, C. H. (2009): Urban and ocean ensembles for improved meteorological and dispersion modeling of the coastal zone. *Tellus A*, **61**, 232–249.
- Holton, J. R. (2004): An Introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press, 4th edition. ISBN 0-12-354015-1, 535 pp.
- Holtstag, A. A. M. and Boville, B. A. (1993): Local versus nonlocal boundary-layer diffusion in a global climate model. *Journal of Climate*, **6**, 1825–1842.
- Holtstag, A. A. M., Bruijn, E. I. F. and Pan, H.-L. (1990): A high resolution air mass transformation model for short range weather forecasting. *Monthly Weather Review*, **118**, 1561–1575.
- Hortal, M. and Simmons, A. (1991): Use of reduced Gaussian grids in spectral models. *Monthly Weather Review*, **119** (4), 1057–1074.
- Huber, M., McWilliams, J. C. and Ghil, M. (2001): A climatology of turbulent dispersion in the troposphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **58**, 2377–2394.
- Isaksen, L., Haseler, J., Buizza, R., and Leutbecher, M. (2010): The new Ensemble of Data Assimilation. *ECMWF Newsletter*, **123**, 17–21.
- Jaenicke, R. (1993): Tropospheric aerosols. In P. V. Hobbs, editor, Aerosol-cloud-climate interactions, volume 1, pp. 1–31. Academic Press, Inc. ISBN 0-12-350725-1.
- Johnson, B., Turnbull, K., Brown, P., Burgess, R., Dorsey, J., Baran, A. J., Webster, H., Haywood, J., Cotton, R., Ulanowski, Z., Hesse, E., Woolley, A. and Rosenberg, P. (2012): In situ observations of volcanic ash clouds from the FAAM aircraft during the eruption of Eyjafjallajökull in 2010. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, **117** (D20). doi: 10.1029/2011JD016760.
- Jones, A., Thomson, D., Hort, M. and Devenish, B. (2007): The U.K. Met Office's Next-Generation Atmospheric Dispersion Model, NAME III. In C. Borrego and A.-L. Norman, editors, *Air Pollution Modeling and Its Application XVII*, pp. 580–589. Springer US. ISBN 978-0-387-68854-1. doi:10.1007/978-0-387-68854-1\\_62.
- Kalnay, E. (2003): Atmospheric modeling, data assimilation and predictability. Cambridge University Press, Cambridge. ISBN 0-521-79179-0, 341 pp.
- Kaneyasu, N., Ohashi, H., Suzuki, F., Okuda, T. and Ikemori, F. (2012): Sulfate aerosol as a potential transport medium of radiocesium from the Fukushima nuclear accident. *Environmental Science & Technology*, **46** (11), 5720–5726.
- Kocsis, Zs., Ferenczi, Z., Havasi, Á. and Faragó, I. (2009): Operator splitting in the Lagrangian air pollution transport model FLEXPART. *Időjárás*, **113** (3), 189–202.
- Kristiansen, N., Stohl, A. and Wotawa, G. (2012): Atmospheric removal times of the aerosolbound radionuclides <sup>137</sup>Cs and <sup>131</sup>I during the months after the Fukushima Dai-ichi nuclear power plant accident–a constraint for air quality and climate models. *Atmospheric Chemistry* and Physics, **12** (22), 10759–10769.
- Lai, Y.-C. and Tél, T. (2011): Transient Chaos: Complex Dynamics on Finite Time Scales. Springer, New York. ISBN 978-1-4419-6986-6, 512 pp.
- Landau, L. D. and Lifsic, E. M. (1980): *Elméleti fizika VI. Hidrodinamika*. Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 684 pp.
- Langmann, B., Folch, A., Hensch, M. and Matthias, V. (2012): Volcanic ash over Europe during the eruption of Eyjafjallajökull on Iceland, April–May 2010. *Atmospheric Environment*, **48**, 1–8.
- Lee, J. A., Peltier, L. J., Haupt, S. E., Wyngaard, J. C., Stauffner, D. R. and Deng, A. (2009): Improving SCIPUFF dispersion forecasts with NWP ensembles. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 48, 2305–2319.
- Leon, J. D., Jaffe, D., Kaspar, J., Knecht, A., Miller, M., Robertson, R. and Schubert, A. (2011): Arrival time and magnitude of airborne fission products from the Fukushima, Japan, reactor incident as measured in Seattle, WA, USA. *Journal of Environmental Radioactivity*, **102** (11), 1032–1038.
- Leutbecher, M. and Palmer, T. (2008): Ensemble forecasting. *Journal of Computational Physics*, **227**, 3515–3539.
- Lorenz, E. N. (1963): Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **20** (2), 130–141.
- MacMullin, S., Giovanetti, G., Green, M., Henning, R., Holmes, R., Vorren, K. and Wilkerson, J. (2012): Measurement of airborne fission products in Chapel Hill, NC, USA from the Fukushima Dai-ichi reactor accident. *Journal of Environmental Radioactivity*, **112**, 165–170.
- Manolopoulou, M., Vagena, E., Stoulos, S., Ioannidou, A. and Papastefanou, C. (2011): Radioiodine and radiocesium in Thessaloniki, Northern Greece due to the Fukushima nuclear accident. *Journal of Environmental Radioactivity*, **102** (8), 796–797.

- Masson, O., Baeza, A., Bieringer, J., Brudecki, K., Bucci, S., Cappai, M., Carvalho, F., Connan, O., Cosma, C., Dalheimer, A. et al. (2011): Tracking of airborne radionuclides from the damaged Fukushima Dai-ichi nuclear reactors by European networks. *Environmental Science & Technology*, **45** (18), 7670–7677.
- Mészáros, E. (1999): *Fundamentals of Atmospheric Aerosol Chemistry*. Akadémiai Kiadó, Budapest. ISBN 963-05-7624-4, 308 pp.
- Mészáros E. (2011): Kis tudományból nagy tudomány: az aeroszol-kutatás története. *Magyar Tudomány*, pp. 1226–1237.
- Michaelides, E. E. (2006): *Particles, bubbles and drops: their motion, heat and mass transfer.* World Scientific Publisher Co. Pte. Ltd. ISBN 9812566473, 410 pp.
- Mizuta, R. and Yoden, S. (2001): Chaotic mixing and transport barriers in a idealized stratospheric polar vortex. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **58**, 2616–2629.
- Molteni, F., Buizza, R., Palmer, T. N. and Petroliagis, T. (1996): The ECMWF Ensemble Prediction System: Methodology and validation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **122**, 73–119.
- NASA (utolsó elérés: 2014. január 26.): http://earthobservatory.nasa.gov/ NaturalHazards/view.php?id=46881.
- Newhouse, S. and Pignataro, T. (1993): On the estimation of topological entropy. *Journal of Statistical Physics*, **72**, 1331–1351.
- Näslund, E. and Thaning, L. (1991): On the settling velocity in a nonstationary atmosphere. *Aerosol Science and Technology*, **14** (2), 247–256. doi:10.1080/02786829108959487.
- Palmer, T., Buizza, R., Doblas-Reyes, F., Jung, T., Leutbecher, M., Shutts, G., Steinheimer, M. and Weisheimer, A. (2009): *Stochastic parametrization and model uncertainty*. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. Technical Memorandum.
- Paris, J.-D., Stohl, A., Nédélec, P., Arshinov, M. Y., Panchenko, M., Shmargunov, V., Law, K. S., Belan, B. and Ciais, P. (2009): Wildfire smoke in the Siberian Arctic in summer: source characterization and plume evolution from airborne measurements. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 9 (23), 9315–9327.
- Peuch, V.-H., Amodei, M., Barthet, T., Cathala, M., Josse, B., Michou, M. and Simon, P. (1999): MOCAGE. In Modèle de Chimie Atmosphérique à Grande Echelle, paper presented at the Workshop on Atmospheric Modelling, Météo France, Toulouse, France, Dec.
- Pierrehumbert, R. T. and Yang, H. (1993): Global chaotic mixing on isentropic surfaces. *Journal* of the Atmospheric Sciences, **50**, 2462–2480.
- Pittauerová, D., Hettwig, B. and Fischer, H. W. (2011): Fukushima fallout in Northwest German environmental media. *Journal of Environmental Radioactivity*, **102** (9), 877–880.
- Pruppacher, H. and Klett, J. (1997): *Microphysics of Clouds and Precipitation*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands. ISBN 978-0-7923-4211-9, 954 pp.

- Pudykiewicz, J. (1989): Simulation of the Chernobyl dispersion with a 3-D hemispheric tracer model. *Tellus B*, **41** (4), 391–412.
- Revuelta, M., Sastre, M., Fernández, A., Martín, L., García, R., Gómez-Moreno, F., Artíñano, B., Pujadas, M. and Molero, F. (2012): Characterization of the Eyjafjallajökull volcanic plume over the Iberian Peninsula by lidar remote sensing and ground-level data collection. *Atmospheric Environment*, 48, 46–55.
- Ryall, D. and Maryon, R. (1998): Validation of the UK Met. Office's NAME model against the ETEX dataset. *Atmospheric Environment*, **32** (24), 4265–4276.
- Saltbones, J., Foss, A. and Bartnicki, J. (1996): Severe Nuclear Accident Program (SNAP) a Real Time Dispersion Model. In *Air Pollution Modeling and Its Application XI*, pp. 471–479. Springer.
- Saltbones, J., Foss, A. and N., B. (1998): Norwegian Meteorological Institute's real time dispersion model SNAP (Severe Nuclear Accident Program): runs for ETEX and ATMES II experiments with different meteorological input. *Atmospheric Environment*, **32** (24), 4277– 4283.
- Scheele, M. P. and Siegmund, P. C. (2001): Estimating errors in trajectory forecasts using ensemble predictions. *Journal of Applied Meteorology*, **40**, 1223–1232.
- Schleicher, N., Kramar, U., Dietze, V., Kaminski, U. and Norra, S. (2012): Geochemical characterization of single atmospheric particles from the Eyjafjallajökull volcano eruption event collected at ground-based sampling sites in Germany. *Atmospheric Environment*, **48**, 113– 121.
- Schmale, J., Schneider, J., Ancellet, G., Quennehen, B., Stohl, A., Sodemann, H., Burkhart, J., Hamburger, T., Arnold, S., Schwarzenboeck, A. et al. (2011): Source identification and airborne chemical characterisation of aerosol pollution from long-range transport over Greenland during POLARCAT summer campaign 2008. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **11** (19), 10097–10123.
- Schumann, U., Weinzierl, B., Reitebuch, O., Schlager, H., Minikin, A., Forster, C., Baumann, R., Sailer, T., Graf, K., Mannstein, H. et al. (2011): Airborne observations of the Eyjafjalla volcano ash cloud over Europe during air space closure in April and May 2010. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **11** (5), 2245–2279.
- Searcy, C., Dean, K. and Stinger, W. (1998): PUFF: A high-resolution volcanic ash tracking model. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **80**, 1–16.
- Seinfeld, J. H. and Pandis, S. N. (1998): Atmospheric Chemistry and Physics: From Air Pollution to Climate Change. John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-17815-2, 1326 pp.
- Sicard, M., Guerrero-Rascado, J., Navas-Guzmán, F., Preißler, J., Molero, F., Tomás, S., Bravo-Aranda, J., Comerón, A., Rocadenbosch, F., Wagner, F. et al. (2012): Monitoring of the Eyjafjallajökull volcanic aerosol plume over the Iberian Peninsula by means of four EARLINET lidar stations. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **12** (6), 3115–3130.

- Simmons, A. J. and Burridge, D. M. (1981): An energy and angular-momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates. *Monthly Weather Review*, 109 (4), 758–766.
- Sportisse, B. (2007): A review of parameterizations for modelling dry deposition and scavenging of radionuclides. *Atmospheric Environment*, **41** (13), 2683–2698.
- Stohl, A., Forster, C., Frank, A., Seibert, P. and Wotawa, G. (2005): Technical note: The Lagrangian particle dispersion model FLEXPART version 6.2. *Atmospheric Chemistry and Physics Discussion*, 5 (4), 4739–4799.
- Stohl, A., Prata, A., Eckhardt, S., Clarisse, L., Durant, A., Henne, S., Kristiansen, N., Minikin, A., Schumann, U., Seibert, P. et al. (2011): Determination of time-and height-resolved volcanic ash emissions and their use for quantitative ash dispersion modeling: the 2010 Eyjafjallajökull eruption. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **11** (9), 4333–4351.
- Stohl, A., Seibert, P., Wotawa, G., Arnold, D., Burkhart, J., Eckhardt, S., Tapia, C., Vargas, A. and Yasunari, T. (2012): Xenon-133 and caesium-137 releases into the atmosphere from the Fukushima Dai-ichi nuclear power plant: determination of the source term, atmospheric dispersion, and deposition. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **12** (5), 2313–2343.
- Stohl, A., Sodemann, H., Eckhardt, S., Frank, A., Seibert, P. and Wotawa, G. (2010): *The Lagrangian particle dispersion model FLEXPART version* 8.2. Technical report.
- Stohl, A., Wotawa, G., Seibert, P. and Kromp-Kolb, H. (1995): Interpolation errors in wind fields as a function of spatial and temporal resolution and their impact on different types of kinematic trajectories. *Journal of Applied Meteorology*, **34** (10), 2149–2165.
- Straume, A. G. (2001): A more extensive investigation of the use of ensemble forecasts for dispersion model evaluation. *Journal of Applied Meteorology*, 37, 425–445.
- Straume, A. G., Koffi, E. N. and Nodop, K. (1998): Dispersion modeling using ensemble forecasts compared to ETEX measurements. *Journal of Applied Meteorology*, **37**, 1444–1456.
- Surono, Jousset, P., Pallister, J., Boichu, M., Buongiorno, M. F., Budisantoso, A., Costa, F., Andreastuti, S., Prata, F., Schneider, D., Clarisse, L., Humaida, H., Sumarti, S., Bignami, C., Griswold, J., Carn, S., Oppenheimer, C. and Lavigne, F. (2012): The 2010 explosive eruption of Java's Merapi volcano – A '100-year' event. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 241-242, 121–135.
- Sutherland, W. (1893): LII. The viscosity of gases and molecular force. *Philosophical Magazine Series 5*, **36** (223), 507–531. doi:10.1080/14786449308620508.
- Tél, T. and Gruiz, M. (2006): Chaotic Dynamics: An Introduction Based on Classical Mechanics. Cambridge University Press. ISBN 978-0-512-83912-9, 393 pp.
- Terada, H. and Chino, M. (2008): Development of an atmospheric dispersion model for accidental discharge of radionuclides with function of simultaneous prediction for multiple domains and its evaluation by application to the Chernobyl nuclear accident. *Journal of Nuclear Science and Technology*, **45** (9), 920–931.

- The Standard Atmosphere (utolsó elérés: 2014. január 26.): http://www.atmosculator. com/TheStandardAtmosphere.html.
- Thiffeault, J.-L. (2010): Braids of entangled particle trajectories. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, **20** (1), 017516. doi:10.1063/1.3262494.
- Toledano, C., Bennouna, Y., Cachorro, V., Ortiz de Galisteo, J., Stohl, A., Stebel, K., Kristiansen, N., Olmo, F., Lyamani, H., Obregón, M. et al. (2012): Aerosol properties of the Eyjafjallajökull ash derived from sun photometer and satellite observations over the Iberian Peninsula. *Atmospheric Environment*, 48, 22–32.
- Toth, Z. and Kalnay, E. (1997): Ensemble forecasting at NCEP and the breeding method. *Monthly Weather Review*, **125** (12), 3297–3319.
- Troen, I. B. and Mahrt, L. (1986): A simple model of the atmospheric boundary layer; sensitivity to surface evaporation. *Boundary-Layer Meteorology*, **37**, 129–148.
- VAAC (2012): VAAC Inputs and Outputs (Ins and Outs) Dispersion Modelling Workshop. National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) Centre for Weather and Climate Prediction (NCWCP), Washington DC, USA.
- Visser, A. W. (1997): Using random walk models to simulate the vertical distribution of particles in a turbulent water column. *Marine Ecology Progress Series*, **158**, 275–281.
- Warner, T. T., Sheu, R.-S., Bowers, J. F., Sykes, R. I., Dodd, G. C. and Henn, D. S. (2002): Ensemble Simulations with Coupled Atmospheric Dynamic and Dispersion Models: Illustrating Uncertainties in Dosage Simulations. *Journal of Applied Meteorology*, **41**, 488– 504.
- Weber, K., Eliasson, J., Vogel, A., Fischer, C., Pohl, T., van Haren, G., Meier, M., Grobéty, B. and Dahmann, D. (2012): Airborne in-situ investigations of the Eyjafjallajökull volcanic ash plume on Iceland and over north-western Germany with light aircrafts and optical particle counters. *Atmospheric Environment*, **48**, 9–21.
- Webster, H. and Thomson, D. (2008): Dry deposition modelling in a Lagrangian dispersion model. *Croatian Meteorological Journal*, **43** (1), 4.
- Whitby, K. T. (1978): The physical characteristics of sulfur aerosols. *Atmospheric Environment*, **12** (1-3), 135–159. Proceedings of the International Symposium.
- White, F. M. (1991): *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York. ISBN 978-0-071-24493-0, 629 pp.
- Williams, J., Reus, M. d., Krejci, R., Fischer, H. and Ström, J. (2002): Application of the variability-size relationship to atmospheric aerosol studies: estimating aerosol lifetimes and ages. *Atmospheric Chemistry and Physics*, **2** (2), 133–145.
- Wotawa, G., Stohl, A. and Kromp-Kolb, H. (1996): Parameterization of the planetary boundary layer over Europe: A data comparison between the observation based OML preprocessor and ECMWF model data. *Contributions to Atmospheric Physics*, **69** (2), 273–284.
- Yang, H. and Pierrehumbert, R. T. (1994): Production of dry air by isentropic mixing. *Journal* of the Atmospheric Sciences, **51**, 3437–3454.

# Függelék

#### I.1. A közegellenállási erő általános alakja

Az *r* sugarú részecskére ható közegellenállási erő általánosan a következőképpen írható fel (Landau and Lifsic (1980)):

$$\mathbf{F}_{\text{drag}} = -\frac{1}{2} C_{\text{D}}(\text{Re}) r^2 \pi \varrho \left| \mathbf{v}_{\text{p}} - \mathbf{v} \right| (\mathbf{v}_{\text{p}} - \mathbf{v}), \tag{I.1.1}$$

ahol  $C_{\rm d}$ (Re) alaktényező függ a (3.2.2) Reynolds-számtól.  $C_{\rm d}$ (Re) általános alakjára Michaelides (2006) és White (1991) alapján (lásd I.1.1. ábra)

$$C_{\rm D} = \frac{24}{\rm Re} + \frac{6}{1 + \sqrt{\rm Re}} + 0.4, \tag{I.1.2}$$

amely az  $\text{Re} \approx 10^5$  határig igen jó közelítés.



I.1.1. ábra. (a) A  $C_{\rm D}$  alaktényező az Re Reynolds-szám függvényében. A kék görbe a  $C_{\rm D}$ -nek az (I.1.2) egyenletben szereplő általános alakját, a piros szaggatott vonal a kis Reynolds-számok esetén érvényes Stokes-közelítést, a zöld szaggatott vonal pedig a nagy Reynolds-számok esetén használatos közelítést jelöli. (b) A kis (piros) és a nagy (zöld) Reynolds-számokra érvényes közelítő összefüggés viszonya az (I.1.2) egyenlettel meghatározott teljes alaktényezőhöz.

Az Re  $\ll$  1 esetben az (I.1.2) egyenletben 24/Re mellett a második két tag elhanyagolható. A  $C_{\rm D} = 24/{\rm Re}$  összefüggést az  $\mathbf{F}_{\rm drag}$  (I.1.1) egyenletébe visszahelyettesítve kapjuk a Stokestörvényt ((3.2.3) összefüggés, piros görbe az I.1.1.a ábrán). Ha pedig Re  $\gg$  1, (I.1.2)-ben a harmadik tagnak van meghatározó szerepe, így erre a tartományra a  $C_{\rm D} = 0,4$  közelítést használhatjuk (I.1.1.a ábra, zöld görbe), amellyel  $\mathbf{F}_{\rm drag}$ -re a (3.2.4) négyzetes sebességtörvény adódik. Az I.1.1.b ábrán a fekete szaggatott egyenesek mutatják, hogy Re < 3, illetve Re > 1300 esetén az alaktényező kis és nagy Reynolds-számokra használatos közelítései legfeljebb 10%-kal térnek el az (I.1.2) képlettel meghatározott értéktől.

A köztes Reynolds-számokra az eltérés jelentős, ezért az (I.1.2) összefüggést érdemes használni. A 3.2. fejezetben láttuk, hogy a Reynolds-szám egyenletében  $|\mathbf{v}_{\rm p} - \mathbf{v}| = |w_{\rm term}|$ , így a részecskére ható közegellenállási és nehézségi erő egyensúlyából ebben a tartományban is meghatározható a részecskék  $w_{\rm term}$  határsebessége (a felhajtó erő elhanyagolható):

$$\frac{1}{2}r^2\pi\varrho w_{\text{term}}^2\left(\frac{24}{\text{Re}} + \frac{6}{1+\sqrt{\text{Re}}} + 0,4\right) = \varrho_{\text{p}}\frac{4r^3\pi}{3}g.$$
 (I.1.3)

 $\operatorname{Re} = \frac{2r|w_{\operatorname{term}}|}{\nu}$  ((3.2.2) egyenlet) felhasználásával:

$$\frac{1}{2}\varrho \frac{1}{4}\nu^2 \operatorname{Re}^2 \frac{24\left(1+\sqrt{\operatorname{Re}}\right)+6\operatorname{Re}+0,4\operatorname{Re}\left(1+\sqrt{\operatorname{Re}}\right)}{\operatorname{Re}\left(1+\sqrt{\operatorname{Re}}\right)} = \varrho_{\mathrm{p}}\frac{4r^3}{3}g \qquad (I.1.4)$$

$$\operatorname{Re}\left(24\left(1+\sqrt{\operatorname{Re}}\right)+6\operatorname{Re}+0,4\operatorname{Re}\left(1+\sqrt{\operatorname{Re}}\right)\right) = \frac{32}{3}\frac{\varrho_{\mathrm{p}}}{\varrho}\frac{r^{3}g}{\nu^{2}}\left(1+\sqrt{\operatorname{Re}}\right).$$
(I.1.5)

Átrendezés után  $\sqrt{\text{Re}}$ -re egy ötödfokú egyenletet kapunk:

$$0.4 \left(\sqrt{\text{Re}}\right)^5 + 6.4 \left(\sqrt{\text{Re}}\right)^4 + 24 \left(\sqrt{\text{Re}}\right)^3 + 24 \left(\sqrt{\text{Re}}\right)^2 = \frac{32}{3} \frac{\rho_{\text{p}}}{\rho} \frac{r^3 g}{\nu^2} \left(1 + \sqrt{\text{Re}}\right).$$
(I.1.6)

Ezt az egyenletet  $\sqrt{\text{Re}}$ -re megoldva kapnánk, hogy a Reynolds-szám a paraméterek egy bizonyos kombinációjától függő f függvénnyel határozható meg:

$$\operatorname{Re} = \frac{2r|w_{\text{term}}|}{\nu} = f\left(\frac{\varrho_{\text{p}}}{\varrho}\frac{r^{3}g}{\nu^{2}}\right),\tag{I.1.7}$$

amiből a határsebesség:

$$|w_{\text{term}}| = \frac{\nu}{2r} f\left(\frac{\varrho_{\text{p}}}{\varrho} \frac{r^3 g}{\nu^2}\right). \tag{I.1.8}$$

Egy ötödfokú egyenlet megoldásának megkeresése minden egyes időlépésben minden egyes részecskére meglehetősen időigényes lenne, ezért a közegellenállási erőnek az (I.1.2) alaktényezőt figyelembe vevő alakja nincs beépítve a szimulációkba. Azonban ahogy az I.1.1. ábra mutatja, a szimulációkban előforduló esetek nagy többségében az alkalmazott egyszerűsítések jó közelítéssel igazak.

#### I.2. A Stokes-szám és a relaxációs idő

Homogén áramlás esetén a (3.2.9a)–(3.2.9c) egyenletek analitikusan is megoldhatók. Nyugalomban lévő légkörben (w = 0)  $w_p(t = 0) = 0$  kezdeti feltétellel a részecske függőleges sebessége adott t időpontban:

$$w_{\rm p}(t) = t_{\rm relax} g\left(e^{-\frac{t}{t_{\rm relax}}} - 1\right), \quad \text{ahol} \tag{I.2.1}$$

$$t_{\rm relax} = \frac{2}{9} \frac{\rho_{\rm p} r^2}{\rho \nu} \tag{I.2.2}$$

az úgynevezett relaxációs idő. Mivel  $|w_{term}| = t_{relax} g$  (a (3.2.15) összefüggés alapján), ezért  $t = t_{relax}$  az az idő, mialatt a részecske függőleges sebességének nagysága éppen  $(1 - e^{-1}) \approx 63\%$ -a lesz a határsebességének ( $t = 3t_{relax}$ -ra pedig már eléri annak 95%-át).

Vizsgáljuk meg most a (3.2.11) dimenziótlan mozgásegyenletet u', v', w' = állandó szélsebességkomponenseket feltételezve! A részecskék sebessége kezdetben legyen  $\mathbf{v}'_{p}(t'=0) =$  $\mathbf{v}'_{p0}$ . A szétválasztható differenciálegyenletek megoldásaként ekkor

$$u'_{\rm p}(t') - u' = (u'_{\rm p0} - u') \cdot e^{-\frac{t'}{\mathrm{St}}}$$
 (I.2.3a)

$$v'_{\rm p}(t') - v' = (v'_{\rm p0} - v') \cdot e^{-\frac{t'}{\mathrm{St}}}$$
 (I.2.3b)

$$w'_{\rm p}(t') - w' = (w'_{\rm p0} - w') \cdot e^{-\frac{t'}{\mathrm{St}}} + w'_{\mathrm{term}}$$
 (I.2.3c)

egyenleteket kapjuk. Ezekből látszik, hogy  $t' \to \infty$  esetén  $u'_{\rm p}(t') \to u', v'_{\rm p}(t') \to v'$ , illetve  $w'_{\rm p}(t') \to w' + w'_{\rm term}$ , és a konvergencia exponenciális ütemben történik. Az az idő, mialatt a részecske és a levegő közötti sebességkülönbség e-ad részére csökken, a dimenziótlan relaxációs idő, amely éppen  $t'_{\rm relax} =$ St.

A légkörben azonban az u', v', w' = állandó feltétel nem teljesül, így (3.2.11) három elsőrendű inhomogén lineáris differenciálegyenlet megoldását igényli. A zonális komponenst kiírva:

$$\frac{\mathrm{d}u'_{\mathrm{p}}(t')}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\mathrm{St}} \left( u'_{\mathrm{p}}(t') - u'(x'_{\mathrm{p}}(t'), y'_{\mathrm{p}}(t'), z'_{\mathrm{p}}(t'), t') \right).$$
(I.2.4)

A homogén rész általános megoldása:

$$u'_{\rm p,hom}(t') = K \cdot e^{-\frac{t'}{\mathrm{St}}}.$$
 (I.2.5)

Az inhomogén feladat egy partikuláris megoldását keressük

$$u'_{\rm p,part}(t') = K(t') \cdot e^{-\frac{t'}{\mathrm{St}}}$$
 (I.2.6)

alakban. Ekkor a (I.2.4) egyenletbe behelyettesítve  $u'_{p,part}(t')$ -t és deriváltját, kapjuk, hogy

$$K(t') = \int \frac{1}{\mathrm{St}} \,\mathrm{e}^{\frac{t'}{\mathrm{St}}} \cdot u'(t') \,\mathrm{d}t'. \tag{I.2.7}$$

Parciálisan integrálva a  $\dot{f}(t') = \frac{1}{\text{St}} e^{\frac{t'}{\text{St}}}, g(t') = u'(t')$  választással:

$$K(t') = u'(t') \cdot e^{\frac{t'}{\mathrm{St}}} - \int e^{\frac{t'}{\mathrm{St}}} \frac{\mathrm{d}u'(t')}{\mathrm{d}t'} \,\mathrm{d}t'. \tag{I.2.8}$$

Ebből a részecske és a levegő zonális sebességkülönbsége a  $t' = t'_1$  időpillanatban  $u'_{p0}$  és  $u'_0$  kezdeti sebességekkel:

$$u'_{\rm p}(t'_1) - u'(t'_1) = \left(u'_{\rm p0} - u'_0\right) \cdot e^{-\frac{t'_1}{\mathrm{St}}} - e^{-\frac{t'_1}{\mathrm{St}}} \cdot \int_0^{t'_1} e^{\frac{t'}{\mathrm{St}}} \frac{\mathrm{d}u'(t')}{\mathrm{d}t'} \,\mathrm{d}t'.$$
(I.2.9)

Ennek dimenziós alakja pedig:

$$u_{\rm p}(t_1) - u(t_1) = (u_{\rm p0} - u_0) \cdot e^{-\frac{t_1}{t_{\rm relax}}} - e^{-\frac{t_1}{t_{\rm relax}}} \cdot \int_0^{t_1} e^{\frac{t}{t_{\rm relax}}} \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} \,\mathrm{d}t. \tag{I.2.10}$$

Az (I.2.2)  $t_{\rm relax}$  relaxációs idő  $r \leq 10 \,\mu{\rm m}$  részecskékre a Re  $\ll 1$  tartományban – ahol a Stokes-közelítés érvényes –  $\rho_{\rm p}/\rho = 1000$  sűrűségaránnyal és  $\nu = 10^{-5} \,{\rm m}^2$ /s kinematikus viszkozitással számolva  $10^{-3}$  s vagy annál kisebb nagyságrendű (lásd még Seinfeld and Pandis (1998), 466. o.). Ennyi idő alatt csökken a részecske levegőhöz viszonyított sebessége (I.2.10)ben az e-ad részére. Mivel  $t_{\rm relax}$  (és a Stokes-szám) igen kicsiny, ezalatt du(t)/dt, illetve  $du'(t')/dt' \approx 0$ -nak tekinthető (eltekintve a kis skálájú fluktuációktól, amit viszont a mozgásegyenletekbe épített véletlen taggal veszünk figyelembe, lásd 3.2.2. fejezet). Így ebből is látható, hogy a (3.2.14a)–(3.2.14c) egyenlőségek nagyon jó közelítéssel fennállnak.

A Re  $\ll$  1 tartományon kívül, annak következtében, hogy a közegellenállási erőben megjelenik  $|\mathbf{v}_{\rm p} - \mathbf{v}|$ , a részecskék mozgását leíró három differenciálegyenlet már nem független egymástól, így azokat numerikusan célszerű megoldani. Näslund and Thaning (1991) r = 1 mm-es részecskék relaxációs idejére 0,3 s-ot kapott ( $t_{\rm relax}$ -on azt az időt értve, mialatt a részecskék elérik határsebességük 63%-át). Ez az időtartam még mindig elhanyagolható azon az időskálán, amelyen a részecskék terjedését tanulmányozzuk, így a (3.2.23a)–(3.2.23c) összefüggések is jó közelítéssel helyesnek tekinthetők.

#### I.3. Cunningham-féle csúszási korrekciós tényező

A Cunningham-féle csúszási korrekciós tényező a kis részecskék súrlódásos mozgásának leírásában játszik szerepet (Cunningham, 1910). A részecskék határsebessége a kis Reynoldsszámokra érvényes (3.2.15) és a nagy Reynolds-számokra érvényes (3.2.24) képlethez képest egy-egy *C* korrekciós tényezővel bővül (lásd Sportisse (2007) és Seinfeld and Pandis (1998)):

$$w_{\text{term}} = \begin{cases} -\frac{2}{9} \frac{\rho_{\text{p}} r^2 C}{\rho \nu} g, & \text{ha Re} \ll 1, \\ -\sqrt{\frac{8}{3}} \frac{\rho_{\text{p}} r C}{\rho C_{\text{D}}} g, & \text{ha Re} \gg 1, \end{cases}$$
(I.3.1)

ahol C a Cunningham-féle csúszási korrekciós tényező, amely a következőképpen írható:

$$C = 1 + \frac{\lambda_{\text{air}}}{r} \left( 1,257 + 0,4 \,\mathrm{e}^{-1.1r/\lambda_{\text{air}}} \right) = 1 + \Delta C. \tag{I.3.2}$$

Itt  $\lambda_{air}$  jelöli az átlagos szabad úthosszt:

$$\lambda_{\rm air} = \frac{2\mu}{p\sqrt{\frac{8}{\pi R_{\rm d}T}}},\tag{I.3.3}$$

ahol  $\mu$  a levegő dinamikai viszkozitása, p a nyomás,  $R_d$  a száraz levegő gázállandója és T a hőmérséklet. Az I.3.1. ábra  $\Delta C$ -t mutatja be több részecskeméret esetén. Látható, hogy  $\Delta C$ nek a részecskék mozgására jelentős befolyása csak  $r \leq 0,1$  µm sugarú részecskék esetén lehet. A szimulációkban vizsgált néhány µm sugarú részecskékre (I.3.1)-ben  $\Delta C \approx 10^{-2}-10^{-1}$ -szeres járulékot ad a határsebességhez, míg Re  $\gg 1$  (pl. esőcseppekbe került részecskék) esetén a légkör alsó tartományában  $\Delta C \approx 10^{-4}-10^{-3}$ -szeres adalékként szerepel. Azaz a Cunninghamféle csúszási korrekciós tényező első közelítésben  $r \gtrsim 1$  µm részecskékre elhanyagolható.



I.3.1. ábra. A Cunninghamféle csúszási korrekciós tényező  $\Delta C$  tagja a nyomás függvényében különböző r sugarú részecskék esetén az ICAO standard légkörében (I.6. függelék).

#### I.4. Felhasznált adatok

A dolgozatban bemutatott szennyeződések terjedésének szimulációjához a European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF) előrejelzéseit, illetve az ERA-Interim adatbázisából származó reanalízis mezőket használtuk fel.

Az ECMWF előrejelző modellrendszere függőlegesen hibrid koordinátarendszerben jeleníti meg a meteorológiai változókat (Simmons and Burridge, 1981), amelynek szintjei a felszín közelében sűrűbben helyezkednek el, és követik a domborzat változásait, míg a légkör magasabb rétegeiben közel párhuzamosak a nyomási szintekkel (I.4.1. ábra).



I.4.1. ábra. A hibrid koordinátarendszer alsó 31 modellszintje a  $\varphi = 37,5^{\circ}$  szélességen (középen Japán domborzata emelkedik ki).

A vizsgálatok során felhasználtuk az ECMWF ensemble előrejelzéseit, amelyek révén betekintést nyerhetünk a meteorológiai folyamatokban rejlő bizonytalanságokba, és vizsgálhatjuk azok hatásait a légköri szennyeződések terjedésére. Az ECMWF modellje operatív módon naponta kétszer, 00 és 12 UTC-kor állít elő 10 napos nagyfelbontású (determinisztikus) előrejelzést, illetve egy 15 napos 51 tagú (50 perturbált + 1 kontroll tag) ensemble előrejelzést. A dolgozatban az ensemble előrejelzések terjedésszámításra gyakorolt hatásának vizsgálatakor (5. fejezet) a következő nyomási szintek mezőit használtuk föl a szimulációkhoz 3 órás (00, 03, 06, 09, 12, 15, 18, 21 UTC) időbeli felbontásban: 1000, 925, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 100, 50, 10 hPa. A nagyfelbontású előrejelzés adatainak felbontása vízszintesen 0,125° × 0,125°, míg az 51 ensemble tagé 0,25° × 0,25°.

Az előrejelzéseken kívül múltbeli események szimulációjához reanalízis adatokat is felhasználtunk. A reanalízisek olyan meteorológiai analízisek (a modellek kezdeti feltételeinek meghatározására irányuló eljárások eredményei), amelyeket egy hosszabb múltbeli időszakra hajtanak végre. Ily módon a jelenlegi legmodernebb adatasszimilációs eljárásokat tudják alkalmazni a lehető legtöbb megfigyelés figyelembevételével (Dee et al., 2011). Ezek alapján a reanalízisek a légkör lehető legpontosabb tükörképei a vizsgált múltbeli időszakra.

Az ERA-Interim reanalízis adatbázisban (Dee et al., 2011) 60 hibrid koordinátarendszerbeli, illetve 37 nyomási szinten, 6 órás időbeli felbontásban (00, 06, 12, 18 UTC-kor) állnak rendelkezésre az adatok 1979. január 1-jétől napjainkig. Az egyedi esettanulmányok közül a fukushimai baleset szimulációjához (lásd 4.2. fejezet)  $0,5^{\circ} \times 0,5^{\circ}$ -os vízszintes felbontású meteorológiai mezőket használtunk fel, míg az Eyjafjallajökull vulkán kitöréséhez és a globális szimulációkhoz (lásd 4.1. és 6. fejezet) a nyilvánosan is elérhető,  $1,5^{\circ} \times 1,5^{\circ}$ -os rácson adott adatok (honlap: ERA-Interim) felhasználásával történt a részecskék sodródásának számítása.

Azokban az esetekben, mikor a szennyezőanyagok kibocsátása a szabad légkörbe történt (pl. vulkánkitörés), a szennyeződésfelhő terjedésének nyomon követését – annak gyorsabb és egyszerűbb volta miatt – nyomási szintek adatainak felhasználásával végeztük el. Felszínhez közeli kibocsátás esetén (pl. atomerőmű balesete) a számítások hibrid koordinátarendszerben zajlottak, mivel annak a sűrűbben elhelyezkedő felszínközeli szintjei az alsóbb légrétegekben a trajektóriák pontosabb meghatározását teszik lehetővé.

### I.5. Időlépés

A részecskék mozgásegyenleteit a 3.2.2. szakaszban említett módon, explicit Euler-módszerrel számítjuk állandó  $\Delta t$  időlépéssel. Az  $u, v, \omega$  szélsebességek csak egy rácson adottak, így annak érdekében, hogy a megadott szélmezők által leírt legkisebb skálájú folyamatokat figyelembe vegyük a részecskék pályájának számításakor, azaz a részecskék egy-egy időlépésben általában ne "ugráljanak" a rácstávolságnál messzebbre, a következő feltételnek kell teljesülnie (Stohl et al., 1995):

$$\Delta t < \min\left\{ \left| \frac{\Delta \lambda}{u/(R_{\rm E} \cos \varphi)} \right|, \left| \frac{\Delta \varphi}{v/R_{\rm E}} \right|, \left| \frac{\Delta p}{\omega + \omega_{\rm term}} \right| \right\},\tag{I.5.1}$$

ahol  $\Delta\lambda$ ,  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta p$  a rácstávolságokat jelölik. Ezek alapján  $|u/(R_{\rm E}\cos\varphi)| \approx 5 \cdot 10^{-6} \, {\rm s}^{-1}$ ,  $|v/R_{\rm E}| \approx 10^{-6} \, {\rm s}^{-1}$ ,  $|\omega| \approx 0.05 \, {\rm Pa/s}$  átlagos értékkel szabad légköri szimulációk,  $\Delta\lambda = \Delta\varphi = 1.5^{\circ}$ -os vízszintes és  $\Delta p = 25 \, {\rm hPa}$ -os függőleges felbontású meteorológiai adatok esetén az időlépésre  $\Delta t < \min\{87 \, {\rm perc}, 436 \, {\rm perc}, 833 \, {\rm perc}\}$ . Ekkor a  $\Delta t$  időlépést 45 percnek, míg 0,25°-os felbontás, illetve a határrétegben is zajló sodródás során (a kisebb skálájú turbulens diffúzió leírása miatt) ennek nyolcadának (5,625 percnek) választottuk. Az egyes szimulációkban ezen választásokat ellenőriztük is, kisebb  $\Delta t$ -re már nem tapasztaltunk számottevő eltérést az eredményekben.

#### I.6. Az ICAO standard légköre

A légkör átlagos tulajdonságainak leírására születtek az ún. normál vagy standard légkörmodellek, amelyek leginkább a közepes szélességeken jellemző függőleges légköri profilokat írják le (Götz és Rákóczi (1981), 147. o.; Holton (2004), 507. o.; The Standard Atmosphere). A használatos standard légkörök közül elterjedt a "U. S. Standard Atmosphere, 1976", illetve az International Civil Aviation Organization (ICAO) standard légköre, amelyek 32 km-es magasságig azonosak egymással. Ezekben a modell-légkörökben fennáll a hidrosztatikai egyensúly, és a levegőt száraznak tételezik fel, amely követi az ideális gázok törvényét. Ezekkel a feltételekkel a p nyomás, T hőmérséklet,  $\varrho$  sűrűség,  $\nu$  kinematikai viszkozitás és a z magasság között egyértelmű kapcsolat állítható fel. A tengerszinti nyomás  $p_s = 1013,25$  hPa, a tengerszinti hőmérséklet  $T_s = 15$  °C = 288,15 K, amiből a tengerszinti viszkozitást a (3.2.17a) egyenlet adja, a nehézségi gyorsulás pedig g = 9,80665 m/s<sup>2</sup> állandó. A  $z_t = 11$  km magasságig (a tropopauzáig) a hőmérsékleti gradiens  $\gamma = -6,5$  K/km, z = 11-20 km között (sztratoszféra, izoterm körülmények)  $\gamma = 0$  K/km, z = 20-32 km-re  $\gamma = 1$  K/km. A standard légkör nyomási és hőmérsékleti profiljait a troposzférában és a sztratoszférában a politróp légkört jellemző (I.6.1a), illetve (I.6.1b) egyenletek írják le:

$$T(z) = T_{\rm s} + \gamma z, \qquad p(z) = p_{\rm s} \cdot \left(\frac{T_{\rm s} + \gamma z}{T_{\rm s}}\right)^{\frac{g}{R_{\rm d}T}}, \qquad (I.6.1a)$$

$$T(z) = T(z_t)$$
 (izoterm),  $p(z) = p(z_t) \cdot e^{-\frac{g(z-z_t)}{R_d T(z_t)}}$ . (I.6.1b)

Az I.6.1. ábráról és táblázatból leolvasható, hogy adott p nyomás az ICAO standard légkörében milyen z magasságban lép fel.



I.6.1. ábra. A p nyomás és a z magasság kapcsolata az International Civil Aviation Organization (ICAO) standard légkörében.

# Jelölések jegyzéke

J.6.1. táblázat. A dolgozatban előforduló mennyiségek jelölése és mértékegysége.

| Jelölés                       | Mértékegység        | Magyarázat   |
|-------------------------------|---------------------|--|
| $\beta_0$                     | $kg/(ms\sqrt{K})$   | Sutherland-állandó   |
| c                             | kg/m <sup>3</sup>   | koncentráció   |
| $C_{\mathrm{D}}$              |                     | alaktényező  |
| $c_p$                         | J/kg/K              | levegő fajhője állandó nyomáson (1005 J/kg/K)                  |
| $\dot{D}_0$                   |                     | fraktáldimenzió  |
| ε                             | rad, °              | vízszintes felbontás   |
| $\mathbf{F}_{	ext{buoy}}$     | N                   | felhajtó erő   |
| $\mathbf{F}_{	ext{drag}}$     | N                   | közegellenállási erő   |
| $arphi, arphi_{ m p}$         | rad, $^{\circ}$     | földrajzi szélesség  |
| $\phi$                        |                     | univerzális függvény   |
| $\mathbf{g},g$                | $m/s^2$             | nehézségi gyorsulás és abszolútértéke (9,81 m/s <sup>2</sup> ) |
| h                             | nap <sup>-1</sup>   | topologikus entrópia   |
| H                             | $W/m^2$             | szenzibilis hőáram (lefelé pozitív)                            |
| $k_{ m d},k_{ m w}$           | s <sup>-1</sup>     | száraz és nedves ülepedési együtthatók                         |
| $\mathcal{K}$                 |                     | Kármán-állandó (0,41)  |
| $K_h, K_x, K_y$               | m <sup>2</sup> /s   | vízszintes turbulens diffúziós együttható                      |
| $K_{\lambda}, K_{\varphi}$    | rad <sup>2</sup> /s | vízszintes turbulens diffúziós együttható                      |
| $K_p$                         | Pa <sup>2</sup> /s  | függőleges turbulens diffúziós együttható                      |
| $K_z$                         | $m^2/s$             | függőleges turbulens diffúziós együttható                      |
| $\kappa_{ m s},\kappa_{\ell}$ | nap <sup>-1</sup>   | rövidtávú és hosszútávú szökési ráták                          |
| L                             | m                   | karakterisztikus távolság                                      |
| $L_{\rm turb}$                | m                   | turbulens diffúzió karakterisztikus távolsága                  |
| $L_{\rm MO}$                  | m                   | Monin–Obukhov-hossz  |
| $\lambda,\lambda_{ m p}$      | rad, $^{\circ}$     | földrajzi hosszúság  |
| $m_{ m p}$                    | kg                  | részecske tömege   |
| $\mu$                         | kg/m/s              | dinamikai viszkozitás  |
| n                             |                     | részecskeszám  |
| n                             |                     | függőleges egységvektor  |
| $ \nu $                       | $m^2/s$             | levegő kinematikai viszkozitása                                |
| $p, p_{ m p}$                 | Pa                  | nyomási koordináta, részecske nyomása                          |
| $p_{_{\mathrm{PBL}}}$         | Pa                  | keveredési réteg magassága                                     |
| $p_{r \to r_{rain}}$          |                     | részecske esőcseppé válásnak valószínűsége                     |
| $p_{ m s}$                    | Pa                  | felszíni nyomás  |
| P                             | mm/h                | csapadékintenzitás   |
| r                             | m                   | részecske sugara   |

Folytatás a következő oldalon.

| Jelölés  | Mértékegység      | Magyarázat   |
|--|-------------------|--|
| Rh   | %                 | relatív nedvesség  |
| $R_{\rm d}$  | J/kg/K            | száraz levegő gázállandója (287 J/kg/K)                    |
| $R_{\rm E}$  | m                 | a Föld sugara (6371 km)                                    |
| Re   |                   | Reynolds-szám  |
| Q  | kg/m <sup>3</sup> | levegő sűrűsége  |
| $\varrho_{ m p}$   | kg/m <sup>3</sup> | részecske sűrűsége   |
| St   |                   | Stokes-szám  |
| $\Delta t$   | s                 | időlépés   |
| t  | s                 | idő  |
| $t_{ m relax}$   | s                 | részecskék relaxációs ideje                                |
| T  | K                 | hőmérséklet  |
| $T_*$  | K                 | dinamikus hőmérséklet                                      |
| $T_{\rm s}$  | K                 | Sutherland-hőmérséklet                                     |
| au   | nap               | tartózkodási idő   |
| $	au_{ m s}$   | N/m <sup>2</sup>  | felszíni nyírási feszültség abszolút értéke                |
| $\tau_{\rm \scriptscriptstyle EW}, \tau_{\rm \scriptscriptstyle NS}$ | N/m <sup>2</sup>  | kelet-nyugat, észak-dél irányú felszíni nyírási feszültség |
| $\tau_{1/2}$   | s                 | felezési idő   |
| $x, x_{\mathrm{p}}$  | m                 | nyugat-kelet irányú helykoordináta                         |
| $y,y_{ m p}$   | m                 | dél-észak irányú helykoordináta                            |
| u  | m/s               | levegő zonális sebességkomponense                          |
| $u_{\mathrm{p}}$   | m/s               | részecske zonális sebességkomponense                       |
| $u_*$  | m/s               | súrlódási sebesség   |
| v  | m/s               | levegő meridionális sebességkomponense                     |
| $v_{ m p}$   | m/s               | részecske meridionális sebességkomponense                  |
| V  | m/s               | levegő sebességvektora                                     |
| $\mathbf{v}_{\mathrm{p}}$  | m/s               | részecske sebességvektora                                  |
| V  | m/s               | áramlás karakterisztikus sebessége                         |
| $V_{\rm p,air}$  | m/s               | levegőhöz viszonyított karakterisztikus részecskesebesség  |
| w  | m/s               | levegő függőleges sebességkomponense                       |
| $w_{ m d}$   | m/s               | száraz ülepedési sebesség                                  |
| $w_{ m p}$   | m/s               | részecske függőleges sebességkomponense                    |
| $w_{ m term}$  | m/s               | részecske határsebessége                                   |
| ω  | Pa/s              | levegő függőleges sebességkomponense                       |
| $\omega_{ m p}$  | Pa/s              | részecske függőleges sebességkomponense                    |
| $\omega_{ m term}$   | Pa/s              | részecske határsebessége                                   |
| z  | m                 | függőleges koordináta                                      |
| $z_{_{\mathrm{PBL}}}$  | m                 | keveredési réteg magassága                                 |

J.6.1. táblázat (folytatás): A dolgozatban előforduló mennyiségek jelölése és mértékegysége.

A dolgozatban az x és y koordináták nyugatról keletre, illetve délről északra nőnek, z a helyi függőleges irányában felfelé, p pedig épp ellenkezőleg, a Föld középpontjának irányában növekszik. Az  $u_{\rm p}$ , u és  $v_{\rm p}$ , v vízszintes sebességkomponensek ezért akkor pozitívak, ha nyugatról keletre, illetve ha délről északra irányulnak, w,  $w_{\rm p}$ ,  $w_{\rm term}$  pedig akkor, ha felfelé mutatnak (pl. feláramlás történik vagy a részecske a helyi függőleges irányában emelkedik). Ennek következtében  $w_{\rm term} \leq 0$  mindig. Függőlegesen nyomási koordinátát használva  $\omega$  leáramlás esetén,  $\omega_{\rm p}$  pedig a részecske süllyedésekor pozitív, és  $\omega_{\rm term} \geq 0$  mindig teljesül.

## A REPLAT MODELL ÉS ALKALMAZÁSA LÉGKÖRI SZENNYEZŐDÉSEK TERJEDÉSÉNEK VIZSGÁLATÁRA

#### Haszpra Tímea

Környezettudományi Doktori Iskola (iskolavezető: Dr. Galácz András) Környezetfizika doktori program (programvezető: Dr. Jánosi Imre)

Témavezetők: Dr. Tél Tamás, Dr. Horányi András Konzulens: Dr. Tasnádi Péter

A kutatás során kifejlesztettük a Real Particle Lagrangian Trajectory (RePLaT) lagrange-i terjedési modellt. A modell más, ismert, valós sűrűségű és méretű részecskék terjedését leíró lagrange-i terjedési modellekkel szemben magában foglalja a turbulens diffúzió hatását és a csapadék általi ülepedést is. A modell újdonsága az egyedi részecskékre vonatkoztatott nedves ülepedés beépítése, amely egy, a csapadékintenzitástól függő véletlen folyamatként van jelen a modellben. Mivel a RePLaT modell egyedi részecskék mozgását követi, alkalmas a sodródás és az ülepedés folyamatának a kaotikus viselkedés szempontjából történő tanulmányozására is.

A RePLaT modellt az Eyjafjallajökull vulkán kitöréseiből származó hamu, valamint a fukushimai atomerőmű balesete során levegőbe került radioaktív anyagok légköri terjedésének és kiülepedésének szimulációjával teszteltük. A szimulációs eredmények kielégítő egyezést mutattak a műholdas és felszíni mérésekkel.

Egy esettanulmányon megvizsgáltuk, hogy a felhasznált meteorológiai mezőkben rejlő bizonytalanságok milyen hatással lehetnek a terjedési számítások eredményeire, és ez hogyan függ a részecskék méretétől. Ennek feltárása céljából egy ensemble meteorológiai előrejelzés minden egyes tagjával különböző méretű részecskék terjedésére vonatkozó szimulációkat futtattunk le. Bemutattuk, hogy az ensemble előrejelzés szennyeződésfelhői között számottevő függőleges és vízszintes változékonyság figyelhető meg. Az eltéréseket különböző mérőszámokkal számszerűsítettük. A lagrange-i ensemble statisztikák értéke két-háromszor meghaladta a felhasznált meteorológiai előrejelzések változékonyságát.

A részecskék mozgását a kaotikus viselkedés szempontjából is tanulmányoztuk a dinamikai rendszerek elméletéből ismert, a légkörben eddig még tudomásunk szerint nem vizsgált topologikus entrópia segítségével, amely a szennyeződésfelhők nyúlásának mértékét írja le. Kimutattuk, hogy a topologikus entrópia a légkör állapotának egy új mérőszámának tekinthető, amely a szennyeződésterjedés intenzitását és szerkezetét jellemzi. A szimulációkban meghatároztuk a 10 napos topologikus entrópia földrajzi és évszakos eloszlását. A legnagyobb topologikus entrópia értékek a közepes és magas szélességeken, főként a féltekék téli évszakában lépnek fel, míg a legkisebbekkel a trópusi térségben találkozhatunk.

Bemutattuk, hogy a tranziens káosz elméletéből ismert szökési ráta alkalmas mennyiség az aeroszol részecskék légköri ülepedésének jellemzésére. Vizsgáltuk az advekció, a turbulens diffúzió és a csapadéktevékenység részecskék kiülepedésére gyakorolt hatását, valamint a szökési rátáknak a részecskék kezdeti magasságától, illetve a részecskemérettől való függését. A rövid- és hosszútávú kiülepedést egy gyorsabb, illetve egy lassabb exponenciális csökkenés jellemzi, nagyobb, illetve kisebb szökési rátával. Emellett meghatároztuk a részecskék kaotikus viselkedésének időtartamát jellemző átlagos légköri tartózkodási időt is. Ez a szökési rátához hasonlóan exponenciális függést mutatott a részecskék sugarától.

Összességében elmondható, hogy a RePLaT modellel végzett szimulációk valósághű eredményeket adtak, és emellett a modell alkalmas a légköri kaotikus viselkedés tanulmányozására is.

#### INVESTIGATION OF THE DISPERSION OF AIR POLLUTANTS BY THE REPLAT MODEL

#### Tímea Haszpra

PhD School of Environmental Sciences (Head of the PhD School: Dr. András Galácz) Program of Environmental Physics (Head of the Program: Dr. Imre Jánosi)

Supervisors: Dr. Tamás Tél, Dr. András Horányi Advisor: Dr. Péter Tasnádi

One of the main objectives of the PhD work was the development of the Real Particle Lagrangian Trajectory (RePLaT) dispersion model. In addition to such dispersion models which also track aerosol particles with realistic size and density, RePLaT takes into account the effect of turbulent diffusion and the scavenging of particles by precipitation. A novel feature of the model is the application of the impact of precipitation on individual particles by a random process which depends on precipitation intensity. Since RePLaT tracks realistic particles, it is suitable for the investigation of the chaotic behavior in dispersion and deposition processes from a dynamical systems point of view.

In order to validate the RePLaT model we simulated the dispersion of volcanic ash from the Eyjafjallajökull's eruptions and the dispersion and deposition of the radioactive particles released during the accident of the Fukushima Nuclear Power Plant. The results of the simulations indicated good agreement with satellite and surface measurements.

We also investigated the sensitivity of the dispersion characteristics with respect to the uncertainties coming from the input meteorological fields and, additionally, its dependence on the particle size. This aspect was explored using an ensemble of meteorological forecasts and consequently an ensemble of dispersion model outputs. Considerable differences were found regarding the horizontal and vertical extension of the pollutant clouds of the different ensemble members. The differences were quantified by means of different statistical measures. The relative variance of the Lagrangian ensemble statistics is found to be 2–3 times larger than the variability of the meteorological forecasts, therefore the uncertainties from the meteorological characteristics are growing in the dispersion model.

Besides case studies we also studied the dispersion of aerosol particles using topological entropy, a quantity well-known from dynamical systems theory. The topological entropy describes the stretching rate of material lines. It was demonstrated that the local value of this quantity is a useful measure to characterize the spread of pollutants and the chaotic nature of the atmosphere. We determined the geographical and seasonal distribution of the topological entropy. The largest topological entropies appear in the mid- and high latitudes (particularly in winter), while the smallest values can be found in the tropical belt.

We illustrated that escape rate, a concept well-known from the theory of transient chaos, can be successfully applied to describe the deposition rate of aerosol particles. The influence of advection, turbulent diffusion and precipitation on the deposition dynamics was investigated as well. In addition, we studied the dependence of the escape rate on the size and initial altitude of the particles. The short-term and long-term deposition are found to be characterized by a faster and a slower exponential decay, respectively, which correspond to a larger and a smaller escape rate. We also calculated the average lifetime of chaotic motion, i.e. the average atmospheric residence time of the particles. This quantity (as well as the escape rate) is found to depend exponentially on the particle radius.

In conclusion, we can state that the simulations carried out by the RePLaT model agree reasonably well with observations, and additionally, the model provides opportunity for a novel approach to the study of chaotic behavior in the atmosphere.